WANDSWORTH

S [illegible]

ABHANDLUNGEN

DER

KÖNIGLICHEN GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN

ZU GÖTTINGEN.

NEUNUNDDREISSIGSTER BAND.

VOM JAHRE 1893.

MATHEMATISCH-PHYSIKALISCHE KLASSE.



GÖTTINGEN,
DIETERICHSCHE VERLAGS-BUCHHANDLUNG.
1894.

ABHANDLUNGEN

DER

KÖNIGLICHEN GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN

ZU GÖTTINGEN.

NEUNUNDDREISSIGSTER BAND.

VOM JAHRE 1893.

MATHEMATISCH-PHYSIKALISCHE KLASSE.

GÖTTINGEN,

DIETERICHSCHE VERLAGS-BUCHHANDLUNG.

1894.

Inhalt.

Mathematisch-Physikalische Klasse.

ABHANDLUNGEN

DER

MATHEMATISCH-PHYSIKALISCHEN KLASSE

DER

KÖNIGLICHEN GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN ZU GÖTTINGEN.

NEUNUNDDREISSIGSTER BAND.

Ueber den Einfluss des elektrostatischen Feldes auf das optische Verhalten piëzoelektrischer Krystalle.

Von

F. Pockels.

Mit 14 Textfiguren.

Vorgelegt in der Sitzung der K. Gesellschaft der Wissenschaften am 4. November 1893.

I. Theil.

Ziele und Hülfsmittel der Untersuchung.

§ 1. Plan der Untersuchung.

Durch nahezu gleichzeitige Beobachtungen der Herren W. C. Röntgen[1]) und A. Kundt[2]) ist bekannt, dass die Doppelbrechung des Quarzes durch dielektrische Polarisation in einem elektrischen Felde, dessen Kraftlinien senkrecht zur krystallographischen Hauptaxe verlaufen, eine Aenderung erleidet. Jene Beobachtungen sollten einen experimentellen Nachweis dafür liefern, dass der Quarz in einem solchen elektrischen Felde eine bestimmte Deformation erleidet, welche sich aus seinem piëzoelektrischen Verhalten auf Grund des Energieprincips ableiten lässt, wie zuerst G. Lippmann[3]) für einen speciellen Fall gezeigt hat. In der That liessen sich die beobachteten Erscheinungen qualitativ als Wirkung jener Deformation erklären, wenn die Beobachtungen von Moigno und Soleil sowie von Mach und Merten über den Einfluss einseitiger Compression auf das optische Verhalten des Quarzes berücksichtigt wurden. Indessen kann man aus dieser qualitativen Uebereinstimmung noch nicht schliessen, dass jene Erklärung der elektrooptischen Wirkung — so möge weiterhin die durch dielektrische Polarisation hervorgerufene Aenderung des optischen Verhaltens piëzoelektrischer Krystalle kurz bezeichnet werden — durch die erwähnte Deformation ausreichend sei. Denn es lässt sich zeigen, dass die von den Herren Kundt und Röntgen beobachteten Erscheinungen sich qualitativ vollständig ableiten lassen ohne jede specielle Voraussetzung über ihre eigentliche Ursache, lediglich durch richtige Berücksichtigung der Symmetrieverhältnisse und durch

1) W. C. Röntgen, Wied. Ann. **18**, 213 und 534. 1883; **19**, 319. 1883.

2) A. Kundt, Wied. Ann. **18**, 228. 1883.

3) G. Lippmann, Ann. de chim. et phys. (5) **24**, 145. 1881.

die für kleine Feldstärken jedenfalls zutreffende Annahme, dass die Aenderungen der optischen Constanten der dielektrischen Polarisation proportional sind [1]).

Zur Entscheidung der wichtigen Frage, ob die elektrooptischen Erscheinungen in piëzoelektrischen Krystallen nur die Folge der im elektrischen Felde eintretenden Deformation sind, oder ob auch eine directe Einwirkung der elektrostatischen Kräfte auf die Lichtbewegung dabei stattfindet, sind demnach quantitative Untersuchungen nothwendig. Nun hat zwar Herr P. Czermak [2]) die von den Herren Kundt und Röntgen zuerst beobachtete Aenderung der Interferenzringe (Curven gleichen Gangunterschiedes) in senkrecht zur Hauptaxe geschnittenen Quarzplatten, die senkrecht zu letzterer dielektrisch polarisirt wurden, auch messend verfolgt; allein seine Beobachtungen waren (wie später des Näheren erörtert werden soll) noch nicht ausreichend, um die obige Frage zu prüfen, sondern ergaben nur eine weitere Bestätigung der Resultate, welche aus der allgemeinen Theorie der elektrooptischen Erscheinungen für den Quarz folgen [3]). Seitdem sind Beobachtungen über diesen Gegenstand meines Wissens nicht angestellt worden. Der Zweck der vorliegenden Arbeit war es, die elektrooptischen Erscheinungen an Krystallen verschiedener Symmetriegruppen — es kommen hier nur diejenigen ohne Centrum der Symmetrie in Betracht — im Hinblick auf die oben aufgeworfene Frage zu studiren. Um die letztere beantworten zu können, ist nicht nur eine vollständige quantitative Untersuchung der Aenderung des optischen Verhaltens im elektrischen Felde erforderlich, sondern auch die Bestimmung der piëzoelektrischen Constanten, weil von diesen die im elektrischen Felde eintretende Deformation abhängt, sowie jene der durch elastische Deformationen verursachten optischen Aenderungen; und um diese letzteren ermitteln zu können, muss man auch die Elasticitätsmoduln des Krystalles kennen. Hierdurch wird die Anzahl der krystallisirten Substanzen, an welchen die Untersuchung vollständig durchführbar ist, sehr beschränkt; denn um die Bestimmung aller jener physikalischen Constanten zu gestatten, müssen die Krystalle nicht nur frei von Sprüngen, Einschlüssen und optischen Störungen sein, sondern auch grosse Dimensionen besitzen. Am besten sind diese Bedingungen beim Quarz erfüllt, für welchen überdies die Elasticitätsmoduln durch Herrn W. Voigt [4]), die piëzoelektrischen Constanten durch Herrn E. Riecke und W. Voigt [5]), und die piëzooptischen Constanten — wie wir weiterhin diejenigen Constanten bezeichnen wollen, welche die Aenderungen des optischen Verhaltens durch elastische Deformationen charakterisiren — durch den Verf. [6]) bereits bestimmt worden sind.

---

1) F. Pockels, Neues Jahrb. f. Miner. Beil.-Bd. **7**, 201—224. 1890.
2) P. Czermak, Sitzungsber. d. Wiener Acad. **97** (2) 301—324. 1888.
3) Vergl. die Darstellung p. 218—19 in meiner oben citirten Abhandlung.
4) W. Voigt, Wied. Ann. **31**, 474, 701. 1887.
5) E. Riecke und W. Voigt, Wied. Ann. **45**, 523. 1892.
6) F. Pockels, Wied. Ann. **37**, 269. 1889.

Als recht gut für die Untersuchung geeignet erwies sich auch das Natriumchlorat, welches leicht in grossen regulär-tetartoëdrischen Krystallen zu erhalten ist und dessen Elasticitätsconstanten ebenfalls schon von Hrn. W. Voigt[1]) bestimmt sind. Dasselbe bietet ausserdem auch besonderes Interesse dadurch, dass es Circularpolarisation besitzt.

Beim Turmalin wurden an derjenigen (brasilianischen) Varietät, welche von Hrn. W. Voigt und E. Riecke elastisch und piëzoelektrisch untersucht ist, die optischen Beobachtungen durch die starke Absorption des ordentlichen Strahles unmöglich gemacht, und es gelang nur an einer blauen, durchsichtigeren Varietät einige Beobachtungen anzustellen, welche wenigstens eine interessante Bestätigung der allgemeinen Theorie ergaben. Endlich konnten sowohl elektrooptische, als piëzoelektrische und piëzooptische Messungen, wenn auch weniger sicher als am Quarz und Natriumchlorat, am Seignettesalz (rechtsweinsaurem Kali-Natron) ausgeführt werden, welches in schönen Krystallen der sphenoidischen Hemiëdrie des rhombischen Systems zu erhalten ist. Die Bestimmung der Elasticitätsmoduln wäre an dem vorhandenen Material schwerlich ausführbar gewesen, doch ist auch gerade in diesem Falle deren Kenntniss nicht unbedingt nothwendig, um Schlüsse in Betreff der aufgestellten Frage zu ziehen.

Die Versuche, noch an einer Reihe weiterer Krystalle verschiedener Symmetriegruppen wenigstens qualitative Beobachtungen, welche zur Prüfung der allgemeinen Theorie der elektrooptischen Erscheinungen hätten dienen können, zu erhalten, ergaben nur negative Resultate, was zum Theil wohl den kleinen Dimensionen, zum Theil den optischen Anomalien und der zu starken natürlichen Doppelbrechung der untersuchten Krystalle zuzuschreiben ist. Die betreffenden Substanzen sind folgende.

Bleinitrat, regulär-tetartoëdrisch, wovon ich grosse Krystalle durch die Güte des Herrn Abbe in Jena erhalten hatte, zeigte keine Spur von elektrooptischer Wirkung, doch kann dieselbe auch durch die starke anomale Doppelbrechung verdeckt gewesen sein.

Natriumbromat, regulär-tetartoëdrisch mit optischem Drehungsvermögen, war nur in stark gestörten Krystallen zu erlangen.

Blei- und Strontiumhyposulfat, der trapezoëdrischen Tetartoëdrie des hexagonalen Systems zugerechnet, standen mir nur in nach der Basis dünn tafelförmigen Krystallen zur Verfügung, die zum Nachweis der elektrooptischen Erscheinungen ungünstig sind.

Natrium-Lithiumsulfat ($NaLiSO_4$), welches nach Hrn. H. Traube dieselbe (rhomboëdrisch-hemimorphe) Symmetrie besitzt, wie der Turmalin, wurde in verhältnissmässig grossen und gut ausgebildeten, aber optisch anomalen Krystallen untersucht, die ich, wie auch diejenigen der vorher genannten Substanzen und des $KLiSO_4$, Herrn H. Traube verdanke.

Kalium-Lithiumsulfat, der 1ten hemimorphen Tetartoëdrie des hexagonalen

1) W. Voigt, Nachr. der k. Ges. d. Wiss. zu Göttingen, 1893, 220—224.

Systems angehörend, war nur in sehr kleinen, (einige mm dicken) Krystallen zu erhalten.

Die Untersuchung der rhombisch-sphenoidischen Sulfate aus der Gruppe des Bittersalzes erschien wegen der sehr starken ursprünglichen Doppelbrechung aussichtslos, wie einige Versuche an einem Präparat von Cobaltsulfat zeigten. Dasselbe gilt von den monoklin-hemimorphen Krystallen der Weinsäure und des Rohrzuckers. —

Bevor ich zur ausführlichen Darstellung der elektrooptischen Erscheinungen am Natriumchlorat, Quarz, Turmalin und Seignettesalz übergehe, sollen zunächst die Grundlagen für deren theoretische Behandlung, und sodann die Hülfsmittel zur experimentellen Untersuchung, soweit dieselben später überall Anwendung fanden, erörtert werden.

§ 2. Allgemeine Grundlagen der Theorie.

Das optische Verhalten eines vollkommen durchsichtigen, nicht activen Krystalles für Licht von bestimmter Schwingungsdauer lässt sich durch 6 Constanten definiren, da so viele erforderlich sind, um die Orientirung der optischen Symmetrieaxen im Krystall und die Hauptlichtgeschwindigkeiten zu bestimmen. Als solche Bestimmungsstücke kann man zweckmässiger Weise die Coefficienten in der Gleichung des von F. Neumann in die Betrachtung eingeführten Ovaloids wählen, da sich mit Hülfe dieser Fläche bekanntlich die Schwingungsrichtungen und Fortpflanzungsgeschwindigkeiten für eine beliebige Wellennormalenrichtung leicht angeben lassen. Die Gleichung des Ovaloids in Bezug auf ein beliebiges rechtwinkliges Coordinatensystem X^0, Y^0, Z^0 lautet, wenn μ^0, ν^0, π^0 die Richtungscosinus des Radiusvectors ϱ bezeichnen,

1) $$\varrho^2 = B_{11}\mu^{0^2} + B_{22}\nu^{0^2} + B_{33}\pi^{0^2} + 2B_{23}\nu^0\pi^0 + 2B_{31}\pi^0\mu^0 + 2B_{12}\mu^0\nu^0.$$

In Bezug auf die optischen Symmetrieaxen würde sie lauten:

1′) $$\varrho^2 = \omega_x^2\mu^2 + \omega_y^2\nu^2 + \omega_z^2\pi^2,$$

wo ω_x, ω_y, ω_z die Hauptlichtgeschwindigkeiten sind. Daher findet man diese letzteren und die Lage der Symmetrieaxen X, Y, Z, wenn die Coefficienten B_{hk} gegeben sind, dadurch, dass man die Gleichung 1) durch Coordinatentransformation auf die Form 1′) bringt. Für die Richtungscosinus der optischen Symmetrieaxen X, Y, Z, bezogen auf das Axensystem X^0, Y^0, Z^0, welche in folgender Weise bezeichnet werden sollen:

2)

	X	Y	Z
X^0	α_1	β_1	γ_1
Y^0	α_2	β_2	γ_2
Z^0	α_3	β_3	γ_3

ergeben sich dabei 3 Gleichungen, deren erste lautet:

3) $0 = B_{11}\beta_1\gamma_1 + B_{22}\beta_2\gamma_2 + B_{33}\beta_3\gamma_3 + B_{23}(\beta_2\gamma_3 + \beta_3\gamma_2) + B_{31}(\beta_1\gamma_3 + \beta_3\gamma_1) + B_{12}(\beta_1\gamma_2 + \beta_2\gamma_1)$,

während die zwei anderen aus vorstehender durch cyclische Permutation der Grössen α, β, γ abzuleiten sind.

Sodann ist die Geschwindigkeit der senkrecht zur X-Axe polarisirten Welle durch nachstehende Formel gegeben:

$$4)\qquad \omega_x^2 = B_{11}\alpha_1^2 + B_{22}\alpha_2^2 + B_{33}\alpha_3^2 + 2B_{23}\alpha_2\alpha_3 + 2B_{31}\alpha_3\alpha_1 + 2B_{12}\alpha_1\alpha_2,$$

und für ω_y^2 und ω_z^2 gelten ganz analog gebildete Ausdrücke, in denen nur die Grössen β bezw. γ an Stelle der α stehen.

Erleidet nun das optische Verhalten durch irgend welche äussere Einwirkungen — von denen für uns nur mechanische und elektrostatische in Betracht kommen — kleine Aenderungen, so sind die B_{hk} als Functionen derjenigen Grössen anzusehen, durch welche jene Einwirkungen gemessen werden, und können nach Potenzen dieser Grössen entwickelt werden. Als solche Grössen wählen wir im Falle mechanischer Einwirkung die elastischen Deformationen x_x, y_y, z_z, y_z, z_x, x_y, im Falle elektrostatischer Einwirkung die auf die Volumeneinheit bezogenen inducirten Momente a, b, c[1]); diese letzteren sind, wenn V das elektrische Potential ist, bezw. gleich $-\varkappa_1\frac{\partial V}{\partial x}$, $-\varkappa_2\frac{\partial V}{\partial y}$, $-\varkappa_3\frac{\partial V}{\partial z}$, sofern die Axen X^0, Y^0, Z^0 mit den Hauptaxen des elektrischen Inductionsellipsoids (elektrischen Symmetrieaxen) zusammenfallen und $\varkappa_1$, $\varkappa_2$, $\varkappa_3$ die Inductionsconstanten für die Richtungen X^0, Y^0, Z^0 bezeichnen, welche mit den entsprechenden Dielektricitätsconstanten K_1, K_2, K_3 durch die Relationen $K = 1 + 4\pi\varkappa$ verknüpft sind. Ist nun die optische Aenderung von der Art, dass sie zugleich mit der äusseren Einwirkung ihren Sinn umkehrt, so kann man sich in der erwähnten Potenzentwicklung zunächst auf die Glieder 1. Ordnung beschränken; ist obige Voraussetzung nicht zulässig, so wird sich dies dann darin zeigen, dass alle Coefficienten dieser Glieder verschwinden.

Es sollen nun zu Coordinatenaxen X^0, Y^0, Z^0 die ursprünglichen optischen Symmetrieaxen, bezw. bei optisch isotropen und einaxigen Krystallen krystallographische Symmetrieaxen oder Normalen von Symmetrieebenen, gewählt werden. Dann müssen bei verschwindender äusserer Einwirkung die Grössen B_{23}, B_{31}, B_{12} ebenfalls verschwinden, B_{11}, B_{22}, B_{33} aber in die Quadrate der ursprünglichen Hauptlichtgeschwindigkeiten: $\omega_x^{0^2}$, $\omega_y^{0^2}$, $\omega_z^{0^2}$ übergehen, und man erhält demnach folgende allgemeine Ansätze:

1) Man könnte mit gleichem Rechte die elastischen Druckkräfte $X_x, \ldots Y_z \ldots$ bezw. die („polaren") elektrischen Kraftcomponenten $-\frac{\partial V}{\partial x}$, $-\frac{\partial V}{\partial y}$, $-\frac{\partial V}{\partial z}$ als Parameter der äusseren Einwirkung wählen, und es wäre dies sogar für manche Anwendungen etwas bequemer; wir machen aber obige Festsetzung, um die Uebereinstimmung mit früheren Arbeiten aufrecht zu erhalten.

für die optische Wirkung elastischer Deformationen[1])

$$5)\quad \begin{aligned}
B_{11} - \omega_x^{0^2} &= a_{11} x_x + a_{12} y_y + a_{13} z_z + a_{14} y_z + a_{15} z_x + a_{16} x_y \\
B_{22} - \omega_y^{0^2} &= a_{21} x_x + a_{22} y_y + a_{23} z_z + a_{24} y_z + a_{25} z_x + a_{26} x_y \\
B_{33} - \omega_z^{0^2} &= a_{31} x_x + a_{32} y_y + a_{33} z_z + a_{34} y_z + a_{35} z_x + a_{36} x_y \\
B_{23} &= a_{41} x_x + a_{42} y_y + a_{43} z_z + a_{44} y_z + a_{45} z_x + a_{46} x_y \\
B_{31} &= a_{51} x_x + a_{52} y_y + a_{53} z_z + a_{54} y_z + a_{55} z_x + a_{56} x_y \\
B_{12} &= a_{61} x_x + a_{62} y_y + a_{63} z_z + a_{64} y_z + a_{65} z_x + a_{66} x_y ;
\end{aligned}$$

und für die optische Wirkung dielektrischer Polarisation[2]):

$$6)\quad \begin{aligned}
B_{11} - \omega_x^{0^2} &= e_{11} a + e_{12} b + e_{13} c \\
B_{22} - \omega_y^{0^2} &= e_{21} a + e_{22} b + e_{23} c \\
B_{33} - \omega_z^{0^2} &= e_{31} a + e_{32} b + e_{33} c \\
B_{23} &= e_{41} a + e_{42} b + e_{43} c \\
B_{31} &= e_{51} a + e_{52} b + e_{53} c \\
B_{12} &= e_{61} a + e_{62} b + e_{63} c.
\end{aligned}$$

Die Constanten a_{hk}, deren im allgemeinsten Falle — bei triklinen Krystallen — 36 verschiedene vorhanden sind, sollen als piëzooptische, und die e_{hk}, deren Anzahl im Falle des Fehlens aller Symmetrieelemente 18 beträgt, als elektrooptische Constanten bezeichnet werden.

Einen auf analoge Ueberlegungen begründeten linearen Ansatz hat Herr W. Voigt[3]) für die durch mechanische Einwirkung in piëzoelektrischen Krystallen erzeugten elektrischen Momente gemacht. Dabei konnten wieder entweder die elastischen Deformationen, oder die Componenten der elastischen Drucke als unabhängige Variabele gewählt werden. Für die Anwendungen, welche wir hier machen werden, ist die letztere Darstellung die zweckmässigere; dann lauten die Ansätze für die elektrischen Momente der Volumeneinheit[4]):

$$7)\quad \begin{aligned}
a &= -(\delta_{11} X_x + \delta_{12} Y_y + \delta_{13} Z_z + \delta_{14} Y_z + \delta_{15} Z_x + \delta_{16} X_y) \\
b &= -(\delta_{21} X_x + \delta_{22} Y_y + \delta_{23} Z_z + \delta_{24} Y_z + \delta_{25} Z_x + \delta_{26} X_y) \\
c &= -(\delta_{31} X_x + \delta_{32} Y_y + \delta_{33} Z_z + \delta_{34} Y_z + \delta_{35} Z_x + \delta_{36} X_y).
\end{aligned}$$

Die Zahl der verschiedenen „piëzoelektrischen Moduln“ δ_{hk} beträgt im allgemeinsten Falle — in der hemimorphen Gruppe des triklinen Systems — 18; wie die elektrooptischen Constanten sind sie bei denjenigen Krystallen, welche ein Centrum der Symmetrie besitzen, sämmtlich gleich Null.

1) F. Pockels, Wied. Ann. **37**, 152. 1889.

2) F. Pockels, Neues Jahrb. f. Min., Beil.-Bd. **7**, 203. 1890.

3) W. Voigt, Allgemeine Theorie der piëzo- und pyroelektrischen Erscheinungen an Krystallen, Abhandl. der k. Ges. d. Wiss. zu Göttingen, Bd. **36**, 1890.

4) W. Voigt, l. c. p. 22.

Aus dem Energieprincip ergiebt sich nun, dass ein piëzoelektrisch erregbarer Krystall, wenn er in ein elektrisches Feld gebracht wird, eine gewisse Deformation erleidet, und zwar lässt sich eine reciproke Beziehung zwischen dieser Deformation und der elektrischen Erregung durch Druck ableiten, welche gestattet, die erstere mit Hülfe der Constanten δ_{hk} des Ansatzes 7) zu berechnen. Bildet man nämlich mit Berücksichtigung jenes Ansatzes den Ausdruck für die potentielle Energie der Volumeinheit eines homogen elastisch deformirten und dielektrisch polarisirten Krystalles, so kommen zu dem gewöhnlichen elastischen Potential und zu der Energie der dielektrischen Polarisation jetzt die Glieder hinzu:

$$\frac{\partial V}{\partial x}(\delta_{11}X_x+\delta_{12}Y_y+\delta_{13}Z_z+\delta_{14}Y_z+\delta_{15}Z_x+\delta_{16}X_y)+\frac{\partial V}{\partial y}(\delta_{21}X_x+\ldots..)+\frac{\partial V}{\partial z}(\delta_{31}X_x+\ldots..)$$

oder auch, wenn jetzt a, b, c die durch die äusseren elektrischen Kräfte inducirten Momente bezeichnen, und wenn, wie es bei allen späteren Anwendungen der Fall ist, die optischen Symmetrieaxen X^0, Y^0, Z^0 zugleich die elektrischen Symmetrieaxen sind:

$$-\frac{a}{\varkappa_1}(\delta_{11}X_x+\ldots..)-\frac{b}{\varkappa_2}(\delta_{21}X_x+\ldots..)-\frac{c}{\varkappa_3}(\delta_{31}X_x+\ldots..).$$

Da nun allgemein die partiellen Ableitungen der potentiellen Energie nach $-X_x$, $-Y_y$ etc. die im Gleichgewichtszustande vorhandenen Deformationen x_x, $y_y\ldots.$ liefern, so sind diejenigen Deformationen, welche in Folge der dielektrischen Polarisation a, b, c auftreten, gegeben durch nachstehende Ausdrücke[1]):

$$8)\quad \begin{aligned}
x_x &= \frac{\delta_{11}}{\varkappa_1}a+\frac{\delta_{21}}{\varkappa_2}b+\frac{\delta_{31}}{\varkappa_3}c\\
y_y &= \frac{\delta_{12}}{\varkappa_1}a+\frac{\delta_{22}}{\varkappa_2}b+\frac{\delta_{32}}{\varkappa_3}c\\
z_z &= \frac{\delta_{13}}{\varkappa_1}a+\frac{\delta_{23}}{\varkappa_2}b+\frac{\delta_{33}}{\varkappa_3}c\\
y_z &= \frac{\delta_{14}}{\varkappa_1}a+\frac{\delta_{24}}{\varkappa_2}b+\frac{\delta_{34}}{\varkappa_3}c\\
z_x &= \frac{\delta_{15}}{\varkappa_1}a+\frac{\delta_{25}}{\varkappa_2}b+\frac{\delta_{35}}{\varkappa_3}c\\
x_y &= \frac{\delta_{16}}{\varkappa_1}a+\frac{\delta_{26}}{\varkappa_2}b+\frac{\delta_{36}}{\varkappa_3}c.
\end{aligned}$$

1) F. Pockels, N. Jahrb. f. Min., Beil.-Bd. 7, 222—228. — Im Falle des monoklinen und triklinen Systems müssten bei der obigen Verfügung über X^0, Y^0, Z^0 an Stelle von $\frac{a}{\varkappa_1}$, $\frac{b}{\varkappa_2}$, $\frac{c}{\varkappa_3}$ immer $-\frac{\partial V}{\partial x}$, $-\frac{\partial V}{\partial y}$, $-\frac{\partial V}{\partial z}$ beibehalten werden.

Kennt man also die piëzoelektrischen Moduln und die Dielektricitätsconstanten (— die Kenntniss der letzteren ist nur soweit nothwendig, als man sie zur Bestimmung der elektrischen Kräfte im Innern des Krystalles braucht —), so kann man nach diesen Formeln die im elektrischen Felde eintretende Deformation berechnen und sodann durch Einsetzen der Ausdrücke 8) in die Gleichungen 5) auch die von jener Deformation verursachten optischen Wirkungen. Die Ausdrücke, welche man dann für $B_{11} - \omega_x^{0^2}, \ldots B_{23}, \ldots$ erhält, lassen sich durch Zusammenfassen der mit a, b, c multiplicirten Glieder auf eine zu 6) ganz analoge Form bringen:

$$
6')\qquad
\begin{aligned}
B_{11} - \omega_x^{0^2} &= e'_{11}\,a + e'_{12}\,b + e'_{13}\,c \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots \\
B_{23} &= e'_{41}\,a + e'_{42}\,b + e'_{43}\,c \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}
$$

wenn gesetzt wird

$$
9)\qquad e'_{mn} = \frac{1}{\varkappa_n}\sum_1^6{}^h\, a_{mh}\,\delta_{nh} \qquad (m = 1, 2 \ldots 6,\ n = 1, 2, 3)
$$

Wenn nun die durch dielektrische Polarisation hervorgerufenen Deformationen nicht anders auf die optischen Eigenschaften einwirken, wie die gleichen durch mechanische Kräfte erzeugten Deformationen, oder mit anderen Worten, wenn das elektrische Feld keine directe optische Wirkung ausübt, so müssen die experimentell bestimmten Grössen e_{mn} mit den aus 9) berechneten Grössen e'_{mn} identisch sein. Die Prüfung, ob diese Gleichheit besteht oder nicht, bildet demnach das Endziel der Untersuchung. Um die e_{mn} berechnen zu können, ist die Kenntniss der piëzoelektrischen Moduln und piëzooptischen Constanten nothwendig, und um die letzteren aus Beobachtungen bei einseitigem Druck — welches die praktisch hier allein ausführbare Methode zur Hervorbringung homogener Deformationen ist — bestimmen zu können, braucht man auch die Elasticitätsmoduln $s_{hk} = s_{kh}$, d. h. die Coefficienten in den linearen Ausdrücken, welche die Deformationen als Functionen der Druckkräfte darstellen:

$$
10)\qquad
\left|\begin{aligned}
x_x &= -(s_{11}\,X_x + s_{12}\,Y_y + s_{13}\,Z_z + s_{14}\,Y_z + s_{15}\,Z_x + s_{16}\,X_y) \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
y_z &= -(s_{41}\,X_x + s_{42}\,Y_y + s_{43}\,Z_z + s_{44}\,Y_z + s_{45}\,Z_x + s_{46}\,X_y) \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}\right.
$$

Dagegen ist es, obgleich die $\varkappa_n$ in den Relationen 9) vorkommen, nicht erforderlich, die Dielektricitätsconstanten zu kennen; denn bei geeigneter Versuchsanordnung, z. B. wenn die zu untersuchende Krystallplatte direct zwischen zwei auf bestimmte Potentialdifferenz geladenen Metallplatten liegt, kennt man unmittelbar die elektrische Kraft im Innern des Krystalls, also $\frac{-a}{\varkappa_1}$, $\frac{-b}{\varkappa_2}$, $\frac{-c}{\varkappa_3}$,

und findet somit durch die Beobachtung nicht e_{mn}, sondern $e_{mn} \cdot \varkappa_n$. Dies ist ein grosser Vortheil, da die Bestimmung der Dielektricitätsconstanten für statische Ladungen bekanntlich sehr unsicher ist.

Die Formeln 5) bis 10) vereinfachen sich mehr oder weniger für diejenigen Krystalle, welche Symmetrieeigenschaften besitzen; denn es ergiebt sich dann eine Reduction der Anzahl der Constanten dadurch, dass man die Bedingungen aufstellt, unter denen das betreffende Formelsystem bei Vertauschung des ursprünglichen Axensystems $X^0\, Y^0\, Z^0$ mit einem krystallographisch gleichwerthigen unverändert bleibt. Eine Zusammenstellung der Formelsysteme 7) und 10) für alle 32 verschiedenen Krystallgruppen findet sich in der schon citirten „allgemeinen Theorie der piëzo- u. pyroelektrischen Erscheinungen an Krystallen“ von Herrn W. Voigt, Tabelle II und III, und eine solche der Ansätze 5) und 6) habe ich in den Arbeiten in Wied. Ann. **37**, p. 158—161 bezw. N. Jahrb. f. Min. Beil.-Bd. **7**, p. 209—210 gegeben. Daher erscheint es nicht nothwendig, hier diese Zusammenstellung zu wiederholen, und es sollen nur jedesmal zu Anfang des von einer jeden speciellen Substanz handelnden Abschnittes die besonderen für die betreffende Krystallgruppe geltenden Formeln gegeben werden.

Die bisher aufgestellten Formeln 6) und 8) umfassen nur diejenigen Deformationen und optischen Aenderungen, welche ihr Vorzeichen zugleich mit den sie erzeugenden elektrischen Momenten umkehren und demgemäss überhaupt nur bei Krystallen ohne Centrum der Symmetrie auftreten können. Ausser diesen müssen aber in allen Krystallen Deformationen und damit verbundene Aenderungen des optischen Verhaltens stattfinden, welche ihr Vorzeichen nicht wechseln, sondern dem Quadrate der elektrischen Kraft proportional sind. Diese Aenderungen, welche von der gewöhnlich als Elektrostriction bezeichneten Wirkung des elektrischen Feldes herrühren, waren aber bei den Verhältnissen, unter welchen meine Beobachtungen angestellt wurden, jedenfalls verschwindend klein, wie am Beispiel des Quarzes später durch Rechnung nachgewiesen werden wird. Uebrigens wurden die Beobachtungen, indem sie bei positiver und negativer Elektrisirung ausgeführt wurden, auch stets so eingerichtet, dass die Wirkungen 1ter Ordnung von den etwa vorhandenen 2ter Ordnung getrennt werden konnten. Wenn in einem Falle (beim Seignettesalz) dennoch eine starke sich nicht mit dem Elektrisirungssinne umkehrende optische Wirkung beobachtet wurde, so ist dieselbe sehr wahrscheinlich auf andere Ursachen, als auf die Elektrostriction, zurückzuführen, ähnlich wie ja auch die von Kerr entdeckte Doppelbrechung dielektrisch polarisirter Flüssigkeiten nicht von einer Deformation herrühren kann.

§ 3. **Experimentelle Hülfsmittel.**

a. Messung von Gangunterschieden.

Die optischen Beobachtungen bestanden, abgesehen von der Bestimmung der Schwingungsrichtungen im Natriumchlorat (und Turmalin), welche dort

ausführlicher besprochen werden wird, in Messungen der durch dielektrische Polarisation der Krystalle hervorgerufenen Gangunterschiede der beiden Wellen für verschiedene Fortpflanzungsrichtungen. Es war nämlich nicht nothwendig, die absoluten Aenderungen der Lichtgeschwindigkeiten zu messen, weil bei denjenigen Krystallen, an welchen überhaupt quantitative optische Beobachtungen ausführbar waren (d. i. Natriumchlorat, Quarz und Seignettesalz), der allgemeinen Theorie zufolge bereits aus der Aenderung der Doppelbrechung, also aus den relativen Verzögerungen, sämmtliche elektrooptische Constanten bestimmt werden können. Zur Ermittelung der relativen Verzögerung in der Richtung der Hauptaxe im Quarz diente die Messung der Durchmesser der Curven gleichen Gangunterschiedes; Näheres über die Ausführung und Berechnung dieser Beobachtungen wird aber erst in dem speciell vom Quarz handelnden Abschnitte mitgetheilt werden, weil dabei die dem Quarz eigenthümliche Circularpolarisation wesentlich in Betracht kommt. In allen übrigen Fällen wurde die Messung des Gangunterschiedes mittelst eines Babinet'schen Compensators ausgeführt, und zwar eines solchen der gewöhnlichen Construction, wobei man zwischen gekreuzten Nicols im homogenen Licht eine Reihe paralleler schwarzer Interferenzstreifen, im weissen Licht einen schwarzen Streifen und zu beiden Seiten desselben farbige sieht. Dem Abstand zweier benachbarter Streifen entsprachen bei Anwendung von Natriumlicht 23,80 Umdrehungen der Mikrometerschraube, deren Trommel in 100 Theile getheilt war; eine Drehung um 1 Trommeltheil brachte also einen Gangunterschied von $\frac{1}{2380}$ Wellenlänge hervor.

Dieser Compensator war auf einem metallenen Fuss so aufgestellt, dass er um eine horizontale, der Beobachtungsrichtung parallele Axe um einen beliebigen, ungefähr messbaren Winkel gedreht werden konnte, damit man seine Schwingungsrichtungen jederzeit mit denen der zu untersuchenden Krystallplatte zur Coincidenz bringen konnte. Er wurde möglichst dicht hinter der Krystallplatte in deutlicher Sehweite aufgestellt, sodass der schwarze Streifen gut mit blossem Auge fixirt werden konnte. Der letztere wurde auf die Mitte eines ihm parallel verlaufenden Spaltes eingestellt, der von zwei vor dem Compensator verschiebbaren kleinen Blechen begrenzt wurde und somit hinter der gerade zu untersuchenden Stelle des Krystalles eingestellt werden konnte; damit dabei die Beobachtungsrichtung genügend festgelegt war, wurde vor dem analysirenden Nicol ein Diaphragma mit einer kleinen Oeffnung angebracht. Gemessen wurde dann die Anzahl Δ von Umdrehungen der Mikrometerschraube (oder die durch die Ganghöhe dieser Schraube ausgedrückte Verschiebung des einen Quarzkeiles), die erforderlich war, um den in Folge eines durch äussere Einwirkung im Krystall erzeugten Gangunterschiedes verschobenen schwarzen Streifen in die Mitte des Spaltes zurückzubringen. Wenn die zu einander senkrecht gestellten Hauptschnitte des Polarisators und Analysators unter 45° gegen die Schwingungsrichtungen des Krystalls geneigt sind und letztere mit denjenigen des Compensators zusammenfallen, so ist dann im Falle eines inactiven Krystalles jener Gangunterschied $\bar{\Delta}$,

in Wellenlängen ausgedrückt, $= \frac{-\varDelta}{23{,}8}$, wobei er positiv gerechnet ist als Verzögerung der parallel zum Compensatorstreifen oder Spalt polarisirten Welle (1) gegen die senkrecht dazu polarisirte (2). Bezeichnen ω_1, ω_2 die Geschwindigkeiten, λ_1, λ_2 die Wellenlängen dieser beiden Wellen nach der Aenderung, ω_1^0, ω_2^0, λ_1^0, λ_2^0 deren ursprüngliche Werthe, n_1, n_2, n_1^0, n_2^0 die entsprechenden Brechungsindices, λ die Wellenlänge und v die Lichtgeschwindigkeit in Luft, endlich L^0 und L die Weglänge des Lichtes im Krystall vor und nach der Einwirkung (welche im Allgemeinen eine Dickenänderung zur Folge hat), so ist

$$\bar{\varDelta} = L\left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right) - L^0\left(\frac{1}{\lambda_1^0} - \frac{1}{\lambda_2^0}\right) = \frac{L}{\lambda}(n_1 - n_2) - \frac{L^0}{\lambda}(n_1^0 - n_2^0)$$

$$= \frac{L^0}{\lambda}\left\{(n_1 - n_1^0) - (n_2 - n_2^0)\right\} + \frac{L - L^0}{\lambda}(n_1^0 - n_2^0),$$

wofür man mit hinreichender Annäherung schreiben kann

$$11)\qquad \frac{-\varDelta}{23{,}8} = \bar{\varDelta} = \frac{L^0}{2\lambda}\left\{\frac{\omega_2^2 - \omega_2^{0^2}}{v^2}\, n_2^{0^3} - \frac{\omega_1^2 - \omega_1^{0^2}}{v^2}\, n_1^{0^3}\right\} + \frac{L - L^0}{\lambda}(n_1^0 - n_2^0).$$

Die Grössen $\omega_2^2 - \omega_2^{0^2}$ und $\omega_1^2 - \omega_1^{0^2}$ sind in jedem einzelnen Falle mit Hülfe der Formeln 1) bis 4) aus den Gleichungen 5) oder 6) zu berechnen. Die Dickenänderung $L - L^0$ ergiebt sich nach einer bekannten Formel der Elasticitätstheorie aus den Deformationen $x_x, \ldots y_z, \ldots$, welche im Falle mechanischer Einwirkung durch 10), im Falle dielektrischer Polarisation durch 8) gegeben sind.

Bei Vorhandensein von Circularpolarisation erfährt sowohl die Ausführung, als die Berechnung der Compensatorbeobachtungen eine Modification, worauf aber erst beim Natriumchlorat, wo allein dieser Fall vorkam, eingegangen werden soll.

b. Bestimmung der elektrischen Feldstärke.

Die elektrooptische Untersuchung der Krystallpräparate, welche fast immer in der Gestalt rechteckiger (meist nahezu quadratischer) Platten zur Anwendung kamen, erfolgte, allgemein zu reden, in dem elektrischen Felde zwischen zwei parallelen grösseren leitenden Platten, von denen die eine zur Erde abgeleitet, die andere mit der inneren Belegung einiger Leydener Flaschen verbunden war, welche mittelst einer Holtz'schen Influenzmaschine geladen wurden. Es handelt sich nun um die Bestimmung der elektrischen Kraft $-\frac{\partial V}{\partial n}$ innerhalb der Krystallplatte. — Wird die letztere von den Conductorplatten direct berührt, so ist das Potentialgefälle in ihrem Inneren, unabhängig von ihrer Dielektricitätsconstante, direct gegeben durch

$$12)\qquad \frac{\partial V}{\partial n} = \frac{V}{D},$$

wo V das Potential, auf welches die eine Conductorplatte geladen ist, und D die

Dicke der Krystallplatte bezeichnet. Nahe an den Rändern der Krystallplatte können allerdings Abweichungen von dem geradlinigen Verlauf der Kraftlinien und folglich auch von obiger Feldstärke stattfinden, die aber sehr gering sind, wenn die Conductorplatten über die Krystallplatten etwas hinüberragen; dass dieselben in der That nur einen sehr kleinen Einfluss auf den beobachteten Gangunterschied hatten, wurde durch vergleichende Messungen in der Mitte und nahe an den Rändern der Platten wiederholt constatirt.

Befinden sich zwischen den Conductorplatten und der Krystallplatte isolirende Schichten, welche, wie mit Rücksicht auf eine beim Natriumchlorat zu beschreibende Anordnung vorausgesetzt werden soll, von zwei verschiedenen dielektrischen Substanzen gebildet sein mögen, so ergiebt sich unter der Annahme, dass das Feld innerhalb jeder Schicht noch merklich homogen bleibt, — was der Fall sein wird, wenn die Krystallplatte dünn ist im Verhältniss zu ihren Querdimensionen —, folgender Werth für das Potentialgefälle innerhalb der Krystallplatte:

12a) $$\frac{\partial V}{\partial n} = \frac{V}{D + \frac{K}{K_1} D_1 + \frac{K}{K_2} D_2};$$

darin bezeichnen D_1, D_2 die Dicken, K_1, K_2 die Dielektricitätsconstanten der beiden Zwischenschichten, und K die Dielektricitätsconstante der Krystallplatte für die Richtung senkrecht zu ihren Breitseiten. In diesem Falle ist also die Kenntniss von K erforderlich.

In jedem Falle musste aber natürlich das Potential V in absolutem Maasse bestimmt werden. Hierzu diente bei einigen Versuchsreihen, namentlich zu Anfang, unmittelbar die an einer gewöhnlichen Riess'schen Maassflasche gemessene Schlagweite, in welchem Falle die zu untersuchende optische Aenderung unmittelbar vor der Entladung beobachtet wurde. Der Maassstab, längs dessen die eine Kugel der Maassflasche verschiebbar war, war in Theile von je 1,128 mm getheilt, deren Zehntel mittelst eines Nonius direct abgelesen werden konnten. Der Durchmesser beider Kugeln betrug 1,15 cm. Da es aber wünschenswerth war, von der Ungenauigkeit der einzelnen Einstellung der Maassflasche bei kleinen Potentialen unabhängig zu sein, und da überdies die optischen Beobachtungen genauer bei constant gehaltenem Potential ausgeführt werden konnten, so wurde später ein Elektrometer mit continuirlicher Ablesung benutzt, welches im Folgenden ausführlich beschrieben ist. Es sei nur zuvor noch bemerkt, dass das Fernrohr zur Ablesung der Elektrometerausschläge zur Linken des Beobachters, und die Holtz'sche Maschine zur Rechten auf je einem besonderen Stelltisch so aufgestellt waren, dass der Beobachter, während er die Influenzmaschine langsam drehte, sowohl die optische Beobachtung ausführen als (damit abwechselnd) den Elektrometerausschlag ablesen konnte.

Construction und Theorie des Bifilar-Elektrometers.

Das Elektrometer war im Princip eine Drehwaage mit bifilarer Auf-

hängung, wie sie z. B. von Herrn Boltzmann bei seiner Untersuchung über die Dielektricitätsconstanten des Schwefels, jedoch nur zu vergleichenden Messungen, angewandt worden ist[1]). Mittelst einer solchen Drehwaage, die am einen Hebelarm eine Metallkugel trägt, welcher eine zweite, feste Metallkugel gegenübersteht, kann man das Potential, zu welchem die feste Kugel geladen wird, in absolutem Maasse bestimmen, da man einerseits das Drehungsmoment der bifilaren Aufhängung kennt, andererseits die elektrische Anziehung der beiden Kugeln und das aus ihr resultirende Drehungsmoment in absolutem Maasse berechnen kann mit Hülfe von Formeln, welche von Sir W. Thomson und G. Kirchhoff entwickelt worden sind.

Die Construction des bei der vorliegenden Untersuchung benutzten Elektrometers war nun folgende. Die beiden Kugeln befanden sich im Innern eines grossen Kastens von ca. 75 cm Höhe, 60 cm Länge und 30 cm Breite, dessen sämmtliche Wände aus Messingplatten, die durch einen starken Holzrahmen gehalten wurden, bestanden, und der den Zweck hatte, die Kugeln vor äusseren Influenzwirkungen zu schützen. Die feste Kugel (*A* in Figur 1), welche auf das zu messende Potential geladen werden sollte, wurde von einem 3 mm dicken Messingdraht, der mittelst einer Glasröhre isolirt durch die eine Seitenwand des Kastens hindurchging und aussen in eine Kugelklemme (*K*) endigte, so getragen, dass sie sich nahezu im Mittelpunkt des Kastens befand; sie war aus massivem Messing gedreht und hatte 24,8 mm Durchmesser. Der Hebel (*H H'*), an dessen einem Ende die bewegliche Kugel (*B*) hing, wurde von zwei nahezu parallelen feinen Kupferdrähten getragen, die 0,12 mm im Durchmesser maassen und oben 3,03, un-

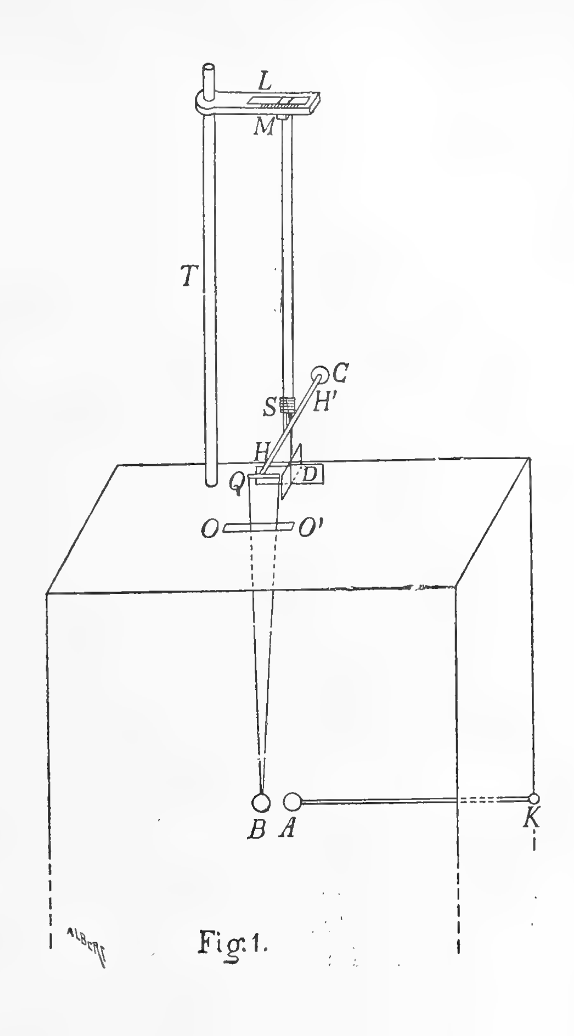


Fig. 1.

1) L. Boltzmann, Sitzungsber. der Wiener Akad. 70 (2) 342. 1874.

ten 3,04 cm gegenseitigen Abstand hatten. Dieselben waren oben befestigt an einem kleinen Messingstück (*M*), welches in dem Schlitz einer horizontalen Messingschiene (*L*) verschiebbar war. Die letztere war oben mit einer Millimetertheilung und der Schieber mit einem Nonius versehen, so dass die Verschiebung bis auf $\frac{1}{10}$ mm abgelesen werden konnte; dieselbe diente dazu, den Abstand der beweglichen Kugel von der festen zu verändern. Die Messingschiene war (vertikal verschiebbar) befestigt an einem in den oberen Holzrahmen des Kastens eingeschraubten eisernen Träger (*T*) von etwa 70 cm Höhe. Sie wurde den längeren horizontalen Kanten des Kastens parallel gestellt, so dass die Ebene der beiden Aufhängungsdrähte den kürzesten, von vorn nach hinten verlaufenden Kastenkanten parallel war. Die letztere Richtung hatte demnach auch — in seiner Ruhelage — der an den Drähten hängende, die bewegliche Kugel tragende Hebel *HH'*, welcher aus einem dicken Messingdraht von 24 cm Länge bestand. In der Mitte zwischen den Aufhängungsdrähten trug der Hebel einen vertikal (und zwar nahezu senkrecht zur Hebelrichtung) gestellten kleinen Spiegel (*S*) zur Ablesung der Drehung mittelst Fernrohr und Scala. Am vorderen Hebelende war ein Querarm (*Q*) von ca. 3 cm Länge, an dem mittelst zweier feiner Kupferdrähte die bewegliche Kugel (*B*) hing, und am hinteren Hebelende eine gleiche, als Gegengewicht dienende Kugel (*C*) befestigt. Die Drähte, welche die Kugel *B* trugen, gingen frei durch einen Schlitz (*OO'*) in der Deckelplatte des Kastens hindurch. Ihre Länge, sowie die Höhe, in welcher die Messingschiene *L* am Träger *T* festgeklemmt wurde, war so gewählt, dass die Kugel *B* genau in gleicher Höhe mit der festen Kugel *A* hing; dabei befand sich der Hebel etwa 11 cm über der Kastendeckelplatte. Ferner war die Stellung des Trägers *T* bezw. die Länge des Hebels so bemessen, dass sich das vordere Hebelende und somit auch der Mittelpunkt der Kugel *B* gerade in der zu den vertikalen und den längeren horizontalen Kanten parallelen Halbirungsebene des Kastens befand; daher fiel die Bewegungsrichtung der Kugel *B* bei kleinen Drehungen des Hebels genau in die Verbindungslinie der Kugelmittelpunkte, so dass die gesammte Anziehung zur Wirkung gelangte. Der Abstand der beweglichen Kugel, welche übrigens der festen genau gleich war, von der letzteren konnte mittelst Verschiebung von *M* etwa zwischen 2 cm und 6 cm — von den Kugeloberflächen aus gerechnet — variirt werden. Damit derselbe genau mittelst eines Kathetometers gemessen werden konnte, was wenigstens einmal nothwendig war, aber öfter wiederholt wurde, waren in der Höhe der beiden Kugeln in der Hinter- und Vorderwand des Kastens einander gegenüber zwei rechteckige Oeffnungen ausgeschnitten, durch welche hindurch man die Kugeln bei geeigneter Beleuchtung sehen konnte; für gewöhnlich waren diese Oeffnungen durch Stanniolstücke verschlossen. Da der Hebel mit den Kugeln *B* und *C* ein grosses Trägheitsmoment besass, was übrigens den Vortheil grosser Unempfindlichkeit des Apparates gegen Luftzug gewährte, so war sehr kräftige Dämpfung erforderlich. Als Dämpfer diente daher ein in der Mitte des Hebels an dessen Unterseite befestigtes Kreuz aus Aluminiumblech (*D*), dessen Flügel etwa 3,7 cm hoch und 6 cm

lang waren und in eine mit Glycerin gefüllte, auf dem Kastendeckel aufgestellte cylindrische Glasschale ganz eintauchten, und zwar so, dass zwischen den Flügeln und dem Boden sowie der Seitenwand des Glasgefässes nur wenige Millimeter Abstand blieben. Diese Dämpfungsvorrichtung functionirte gut und bewirkte eine ruhige Einstellung der Drehwaage nach wenigen Schwingungen.

Theorie des Elektrometers. Das Drehungsmoment der bifilaren Aufhängung bei einer kleinen Ablenkung ψ (in Bogenmaass) des Hebels aus seiner Ruhelage ist

$$N = \left(\frac{OUG}{4L} + 2D\right)\psi = n \cdot \psi,$$

wenn bezeichnet: L die Länge der Aufhängungsdrähte, O, U deren Abstand am oberen und unteren Ende, G das gesammte an ihnen hängende Gewicht, D das von der Torsion 1 eines der Drähte herrührende Drehungsmoment — alles in *cgs*-Einheiten ausgedrückt. Es war $O = 3{,}03$, $U = 3{,}04$ cm, L anfangs $(L_1) =$ 55,4 cm, später nach Neuaufstellung des Apparates $(L_2) = 56{,}3$ cm. G setzt sich zusammen aus dem Gewicht des Hebels mit den beiden Kugeln, welches 154,48 Gramm betrug, und demjenigen des Aluminiumdämpfers nebst Stiel: $24{,}5 + 0{,}5 = 25{,}0$ gr, welches aber um dessen Gewichtsverlust in Glycerin: $24{,}5\left(1 - \frac{1{,}26}{2{,}7}\right) = 11{,}2$ gr zu vermindern ist; somit wird $G = 168{,}3 \cdot 981$ Dynen.

Das Moment D wurde dadurch ermittelt, dass die Schwingungsdauer T eines Messingstabes von bekanntem Trägheitsmoment M beobachtet wurde, welcher an einem Stück des zur Suspension des Elektrometers verwendeten Kupferdrahtes von bestimmter Länge L' hing; daraus ergiebt sich $D = \frac{\pi^2}{T^2} M \frac{L'}{L}$. Auf diese Weise wurde gefunden $2D = \frac{1990}{L}$, d. i. $= 36$ für $L = L_1$, $= 35{,}4$ für $L = L_2$. Schliesslich wird daher

$$\begin{aligned} &\text{für } L = L_1 \qquad N = N_1 = 6883 \cdot \psi \\ &\text{für } L = L_2 \qquad N = N_2 = 6810 \cdot \psi. \end{aligned}$$

Diesem Drehungsmoment wird das Gleichgewicht gehalten durch dasjenige, welches von der Anziehung zwischen der festen, auf das Potential V geladenen Kugel und der beweglichen, durch die Aufhängungsdrähte und den Träger T mit dem zur Erde abgeleiteten Schutzkasten leitend verbundenen beweglichen Kugel B hervorgebracht wird. Da die in der Kugel B influenzirte Elektricitätsmenge ebenso wie die Ladung der Kugel A dem auf der letzteren herrschenden Potentialwerthe V proportional ist, so ist die Anziehung gleich $F \cdot V^2$, wo F eine näher zu bestimmende Function des Abstandes der beiden Kugeln ist. Diese Kraft wirkt am Ende eines Hebelarmes von der Länge l (gleich der halben Länge des Hebels HH'), welche 12,12 cm betrug, übt also das Drehungsmoment lFV^2 auf den Hebel aus. Demnach gilt für die Gleichgewichtslage des Hebels:

$$\psi n = l F V^2,$$

und man hat zur Berechnung von V die Formel

$$V^2 = \frac{n}{lF}\psi = \frac{n}{lF}\cdot\frac{\alpha}{2A}, \qquad (13)$$

wo A den Abstand der Scala vom Spiegel und α die im Fernrohr beobachtete Scalenverschiebung bezeichnet.

Es handelt sich nun um die theoretische Bestimmung der Function F, d. h. der Anziehung zwischen zwei gleichen Kugeln, deren eine auf das Potential 1 und deren andere auf das Potential 0 gebracht ist, und die sich in der oben beschriebenen Lage innerhalb eines rechteckigen Kastens mit zur Erde abgeleiteten Wänden befinden. Wird der Einfluss der Wände des Schutzkastens und der Zuleitungsdrähte vernachlässigt, so kann man die Werthe von F, welche in diesem Falle mit F^0 bezeichnet werden mögen, bequem nach der folgenden von G. Kirchhoff[1]) entwickelten Formel berechnen:

$$F^0 = \frac{q^3}{1-q^2} + q^9\,\frac{1+q^6}{1-q^6}\left\{4 - \frac{q^2}{1-q^2} + \frac{6q^6}{1-q^{12}}\right\} + \ldots\ldots, \qquad (14)$$

worin

$$q = \tfrac{1}{2}c - \tfrac{1}{2}\sqrt{c^2-4}$$

ist, wenn c das Verhältniss des Abstandes der Kugelmittelpunkte zum Kugelradius r bezeichnet. Zugleich gelten folgende Formeln für die auf den Kugeln vorhandenen Elektricitätsmengen a_{11} (auf der geladenen) und a_{12} (auf der zur Erde abgeleiteten Kugel):

$$\left.\begin{aligned} a_{11} &= +r\left\{1+q^2+q^8(1-q^2)\frac{1+q^6}{1-q^6}+\ldots\right\} \\ a_{12} &= -r\left\{\frac{1}{c}+q^3+q^{11}\frac{(1-q^2)(1-q^{14})}{(1-q^6)(1-q^8)}+\ldots\right\}. \end{aligned}\right\} \qquad (15)$$

Für die Werthe F^0 im Intervall $2 < c < 4$ hat Sir W. Thomson[2]) eine Tabelle berechnet. Bei dem hier beschriebenen Elektrometer kamen aber überwiegend Kugelabstände in Betracht, für welche $c > 4$ war und bis zu 6,8 stieg; daher sind in nachstehender Tabelle die nach 14) berechneten Werthe von F^0 für um je 0,1 auseinanderliegende Werthe c im Intervall $4 < c < 6{,}8$ zusammengestellt.

---

1) G. Kirchhoff, Wied. Ann. **27**, 673. 1886; ges. Abhandl., Nachtrag, Leipzig 1891, 131—137.
2) W. Thomson, Phil. Mag. (4) V 287. 1853; Papers on Electr. and Magn. p. 96.

c	q	F^0	c	q	F^0	c	q	F^0
4,0	0,26795	0,020754	5,0	0,20871	0,0095084	6,0	0,17157	0,0052041
4,1	0,26045	9,018975	5,1	0,20426	0,0088956	6,1	0,16859	0,0049324
4,2	0,25338	0,017401	5,2	0,20000	0,0083353	6,2	0,16572	0,0046803
4,3	0,24671	0,016003	5,3	0,19592	0,0078222	6,3	0,16295	0,0044451
4,4	0,24041	0,014758	5,4	0,19201	0,0073513	6,4	0,16026	0,0042243
4,5	0,23448	0,013650	5,5	0,18826	0,0069186	6,5	0,15767	0,0040200
4,6	0,22877	0,012641	5,6	0,18466	0,0065201	6,6	0,15516	0,0038281
4,7	0,22338	0,011737	5,7	0,18120	0,0061522	6,7	0,15234	0,0036197
4,8	0,21826	0,010922	5,8	0,17787	0,0058120	6,8	0,15038	0,0034796
4,9	0,21377	0,010181	5,9	0,17466	0,0054965			

Der Abstand e der Kugeloberflächen von einander, mithin der Werth von $c = \frac{e}{r} + 2$, für welchen in der Gleichung 13) F zu nehmen ist, hängt nun auch ab von dem Ausschlage ψ, den die Ladung der Kugel A auf das Potential V gerade hervorgebracht hat; denn der anfängliche Kugelabstand e^0 vermindert sich durch den Ausschlag selbst um eine mit letzterem proportionale Strecke δe. Dieselbe ist in erster Näherung gegeben durch $\delta e^0 = \psi \cdot l$, nämlich gleich dem vom Hebelende beschriebenen Bogen (— der praktisch immer so klein war, dass er der Sehne gleichgesetzt werden konnte —). Es kommt aber noch eine Correctionsgrösse $\delta e'$ hinzu, die daher stammt, dass die auf die Kugel B wirkende Anziehung nicht nur ein Drehungsmoment um die Axe der Suspension, sondern auch eine Kraftcomponente liefert, welche das ganze aufgehängte System ein wenig aus der vertikalen Anfangslage ablenkt. Diese Neigung ε gegen die Vertikale ist zu berechnen aus der Gleichung

$$\varepsilon G s = F V^2 (L + \lambda),$$

wo s den Schwerpunktsabstand des ganzen Systems von den oberen Aufhängungspunkten (bei M), λ die Entfernung des Mittelpunktes der Kugel B vom Hebelende Q bezeichnet und G sowie L die frühere Bedeutung hat. Der Werth von Gs liess sich mit hinreichender Genauigkeit aus dem Gewicht und der Lage des Schwerpunktes der einzelnen Bestandtheile berechnen; es ergab sich z. B. für die erste Aufstellung $= 12630 \cdot 981$. An Stelle von FV^2 kann man nach 13) $\frac{\psi n}{l}$, oder auch, da $\psi = \frac{\delta e^0}{l}$ ist, $\frac{n}{l^2} \delta e^0$ einsetzen und erhält dann zur Berechnung der durch die Neigung ε hinzukommenden Annäherung der Kugeln $\delta e' = \varepsilon (L + \lambda)$ die Formel

$$\delta e' = \delta e^0 \cdot \frac{n}{Gs} \left(\frac{L + \lambda}{l} \right)^2.$$

Man findet daraus $\delta e' = \frac{1}{25} \delta e^0$ für die erste Aufstellung und mit hinreichender Annäherung denselben Werth auch für die spätere. Demnach ist nun die Ent-

fernung e, bezw. der Werth von c, für welchen man F^0 zu berechnen hat, gegeben durch:

16)
$$e = e^0 - \left(1 + \frac{1}{25}\right)\delta e^0 = e^0 - \frac{26}{25} l \frac{\alpha}{2A},$$
$$c = \frac{1}{r}\left(e^0 - \frac{26}{25} l \frac{\alpha}{2A}\right) + 2.$$

Da in Folge der Verminderung von e bei wachsendem Ausschlage auch F^0 zunimmt, so wächst die Anziehung und also der beobachtete Ausschlag in noch schnellerem Verhältniss als dem des Quadrates von V, was namentlich bei kleinen Anfangsabständen e^0 sehr merklich ist; wir kommen auf die Folgen dieses Umstandes unten noch zurück.

Um aus dem beobachteten Ausschlage α das Potential V zu bestimmen, könnte man, nachdem e und c nach 16) berechnet sind, aus der Tabelle S. 17 den zugehörigen Werth von F^0 entnehmen und denselben in die Formel 13) einsetzen. Bequemer ist aber ein graphisches Verfahren, welches zugleich die umgekehrte Aufgabe, d. h. die Ermittelung des bei einem bestimmten Potential V und Anfangsabstand e^0 eintretenden Ausschlages, leicht zu lösen gestattet, während man hierbei sonst auf ein umständliches Annäherungsverfahren angewiesen wäre. Dieses graphische Verfahren beruht auf der Darstellung der Werthe von F^0 als Ordinaten (y) einer Curve, deren Abscissen x die Kugelabstände e sind. Der Maassstab dieser Darstellung wurde so gewählt, dass 1 mm der Ordinaten je 2 Einheiten der 4ten Decimale von F^0 und 1 mm der Abscissen je $\frac{1}{10}$ mm von e entsprach. Die hiernach unter Benutzung der Tabelle S. 17 auf Coordinatenpapier gezeichnete Curve, deren mittlerer Theil in Fig. 2 im Verhältniss 2/5 verkleinert reproducirt ist, wird nun zur Bestimmung von $V' = V\sqrt{\frac{F}{F^0}}$ aus dem abgelesenen α wie folgt verwendet. Man berechnet zunächst δe^0 aus

$$\delta e^0 = \frac{\alpha}{2A} l,$$

sucht dann auf der Abscissenaxe den Punkt, welcher dem Abstand $e = e^0 - \frac{26}{25}\delta e^0$ entspricht, auf, misst die in demselben errichtete Ordinate y der Curve (in mm) und berechnet schliesslich V' aus der Formel

17)
$$V' = \sqrt{\frac{n}{l} \frac{\alpha}{2A} \cdot \frac{5000}{y}}.$$

Der Zahlenfactor, mit welchem hierin $\frac{\alpha}{y}$ multiplicirt auftritt, hängt von dem gerade gewählten Scalenabstand A ab, welcher bei meinen Beobachtungen 210 bis 284 cm betrug. Führt man hingegen statt α die Grösse δe^0 in die Formel ein, so erhält man einen constanten Zahlenfactor, und zwar wird, wenn δe^0 und y in mm gemessen sind, bei der ersten Aufstellung

17a) $$V' = 153\sqrt{\frac{\delta e^0}{y}},$$

und bei der zweiten

17'a) $$V' = 152{,}2\sqrt{\frac{\delta e^0}{y}}.$$

Schliesslich kann man auch δe^0 durch die entsprechende Strecke der Abscissenaxe $x'_0 - x = 10\,\delta e^0$, (also $= 4\,\delta e^0$ in Fig. 2), ausdrücken; dann wird

17b) $$V' = 48{,}4\sqrt{\frac{x'_0 - x}{y}} \text{ im ersten,}$$

17'b) $$V' = 48{,}1\sqrt{\frac{x'_0 - x}{y}} \text{ im zweiten Falle.}$$

Die Abscisse x'_0 entspricht dabei nicht dem Anfangsabstande der Kugeln, sondern dem um $\delta e'$ verminderten Anfangsabstand, x dagegen entspricht der wirklichen abgelenkten Lage der Kugel B, d. h. es ist $x = 10e$. Ueber die Bestimmung des Factors, mit welchem V' noch zu multipliciren ist, um V zu erhalten, vergl. S. 21—25. — Die Formel 17b zeigt, dass V^2 bezw. V'^2 proportional ist der Cotangente des Winkels γ, welchen in der Zeichnung die Verbindungslinie des Punktes x, y der Curve und des Punktes x'_0 der Abscissenaxe mit der letzteren einschliesst. Diese Beziehung zwischen V^2 und cotg γ ermöglicht nun eine einfache graphische Bestimmung des einem gegebenen Potentiale V entsprechenden Elektrometerausschlages.

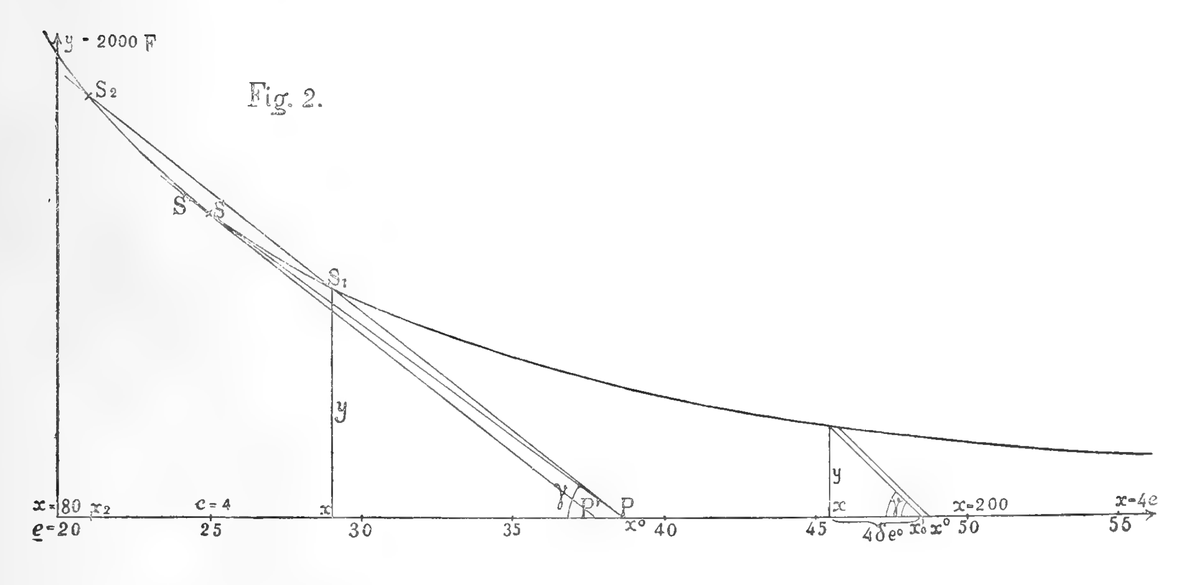


Fig. 2.

Man berechnet nämlich zunächst aus 17b) $\frac{x_0' - x}{y} = \operatorname{cotg} \gamma$ und zieht nun unter dem so gefundenen Winkel γ nach links geneigt eine Gerade durch denjenigen Punkt x^0 der Abscissenaxe, welcher dem durch directe Messung bekannten Anfangsabstande e^0 der Kugeln entspricht. Ist nun x die Abscisse des Punktes (S_1), in welchem diese Gerade die Curve $y = F^0(x)$ schneidet, so giebt die in mm gemessene Strecke $x^0 - x$, durch 10 (bezw. 4) dividirt, die Verschiebung δe^0 an, welche die Kugel B in Folge der Ladung von A auf das Potential V erfährt, und hieraus findet man den zu beobachtenden Scalenausschlag nach der Gleichung $\alpha = 2A \frac{\delta e^0}{l}$. Diese Bestimmung ist insofern noch nicht ganz genau, als man die Hülfsgerade eigentlich nicht durch den Punkt x^0, sondern durch den Punkt $x_0' = x_0 - 10\,\delta e'$ hätte ziehen müssen. Um den hierdurch begangenen kleinen Fehler zu corrigiren, kann man für $\delta e'$ den 25ten Theil des zuerst gefundenen δe^0 nehmen (was nicht ganz streng richtig, aber völlig genau genug ist) und nun durch den Punkt $x_0' = x_0 - 10\,\delta e'$ eine Parallele zu der ersten Hülfsgeraden ziehen, deren Projection auf die Abscissenaxe dann den wahren Werth von δe^0 und somit schliesslich von α liefert. (Vergl. die Construction rechts in Fig. 2). Aus dem Verlauf der Curve $y = F^0$ ist klar, dass die zur Construction benutzte Gerade die Curve ausser in S_1 im Allgemeinen noch in einem zweiten Punkte S_2 schneidet. Wie die Deutung der Relation $y = F^0 = \frac{x_0' - x}{\operatorname{cotg} \gamma}$ zeigt, entspricht auch die Abscisse x_2 dieses zweiten Schnittpunktes einer Gleichgewichtslage der beweglichen Kugel, aber einer labilen. Die Ablenkung des Hebels in dieser zweiten Gleichgewichtslage ist stets grösser, als in der ersten; wird die Ablenkung über diesen Werth noch ein wenig hinausgebracht, so kehrt die Kugel überhaupt nicht in die Gleichgewichtslage zurück, sondern nähert sich der festen Kugel bis zur Berührung. Nun zeigt die Betrachtung der Figur, dass die beiden Gleichgewichtslagen einander um so näher rücken, je grösser $\operatorname{cotg}\gamma$ oder V, und je kleiner e^0 oder x^0 genommen wird, und dass schliesslich beide zusammenfallen, indem die Constructionsgerade zur Tangente der Curve (z. B. PS bezw. $P'S'$ in Fig. 2) wird. Haben V und e^0 solche Werthe erreicht, dass dieser Grenzfall eintritt, so giebt es bei weiterer Vergrösserung von V oder Verkleinerung von e^0 überhaupt keine Schnittpunkte und somit keine Gleichgewichtslage der Elektrometerkugel. Man darf demnach bei der Benutzung des Elektrometers dieser Grenze nicht zu nahe kommen, da sie sonst leicht durch ein Hinausschwingen über die Ruhelage (wobei ja e^0 abnimmt) überschritten werden und Zusammenschlagen der Kugeln eintreten könnte. Dieser Bedingung kann aber immer dadurch genügt werden, dass man je nach den Grenzen, in denen die zu messenden Potentiale liegen sollen, den Anfangsabstand der Kugeln verschieden wählt und zwar natürlich um so grösser, je grösser die zu messenden Potentiale sind. Mit zunehmendem Anfangsabstand nimmt offenbar die Empfindlichkeit des Elektrometers ab; um kleine Potentiale zu messen, sind demnach kleine Anfangsabstände nothwendig. In

diesem Fall, d. h. wenn x_0 schon sehr klein ist, wird aber in Folge des sehr steilen Ansteigens der Curve $y = F^0$ (die sich asymptotisch der in Fig. 2 noch um 80 mm links von der Anfangsordinate liegenden Y-Axe nähert) durch weitere Abnahme von e bei den Schwingungen des Hebels sehr leicht die labile Gleichgewichtslage erreicht und überschritten. Daher ist das Elektrometer nicht gut zur Messung so kleiner Potentiale zu gebrauchen, welche im Interesse der Genauigkeit der Ablesung eine Verminderung von c bis unter den Werth 3 erfordern würden. Bei dem oben speciell beschriebenen Instrument konnte aber für alle bei der vorliegenden Untersuchung vorkommenden Potentiale, die etwa zwischen 8 und 60 c. g. s. - Einheiten lagen, der Anfangsabstand so gewählt werden (— nämlich zwischen 20 und 60 mm —), dass man immer weit von der kritischen Grenze des Ausschlages entfernt blieb.

Bei der vorhergehenden Berechnung sind die Influenzwirkungen der Metallwände des Schutzkastens und der Zuleitungsdrähte unberücksichtigt geblieben. Man kann sich aber überzeugen, dass dieselben, namentlich bei grösseren Kugelabständen, recht erhebliche Beträge erreichen und daher jedenfalls ermittelt werden müssen, wenn das Elektrometer direct zur absoluten Potentialbestimmung verwendet werden soll. Was den Einfluss der Kastenwände betrifft, so ist die in diesen durch die geladenen Kugeln A und B inducirte elektrische Belegung hinsichtlich ihrer Wirkung im Innenraum des Kastens aequivalent mit elektrischen Massen, welche in den sämmtlichen Spiegelbildern der Kugeln in Bezug auf die als spiegelnde Ebenen gedachten Kastenwände angebracht werden und den Ladungen der Kugeln entgegengesetzt oder direct gleich sind, je nachdem das betreffende Spiegelbild durch eine gerade oder eine ungerade Anzahl von Spiegelungen erhalten worden ist. In Fig. 3 sind die durch einmalige Spiegelung in Bezug auf die vertikalen Seitenwände erhaltenen elektrischen Massen, welche die wirksamsten sind, angedeutet. Um den Einfluss dieser elektrischen Spiegelbilder auf die zwischen A und B wirkende Kraft zu ermitteln, würde man zunächst die Werthe des von ihnen herrührenden Potentials auf den Kugeln A und B zu berechnen haben. Sind diese Werthe $\delta V_A = v_A \cdot V$ und $\delta V_B = v_B \cdot V$, so müssen in den Kugeln A und B zu den bereits vorhandenen elektrischen Ladungen $a_{11}\, r\, V$ und $a_{12}\, r\, V$ gewisse Elektricitätsmengen hinzukommen, damit jene Potentialänderungen wieder aufgehoben werden, also das Potential auf A den Werth V und auf B den Werth 0 behält, wie es ja thatsächlich der Fall ist. Diese durch die Influenzwirkung

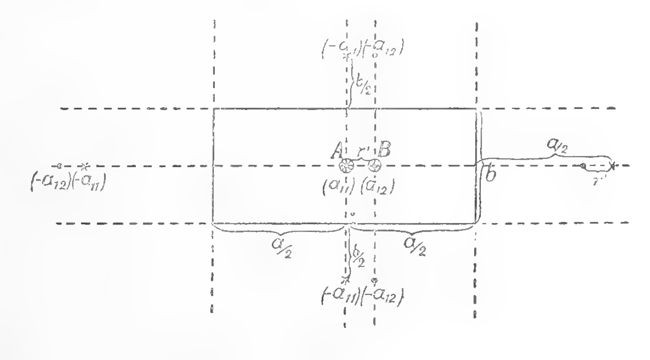


Fig. 3.

der Wände hinzuströmenden Mengen sind in erster Annäherung gegeben durch

$$-\left\{a_{11} v_A + a_{12} v_B\right\} r V \text{ für die Kugel } A,$$
$$-\left\{a_{12} v_A + a_{11} v_B\right\} r V \quad " \quad " \quad " \quad B.$$

Die elektrische Energie des ganzen Systems, welche ursprünglich $\frac{1}{2} a_{11} r V^2$ war, erhält hierdurch den Zuwachs

$$-\tfrac{1}{2}(a_{11} v_A + a_{12} v_B) r V^2$$

und folglich die Anziehung $F^0 V^2$ zwischen A und B denjenigen

18) $$F' V^2 = +\tfrac{1}{2}\frac{\partial}{\partial c}(a_{11} v_A + a_{12} v_B) \cdot V^2.$$

Hierin sind nicht nur a_{11} und a_{12}, sondern auch v_A und v_B, d. h. die Werthe des von der auf den Wänden influenzirten Belegung herrührenden Potentials auf den Kugeln A und B im Falle, dass A auf das Potential Eins geladen ist, Functionen der Entfernung der beiden Kugeln, also auch von c. Zur Berechnung derselben kann man die elektrischen Spiegelbilder als punktförmig ansehen, indem man sich die Ladungen der Kugeln in gewissen inneren Punkten concentrirt denkt, deren gegenseitiger Abstand $r' = c' r$ etwas kleiner als derjenige der Kugelmittelpunkte, nämlich durch die Gleichung

$$\frac{-a_{11} a_{12}}{r'^2} = F^0(rc)$$

bestimmt ist. Bezeichnet a die Länge des Schutzkastens (parallel der Verbindungslinie der Kugelmittelpunkte), b seine Breite und h seine Höhe, so wird, wie leicht zu sehen,

$$v_A =$$
$$a_{11} r \sum^m \sum_{-\infty}^{+\infty}{}^n \sum^p \frac{(-1)^{m+n+p}}{\sqrt{(ma)^2+(nb)^2+(ph)^2}} + a_{12} r \sum^m \sum_{-\infty}^{+\infty}{}^n \sum^p \frac{(-1)^{m+n+p}}{\sqrt{(ma+(-1)^m r')^2+(nb)^2+(ph)^2}}$$

$$v_B =$$
$$a_{11} r \sum^m \sum_{-\infty}^{+\infty}{}^n \sum^p \frac{(-1)^{m+n+p}}{\sqrt{(ma-r')^2+(nb)^2+(ph)^2}} + a_{12} r \sum^m \sum_{-\infty}^{+\infty}{}^n \sum^p \frac{(-1)^{m+n+p}}{\sqrt{(ma-r'[1-(-1)^m])^2+(nb)^2+(ph)^2}},$$

wobei die Summation über alle ganzen Zahlen m, n, p zu erstrecken, jedoch das Glied, in welchem dieselben alle drei den Werth Null haben, fortzulassen ist. Die wirkliche Ausrechnung dieser dreifachen Summen würde wegen ihrer schlechten Convergenz sehr umständlich sein, hätte aber im vorliegenden Falle aus einem gleich anzugebenden Grunde auch wenig Nutzen. Um sich indessen eine Vorstellung von der Grössenordnung der Influenzwirkung F' zu verschaffen, kann man die Rechnung bei alleiniger Berücksichtigung der Spiegelung in Bezug auf

die breiteren vertikalen Wände, deren Einfluss wegen ihres geringen Abstandes den Hauptbeitrag zu F' liefert, ausführen. Dann erhält man für v_A und v_B einfach unendliche Reihen, und zwar ergiebt sich, wenn r'^4 neben b^4 vernachlässigt wird,

$$v_A = -a_{11} \cdot \frac{r}{b} 2 \log 2 - a_{12} \frac{r}{b} \left\{ 2 \log 2 + \frac{r'^2}{b^2} \sum_1^\infty \frac{(-1)^n}{n^3} \right\}$$

$$v_B = -a_{12} \cdot \frac{r}{b} 2 \log 2 - a_{11} \frac{r}{b} \left\{ 2 \log 2 + \frac{r'^2}{b^2} \sum_1^\infty \frac{(-1)^n}{n^3} \right\}.$$

Setzt man diese Werthe und die durch 15) gegebenen für a_{11} und a_{12} in Formel 18) ein, so findet man z. B. für $c = 4$ annähernd $F' = -0{,}0024$, während dann F^0 den Werth $+0{,}02075$ hat; daraus folgt, dass in diesem Falle in Folge der Influenzwirkung der Vorder- und Hinterwand allein die Anziehung der beiden Kugeln um etwa $\frac{1}{9}$ und das nach 17) berechnete Potential um etwa $\frac{6}{100}$ zu klein erscheinen würde. Dass in der That eine solche Wirkung stattfand, wurde constatirt, indem der Ausschlag des Elektrometers für ein bestimmtes Entladungspotential der Maassflasche einmal bei Vorhandensein, dann nach Fortnahme der Vorder- und Rückwand des Kastens beobachtet wurde; die betreffenden, nach 17) berechneten Potentialwerthe waren 17,45 und 18,45, ihr Unterschied also etwa $5\frac{1}{2}$ Procent.

Der Einfluss der oberen und unteren Platte ist gleichsinnig mit dem soeben berechneten, derjenige der schmalen Seitenwände hingegen wirkt entgegengesetzt, d. h. die Anziehung der Kugeln verstärkend, so dass sich beide grösstentheils compensiren. Im Ganzen bleibt also immer eine Schwächung der Anziehung übrig, welche relativ um so grösser wird, je grösser der Kugelabstand ist.

Dieser Verringerung der Anziehung durch die Influenz der Metallwände des Kastens wirkt nun aber eine Vermehrung derselben entgegen, welche von der Ladung der Zuleitungsdrähte, besonders des ziemlich dicken der festen Kugel, herrührt. Diese Wirkung entzieht sich einer genauen Berechnung; annähernd lässt sie sich bestimmen, indem man den von der Ladung der Kugeln herrührenden und somit von deren Abstande cr abhängigen Antheil der Capacität des Drahtes auswerthet, dessen halber Differentialquotient nach cr dann wieder die gesuchte, auf die bewegliche Kugel wirkende Kraft (für das Potential Eins auf A) liefert. Man findet so, dass die Vergrösserung von F durch den Zuleitungsdraht der Kugel A von derselben Grössenordnung, wahrscheinlich sogar noch etwas grösser ist, wie die Anziehungsverminderung durch die Wandwirkung, und dass sie, wie die letztere, mit wachsendem c im Verhältniss zu F^0 immer grösser wird. Mit dieser Schätzung stimmten auch die Resultate einiger Versuchsreihen überein, bei denen die Kugel A an Seidenfäden aufgehangen und ihr ursprünglicher Zuleitungsdraht durch einen 30mal dünneren ersetzt war, wodurch sich der Einfluss des Drahtes in demselben Verhältniss, wie die Capacität seiner Längeneinheit, d. i. im Verhältniss $1 : \text{lognat } 30 = 1 : 3{,}4$, vermindern muss. In der That wurde bei dieser Anordnung das Entladungspotential der Maassflasche beim

Kugelabstand $a = 0,5$ Theilen (= 1,128 mm) um 1 bis 2 absolute Einheiten kleiner als mit dem dicken Zuleitungsdraht und noch etwas kleiner als der bei jener Schlagweite zu erwartende Werth gefunden, so dass dann also der vermindernde Einfluss der Kastenwände schon überwiegend war. — Schliesslich muss auch die Influenz der beiden feinen Drähte, an welchen die Kugel B hing, die Anziehung zwischen A und B ein wenig vergrössert haben. — In Anbetracht der Unmöglichkeit, die besprochenen Influenzwirkungen theoretisch zu bestimmen, musste darauf verzichtet werden, das Bifilarelektrometer direct zu genauen absoluten Potentialmessungen zu verwenden. Da aber alle jene störenden Wirkungen ebenso wie die ursprünglich berechnete Kugelanziehung $F^0 V^2$ dem Quadrate des Ladungspotentials proportional sind, so wird das nach den Formeln 16) und 17) berechnete Potential V', um das wahre Potential V zu erhalten, nur jedesmal um einen gewissen Factor zu ändern sein, welcher für jeden Abstand e_0 der Elektrometerkugeln constant ist, aber sich mit diesem Abstande ändern kann, da die einzelnen Influenzwirkungen in verschiedener Weise von e_0 oder c abhängen.

Dieser Correctionsfactor wurde nun dadurch experimentell bestimmt, dass für diejenigen Potentiale, bei welchen sich die Maassflasche bei bestimmten Abständen ihrer Kugeln entlud, die Elektrometerausschläge beobachtet wurden. Es geschah dies in der Weise, dass die Maassflasche, deren innere Belegung mit der Elektrometerkugel A und ausserdem noch mit mehreren grossen Leydener Flaschen verbunden war, mittelst der Influenzmaschine so langsam geladen wurde, dass der Elektrometerausschlag stetig und zuletzt sehr langsam wuchs. Dann konnte der unmittelbar vor der Entladung abgelesene Ausschlag $\bar{\alpha}$ als Maass des Entladungspotentials angesehen werden. Die bei einer Reihe aufeinanderfolgender Entladungen beobachteten Maximalausschläge stimmten bis auf 1 bis 2 Scalentheile überein, abgesehen von demjenigen bei der ersten Entladung, der meist viel grösser war (— eine Erscheinung, welche auch Herr F. Paschen bei seiner Untersuchung über Funkenpotentiale bemerkt hat —) und deshalb immer unberücksichtigt blieb. Wenn eine grosse Anzahl Entladungen an denselben Stellen der Kugeln übergegangen waren, so zeigte sich manchmal eine geringe Zunahme des Potentials; aus diesem Grunde, sowie um den Fehler der einzelnen Messung des Kugelabstandes a auszugleichen, wurden die Kugeln der Maassflasche öfter gedreht, so dass frische Stellen einander gegenüberstanden, und neu eingestellt. Als wahre Werthe des Entladungspotentials sind diejenigen angenommen, welche Herr Heydweiller[1]) als Schlussresultate aus seinen Messungen und denjenigen von Hrn. Paschen mittheilt, und die nach seiner Angabe bis auf 1 Proc. sicher sind. Dieselben beziehen sich auf Kugelelektroden von $R = 0,25$, $0,5$, $1,0$ und $2,5$ cm Radius und Schlagweiten d von 0,1, 0,2 . . . bis 1,6 cm. Die hier zu verwerthenden Resultate für V sind folgende:

1) A. Heydweiller, Wied. Ann. **48**, 213—235. 1893.

d	$R = 1{,}0$ cm	$R = 0{,}5$ cm
0,1	15,7	16,0
0,2	27,0	27,9
0,3	37,9	37,9
0,4	48,3	48,5
0,5	58,3	57,7

Da das Entladungspotential für die in Betracht kommenden Schlagweiten nur in sehr geringem Maasse vom Radius der Elektroden abhängt, wenn dieser ungefähr 1 cm beträgt, so können die für $R = 1{,}0$ cm gefundenen Werthe von V auch für die Kugeln der von mir benutzten Maassflasche, welche 1,15 cm Radius besassen, mit hinreichender Genauigkeit als gültig angenommen werden. Zwar ist die Anordnung der Funkenstrecke bei der Maassflasche von derjenigen bei den Funkenmikrometern, mit welchen obige Zahlen gefunden wurden, insofern verschieden, als die Zuleitungsdrähte vertikal (also senkrecht zur Funkenstrecke) gerichtet und ziemlich dick sind; allein bei den bei meinen Versuchen benutzten kleinen Schlagweiten ist eine merkliche Influenzwirkung der Zuleitungen oder sonstigen benachbarten Metallmassen kaum zu befürchten, wie die darauf bezüglichen Versuche von Hrn. Paschen[1]) lehren, und ich für den vorliegenden Fall auch dadurch bestätigt fand, dass die seitliche Annäherung metallischer Leiter an die Funkenstrecke bis auf wenige cm keine nachweisbare Aenderung des der Entladung entsprechenden Elektrometerausschlages hervorbrachte. — Für die in Theilen des Mikrometers der Maassflasche (von je 0,2256 cm) ausgedrückten Schlagweiten a ergeben sich nun durch Interpolation aus den Heydweiller'schen Zahlen folgende Entladungspotentiale:

$a =$	0,5	0,60	0,70	0,80	0,90	1,0	1,5	2,0
$V =$	17,23	19,78	22,32	24,84	27,35	29,85	42,0	53,4.

Dieselben gelten für den Luftdruck 745 mm und die Temperatur 18° C.; sie nehmen nach Hrn. Heydweiller um je 1 Proc. zu bei einer Luftdruckvermehrung um 8 mm oder einer Temperaturerniedrigung um 3°.

Nachstehend sind die in der S. 24 erörterten Weise erhaltenen Mittelwerthe der Elektrometerausschläge $\bar{\alpha}$ und die daraus nach 17) berechneten Werthe V' für verschiedene Schlagweiten a und für diejenigen Anfangsabstände e^0 der Elektrometerkugeln, welche bei den elektrooptischen Beobachtungen vorkamen, (oder diesen sehr naheliegende) angegeben; die Werthe V' sind sodann nach der obigen Angabe auf den Luftdruck 745 mm und die Temperatur 18° reducirt. Der Scalenabstand A betrug 282 cm, die Länge der Bifilarsuspension $L_2 = 56{,}3$ cm.

$$e_0 = 24{,}65 \text{ mm}.$$

$a = 0{,}5$. Bar. 736 mm, Temp. 22°. $\bar{\alpha} = 71{,}45$. $V' = 17{,}3$, red. **17,74**.

1) F. Paschen, Wied. Ann. **37**, 69. 1889.

$e_0 = 30,35$ mm.
Bar. 736 mm, Temp. 22°.

$a = 0,5$ $\bar{\alpha} = 47,3$ $V' = 17,6$, red. **18,04**
$a = 1,0$ $\bar{\alpha} = 175,0$ $V' = 30,8$, red. **31,57.**

$e_0 = 42,0$ mm.
Bar. 736 mm, Temp. 22°.

$a = 0,5$ $\bar{\alpha} = 24,1$ $V' = 17,77$, red. **18,22**
$a = 1,0$ $\bar{\alpha} = 76,74$ $V' = 30,8$, red. **31,57.**

Bar. 738 mm, Temp. 20°.

$a = 1,0$ $\bar{\alpha} = 78,7$ $V' = 31,12$, red. **31,62**
$a = 1,5$ $\bar{\alpha} = 173,4$ $V' = 43,7$, red. **44,35.**

$e_0 = 58,7$ mm.
Bar. 738 mm, Temp. 20°.

$a = 1,0$ $\bar{\alpha} = 37,1$ $V' = 31,35$, red. **31,82**
$a = 1,5$ $\bar{\alpha} = 74,3$ $V' = 43,75$, red. **44,4**
$a = 2,0$ $\bar{\alpha} = 125,7$ $V' = 55,8$, red. **56,6.**

Durch Vergleichung dieser Werthe V' mit den oben mitgetheilten V erhält man nun folgende Werthe des Factors f, mit welchem die aus den Elektrometerausschlägen nach den Formeln 16) und 17) berechneten Werthe V' zu multipliciren sind, um die wirklichen Potentiale V zu liefern:

für $e^0 =$ ca. 25 mm $f =$ **0,973**
„ $e^0 =$ 30 bis 31 mm $f =$ 0,957 und 0,947; Mittel **0,952**
„ $e^0 =$ ca. 42 mm $f =$ 0,947, 0,946, 0,9475; Mittel **0,947**
„ $e^0 =$ ca. 59 mm $f =$ 0,947, 0,944, 0,938; Mittel **0,943.**

Diese Factoren sind immer zur Berechnung der bei den elektrooptischen Beobachtungen angegebenen Potentialwerthe V, soweit sie durch Elektrometerbeobachtungen und nicht direct durch Schlagweiten bestimmt wurden, benutzt worden.

Bei dem Kugelabstande $e^0 = 31,6$ war gleich nach Herstellung des Elektrometers eine grössere Reihe von Entladungspotentialmessungen ausgeführt worden, deren Resultate hier im Vergleich mit den nach Heydweiller's Zahlen interpolirten Werthen V und den betreffenden Verhältnissen $\frac{V}{V'} = f$ noch mitgetheilt werden mögen, obgleich der damalige Luftzustand nicht notirt worden war.

a	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	1,00
V'	18,05	19,5	20,7	21,9	23,5	24,7	26,0	27,0	28,4	30,0	31,5
V	17,23	18,56	19,78	21,05	22,32	23,59	24,84	25,10	27,35	28,60	29,85
f	0,956	0,956	0,956	0,962	0,952	0,955	0,956	0,965	0,962	0,954	0,948

Mittel $f =$ **0,956.**

Eine grössere Anzahl von Messungen bei $e^0 = 22{,}8$, $a = 0{,}5$ und $e^0 = 40{,}4$, $a = 1{,}0$, welche in Verbindung mit den später mitzutheilenden optischen Beobachtungen am Quarz ausgeführt wurden, ergaben im Durchschnitt $V' = 17{,}8$ bezw. 31,3, entsprechend $f = 0{,}969$ bezw. 0,953, welche Zahlen mit den oben für $e^0 = 24{,}8$ bezw. 42,0 mm ermittelten ebenfalls gut übereinstimmen.

Es sei schliesslich noch eine erst nachträglich bemerkte Fehlerquelle erwähnt, welche die bei der zweiten Aufstellung des Elektrometers ausgeführten Messungen möglicherweise etwas beeinflusst hat, darin bestehend, dass drei Seidenfäden, welche zum Festhalten des Zuleitungsdrahtes der Kugel A zwischen diesem und den Kastenwänden ausgespannt worden waren, eine schwache elektrische Ladung annahmen, wenn die Kugel längere Zeit gleichsinnig geladen wurde. Diese sich erst allmählich einstellende Elektrisirung der Fäden bewirkte, dass der einem bestimmten Potential entsprechende Elektrometerausschlag mit jeder folgenden Ladung bis zu einer gewissen Grenze zunahm und nach Umkehrung des Ladungssinnes zunächst unter seinen normalen Werth sank, um dann wieder allmählich über denselben hinaus zu wachsen. Naturgemäss war aber dieser Einfluss gering, wenn der Ladungssinn oft gewechselt wurde, wie es bei den elektrooptischen Beobachtungen stets geschah; doch wurden auch dann noch die grösseren Entladungspotentiale (für $a = 1{,}0$, 1,5 und 2,0) bis zu 2 Proc. grösser gefunden, als die S. 26 mitgetheilten, nach Beseitigung der Seidenfäden bestimmten Werthe. Wenn also die Potentiale V', welche bei der zweiten Elektrometeraufstellung (bei den Beobachtungen am Natriumchlorat und einigen am Seignettesalz) erhalten wurden, mit den S. 26 ermittelten Correctionsfactoren multiplicirt werden, so sind die so gewonnenen Potentialwerthe V möglicherweise noch um einige Procente zu gross; doch kommt dieser Fehler bei der Ungenauigkeit der betreffenden optischen Messungen kaum in Betracht. —

Optisches Elektrometer.

Nachdem die elektrooptischen Beobachtungen am Quarz ergeben hatten, dass die Aenderung der Doppelbrechung durch dielektrische Polarisation sehr regelmässig und exact verläuft und stark genug ist, um mit dem Compensator genau gemessen werden zu können, wurde die eine der benutzten Quarzplatten, für welche die Aenderung des Gangunterschiedes am grössten war, bei einem Theil der späteren Beobachtungen am Seignettesalz geradezu als Elektrometer benutzt. Es war dies die bei Besprechung der Beobachtungen am Quarz als No. 1 bezeichnete grosse Platte, bei der die Elektrisirungsrichtung eine polare Nebenaxe und die Beobachtungsrichtung zu letzterer und zur Hauptaxe senkrecht war. Die Anordnung war bei der Verwendung der Platte als Elektrometer im Wesentlichen die gleiche, wie bei den später zu beschreibenden Compensator-Beobachtungen. Der Gangunterschied war durch eine zweite in den Weg der Lichtstrahlen eingeschaltete schmalere Quarzplatte von gleicher Länge (etwa 4,7 cm) mit vertikal gestellter Hauptaxe soweit compensirt, dass mit weissem Licht operirt werden konnte; zur Beobachtung seiner Aenderung durch die zu messende

elektrische Potentialdifferenz diente ein kleiner besonders für diesen Apparat construirter Babinet'scher Compensator. Die erste Quarzplatte (*Q* in nebenstehender Figur, welche in ca. $\frac{1}{2}$ natürlicher Grösse den zur Richtung der einfallenden Lichtstrahlen parallelen Vertikal-Durchschnitt des vom Mechaniker Diederichs in Göttingen construirten Apparates darstellt) lag zwischen zwei etwas kleineren Messingplatten *M*, *M'*, die in der Mitte dicke Drähte mit Kugelklemmen (*K*, *K'*) trugen; zum Schutze gegen das Ueberspringen von Funken zwischen *M* und *M'* waren oben und unten auf den Rand der Quarzplatte zwei Glimmerrahmen aufgekittet. Die ganze Plattencombination ruhte auf einer Hartgummiplatte *H H*, so dass sowohl die obere als die untere Belegung auf das zu messende Potential geladen werden konnte, während die andere zur Erde abgeleitet war. Die Platte *H* trug zugleich die mittelst kleiner Stellschrauben justirbare Compensationsplatte *Q'*, sowie mittelst angeschraubter Messingarme den Compensator *C* nebst polarisirendem Nicol *P* und das analysirende Nicol'sche Prisma *A*, beide mit Theilkreisen versehen und letzteres verschiebbar, um in die Entfernung der deutlichen Sehweite vom Compensator gebracht werden zu können.

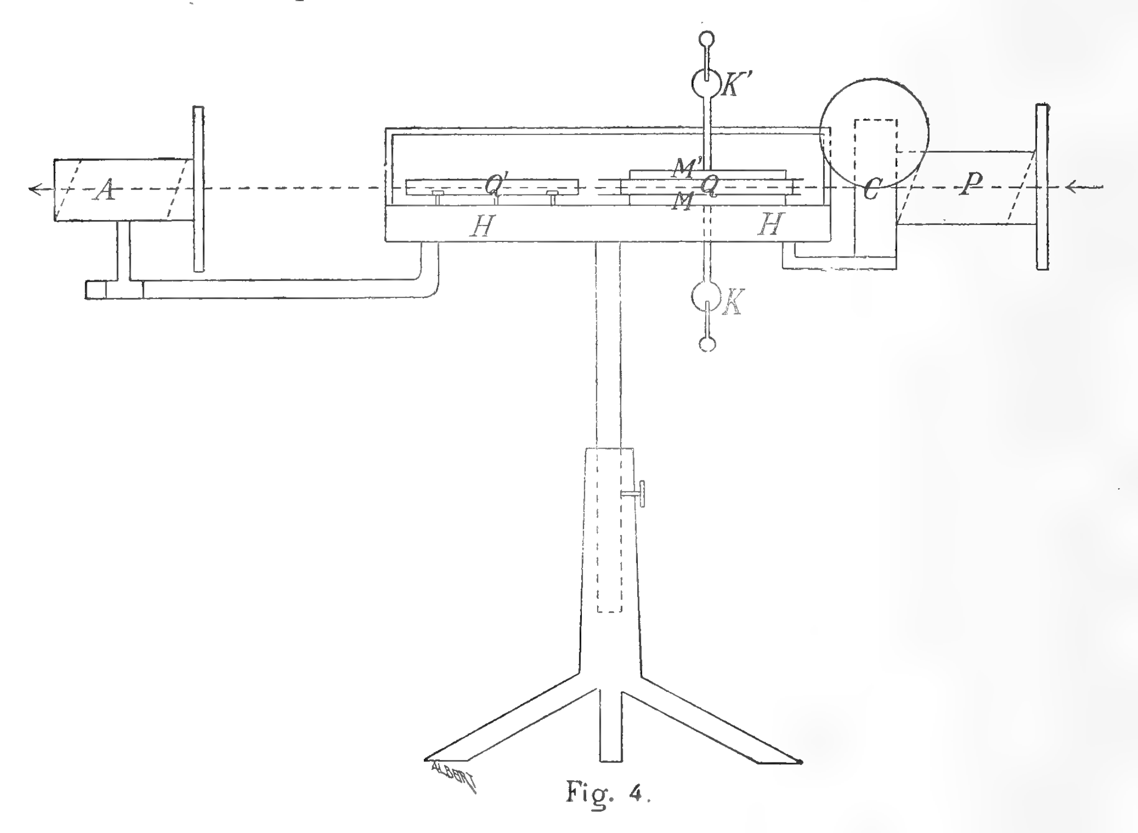


Fig. 4.

Da die Belegungen *M M'* der Breitseiten der Platte *Q* etwas kleiner waren als die Plattenoberflächen, so konnte das einer bestimmten Aenderung des Gang-

unterschiedes entsprechende Potential nicht aus der zuvor bestimmten elektrooptischen Constante e_{11} des Quarzes berechnet werden, sondern musste direct durch Beobachtung des Gangunterschiedes für bestimmte Entladungspotentiale ermittelt werden. Es wurde so im Mittel aus einer grösseren Reihe von Beobachtungen gefunden, dass eine Drehung der Compensatorschraube um 1 Trommeltheil einer Potentialänderung von 0,190 absoluten Einheiten entsprach. Die Genauigkeit der einzelnen Einstellung betrug etwa 1 Trommeltheil; doch musste erst Temperaturgleichgewicht in den beiden Quarzplatten eingetreten sein, da sich andernfalls in Folge der Abhängigkeit der Doppelbrechung von der Temperatur die Nullstellung des Streifens stark verschob.

II. Theil.

Natriumchlorat.

Das Natriumchlorat, $NaClO_3$, krystallisirt aus wässeriger Lösung in schönen würfelförmigen Krystallen, an welchen häufig auch die Flächen des Rhombendodekaëders, eines Tetraëders und Pentagondodekaëders auftreten. Durch das Zusammenvorkommen der beiden letzteren erweisen sich die Krystalle als der Tetartoëdrie des regulären Systems angehörig, und damit steht auch ihre Eigenschaft, die Polarisationsebene des Lichtes, wie active isotrope Körper, zu drehen, in Einklang. Rechte und linke Krystalle finden sich meist in derselben Krystallisation nebeneinander.

Diesen Symmetrieverhältnissen gemäss ist zu erwarten, dass die Krystalle des $NaClO_3$ piëzoelektrisch erregbar sein und im elektrischen Felde optische Aenderungen erleiden müssen. Das Vorhandensein der Piëzo- und Pyroelektricität bei ihnen ist in der That schon länger bekannt[1]), und neuerdings sind diese Eigenschaften von den Herren Hankel und Lindenberg[2]) eingehender untersucht worden, jedoch nur nach der von ersterem Forscher schon vielfach angewandten Methode, welche keine quantitativen Resultate zu liefern vermag. Es sei daher von den Ergebnissen jener Untersuchung nur erwähnt, dass an würfelförmigen Krystallen, welche längs einer Diagonale gepresst wurden, dasjenige Ende dieser Diagonale, an welchem eine Tetraëderfläche lag, positiv elektrisch wurde, an tetraëdrischen Krystallen dagegen umgekehrt die Ecke, auf welche der Druck ausgeübt wurde. Das letztere Verhalten stimmt mit den Angaben von J. und P. Curie überein[3]).

Ueber das Verhalten des $NaClO_3$ bei dielektrischer Polarisation liegen bisher keinerlei Beobachtungen vor, ebensowenig über die Aenderung seiner optischen Eigenschaften durch Druck.

---

1) J. u. P. Curie, Compt. rend. **91**, 294, 383. 1880.

2) Elektrische Untersuchungen XIX, Abhandl. d. k. sächs. Ges. d. Wiss. **18**, 361—405. 1892.

3) J. u. P. Curie, l. c. p. 384.

Das natürliche Drehungsvermögen ist von Hrn. Sohncke[1]) eingehend untersucht worden; die Resultate für verschiedene Farben sind folgende:

Spectrallinie:	C	D	E	F	G
Spec. Drehungsvermögen:	2,52°	3,16°	3,96°	4,61°	5,89°.

Der Brechungsindex für Na-Licht hat nach Dussaud[2]) den Werth 1,51510.

§ 1. **Allgemeine Formeln.**

Wählt man zu Coordinatenaxen X^0, Y^0, Z^0 die Würfelnormalen und berücksichtigt, dass dieselben in der tetartoëdrischen Gruppe des regulären Systems drei gleichwerthige zweizählige Symmetrieaxen sind, so nimmt der allgemeine Ansatz 6) folgende einfache Form an:

19) $$\begin{gathered} B_{11} - \omega^{0^2} = B_{22} - \omega^{0^2} = B_{33} - \omega^{0^2} = 0, \\ B_{23} = e_{41} a, \quad B_{31} = e_{41} b, \quad B_{12} = e_{41} c. \end{gathered}$$

Die durch die dielektrische Polarisation a, b, c hervorgerufene Doppelbrechung ist also bestimmt durch das Ovaloid

$$\varrho^2 = \omega^{0^2} + 2e_{41}(a\nu^0\pi^0 + b\pi^0\mu^0 + c\mu^0\nu^0),$$

und die Gleichungen 3) und 4) zur Bestimmung der Hauptaxen desselben nehmen die specielle Form an:

20) $$\left| \begin{aligned} a(\beta_2\gamma_3 + \beta_3\gamma_2) + b(\beta_3\gamma_1 + \beta_1\gamma_3) + c(\beta_1\gamma_2 + \beta_2\gamma_1) &= 0 \\ a(\gamma_2\alpha_3 + \gamma_3\alpha_2) + b(\gamma_3\alpha_1 + \gamma_1\alpha_3) + c(\gamma_1\alpha_2 + \gamma_2\alpha_1) &= 0 \\ a(\alpha_2\beta_3 + \alpha_3\beta_2) + b(\alpha_3\beta_1 + \alpha_1\beta_3) + c(\alpha_1\beta_2 + \alpha_2\beta_1) &= 0 \end{aligned} \right.$$

21) $$\left| \begin{aligned} \omega_x^2 &= \omega_0^2 + 2e_{41}(a\alpha_2\alpha_3 + b\alpha_3\alpha_1 + c\alpha_1\alpha_2) \\ \omega_y^2 &= \omega_0^2 + 2e_{41}(a\beta_2\beta_3 + b\beta_3\beta_1 + c\beta_1\beta_2) \\ \omega_z^2 &= \omega_0^2 + 2e_{41}(a\gamma_2\gamma_3 + b\gamma_3\gamma_1 + c\gamma_1\gamma_2). \end{aligned} \right.$$

Dies gilt im Falle, dass keine Circularpolarisation vorhanden ist. Wenn der Krystall ursprünglich circularpolarisirend ist, sodass sich also in jeder Richtung eine rechts- und eine linksrotirende circulare Schwingung mit verschiedenen Geschwindigkeiten ω_r^0 und ω_l^0 fortpflanzen, so kann man aus der zuvor für fehlende Circularpolarisation bestimmten Doppelbrechung das wirklich eintretende optische Verhalten leicht berechnen, sofern man annimmt, dass sich die Kräfte, welche die Circularpolarisation bedingen, denjenigen, welche bei der reinen Doppelbrechung wirksam wären, einfach superponiren. Unter dieser naheliegenden

1) L. Sohncke, Wied. Ann. 3, 516. 1878.

2) F. Dussaud, La réfraction et dispersion du chlorate de soude cristallisé. Dissertation. Genf 1892.

Voraussetzung, welche auch in fast allen optischen Theorien[1]) gemacht wird, welche für das Verhalten activer krystallinischer Medien aufgestellt worden sind, ergiebt sich, dass sich in jeder Richtung im Allgemeinen zwei elliptisch polarisirte Wellen fortpflanzen mit Geschwindigkeiten ω_l, ω_r, die gegeben sind durch

22) $$\left.\begin{matrix}\omega_l^2 \\ \omega_r^2\end{matrix}\right\} = \tfrac{1}{2}(\omega_1^2 + \omega_2^2) \pm \tfrac{1}{2}\sqrt{(\omega_1^2 - \omega_2^2)^2 + (\omega_l^{0^2} - \omega_r^{0^2})^2}.$$

Darin bezeichnen ω_1, ω_2 die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten, welche für die betreffende Richtung gelten würden, wenn keine Circularpolarisation vorhanden wäre, und welche in gewöhnlicher Weise aus dem Ovaloid abzuleiten sind. Wird in 22) immer der absolute Werth der Quadratwurzel genommen, so gilt das obere Vorzeichen für ω_l, das untere für ω_r im Falle eines linken Krystalles, umgekehrt im Falle eines rechten. Ferner ergiebt sich folgender Ausdruck für das Axenverhältniss der Schwingungsellipse der links rotirenden Welle:

23) $$\varkappa_1 = \frac{\omega_l^2 - \omega_1^2}{\omega_l^2 - \omega_2^2} = \frac{\sqrt{(\omega_1^2 - \omega_2^2)^2 + (\omega_l^{0^2} - \omega_r^{0^2})^2} - (\omega_1^2 - \omega_2^2)}{\sqrt{(\omega_1^2 - \omega_2^2)^2 + (\omega_l^{0^2} - \omega_r^{0^2})^2} + (\omega_1^2 - \omega_2^2)}.$$

Das Axenverhältniss für die rechts rotirende Welle ist der reciproke Werth des vorstehenden, d. h. die beiden Schwingungsellipsen sind einander ähnlich und haben gekreuzt liegende grosse Axen, welche in diejenigen Richtungen fallen, welche bei fehlendem Drehungsvermögen die Schwingungsrichtungen sein würden.

Die Formeln 22) und 23) reichen aus zur Berechnung aller im polarisirten Lichte in zugleich optisch activen und doppeltbrechenden Krystallen zu beobachtenden Erscheinungen, und soweit die aus ihnen gezogenen Folgerungen bisher durch die Beobachtungen geprüft worden sind, was am natürlichen Quarz in eingehender Weise, u. A. von Hrn. B. Hecht[2]), und am durch seitlichen Druck optisch zweiaxig gemachten Quarz von F. Beaulard[3]) und Monnory[4]) geschehen ist, wurden sie gut bestätigt gefunden. Da ausserdem die den Formeln zu Grunde liegende Voraussetzung einen hohen Grad von Wahrscheinlichkeit besitzt, so kann man dieselben ohne Bedenken zum Ausgangspunkt der weiteren Rechnung nehmen.

Es ist danach ersichtlich, dass es zunächst darauf ankommt, die Lichtgeschwindigkeiten zu berechnen, welche bei Abwesenheit der Activität stattfinden würden; ausserdem muss natürlich die Stärke der Circularpolarisation, also $\omega_r^{0^2} - \omega_l^{0^2}$, gegeben sein.

---

1) Vergl. z. B. W. Voigt, Wied. Ann. **19**, 899. 1883. Auch die Untersuchung von Gouy (Journ. de phys. (2) **4**, 149. 1885) kommt auf dasselbe hinaus und führt zu den obigen Formeln.

2) B. Hecht, Wied. Ann. **20**, 426. 1883; **30**, 274. 1887.

3) Beaulard, Compt. rend. **111**, 173. 1890. **112**, 1503. 1891. Journ. de phys. (3) **2**, 393—407, 459—478. 1893.

4) Monnory, Compt. rend. **112**, 428. 1891.

Im vorliegenden Falle des durch Einwirkung der dielektrischen Polarisation doppeltbrechend gemachten Natriumchlorats sind also ω_1, ω_2 und die Hauptaxenrichtungen der Schwingungsellipsen in der gewöhnlichen Weise mit Hülfe des durch die Formeln 19), 20), 21) gegebenen Ovaloids zu bestimmen; nur ist noch die Bedeutung von ω^0 in jenen Formeln dahin zu präcisiren, dass darunter der Mittelwerth aus ω_r^0 und ω_l^0, die sich übrigens nur äusserst wenig unterscheiden, zu verstehen ist.

In analoger Weise ist zur theoretischen Untersuchung der durch elastische Deformationen verursachten Aenderungen des optischen Verhaltens — das $NaClO_3$ wird durch dieselben im Allgemeinen optisch zweiaxig mit elliptischer Polarisation — zunächst der Ansatz zu benutzen, welcher für nicht active reguläre Krystalle (aller 5 Gruppen) gilt, nämlich:

24)
$$\left|\begin{aligned} B_{11}-\omega_0^2 &= a_{11}x_x+a_{12}(y_y+z_z)\\ B_{22}-\omega_0^2 &= a_{11}y_y+a_{12}(z_z+x_x)\\ B_{33}-\omega_0^2 &= a_{11}z_z+a_{12}(x_x+y_y)\\ B_{23} &= a_{44}y_z\\ B_{31} &= a_{44}z_x\\ B_{12} &= a_{44}x_y.\end{aligned}\right.$$

Der Ansatz 7) der Voigt'schen Theorie für die piëzoelektrische Erregung nimmt für regulär-tetartoëdrische Krystalle, ebenfalls bezogen auf die Würfelnormalen als Coordinatenaxen, die sehr einfache Form an:

25) $$a=-\delta_{14}Y_z,\qquad b=-\delta_{14}Z_x,\qquad c=-\delta_{14}X_y,$$

enthält also nur eine Constante, wie die Formeln 19).

Dementsprechend sind zufolge 8), worin noch $\varkappa_1=\varkappa_2=\varkappa_3=\varkappa$ wird, die Deformationen im elektrischen Felde gegeben durch

26)
$$\begin{gathered} x_x=y_y=z_z=0,\\ y_z=\frac{\delta_{14}}{\varkappa}a,\qquad z_x=\frac{\delta_{14}}{\varkappa}b,\qquad x_y=\frac{\delta_{14}}{\varkappa}c.\end{gathered}$$

Schliesslich reduciren sich auch die Constanten e'_{mn} der Gleichungen 6') auf eine einzige $e'_{41}=e'_{52}=e'_{63}$, welche nach 9) mit δ_{14} und a_{44} durch nachstehende Relation zusammenhängt:

27) $$e'_{41}\cdot\varkappa=a_{44}\delta_{14}.$$

Um die im § 1 des I. Theils aufgeworfene Frage zu entscheiden, kommt es demnach beim Natriumchlorat darauf an, die elektrooptische Constante e_{41}, die piëzoelektrische δ_{14}, und die eine piëzooptische Constante a_{44} experimentell zu bestimmen. In welcher Weise dies geschehen kann und ausgeführt worden ist, soll in den folgenden Paragraphen erörtert werden.

§ 2. Theorie der beobachteten elektrooptischen Erscheinungen.

a. *Bestimmung des Ovaloids für specielle Richtungen des Momentes.*

Es soll jetzt die Doppelbrechung, wie sie ohne Circularpolarisation eintreten würde, für die Fälle untersucht werden, dass die elektrischen Kraftlinien, mit welchen bei regulären Krystallen die Richtung des inducirten Momentes zusammenfällt, entweder einer Fläche des Würfels oder einer des Rhombendodekaëders parallel sind. Bei den Beobachtungen hatten dieselben zwar nur die noch specielleren Richtungen einer Würfel-, Dodekaëder- und Octaëdernormale; aber um den Zusammenhang der Erscheinungen übersehen zu können, empfiehlt es sich, die Richtung innerhalb einer der bezeichneten Ebenen zunächst beliebig zu lassen.

I. Die Kraftlinien liegen parallel einer Würfelfläche — der X^0Y^0-Ebene — und bilden mit der X^0-Axe den Winkel Φ, positiv gerechnet gegen die $+Y^0$-Axe hin.

Dann ist

$$a = m\cos\Phi, \qquad b = m\sin\Phi, \qquad c = 0,$$

wenn m das inducirte Gesammtmoment $= -\varkappa\dfrac{\partial V}{\partial n}$ bezeichnet.

Die Gleichungen 20) werden daher

$$20') \quad \left| \begin{array}{l} \gamma_3(\beta_2\cos\Phi + \beta_1\sin\Phi) + \beta_3(\gamma_2\cos\Phi + \gamma_1\sin\Phi) = 0, \\ \gamma_3(\alpha_2\cos\Phi + \alpha_1\sin\Phi) + \alpha_3(\gamma_2\cos\Phi + \gamma_1\sin\Phi) = 0, \\ \alpha_3(\beta_2\cos\Phi + \beta_1\sin\Phi) + \beta_3(\alpha_2\cos\Phi + \alpha_1\sin\Phi) = 0, \end{array} \right.$$

und es wird ihnen genügt durch

$$28) \quad \left| \begin{array}{l} \alpha_1 = \cos\Phi, \quad \alpha_2 = -\sin\Phi, \quad \alpha_3 = 0, \\ \beta_1 = \gamma_1 = \sqrt{\tfrac{1}{2}}\sin\Phi, \\ \beta_2 = \gamma_2 = \sqrt{\tfrac{1}{2}}\cos\Phi, \\ \beta_3 = -\sqrt{\tfrac{1}{2}}, \quad \gamma_3 = +\sqrt{\tfrac{1}{2}}. \end{array} \right.$$

Diese Werthe der Richtungscosinus lehren, dass eine der optischen Symmetrieaxen, — hier die zur X-Axe gewählte —, ebenfalls in der X^0Y^0-Ebene liegt und zwar in Bezug auf die X^0-Axe symmetrisch zur Richtung des Momentes m, und ferner, dass die beiden anderen Symmetrieaxen (Y, Z) symmetrisch (also unter 45° geneigt) zu beiden Seiten der X^0Y^0-Ebene liegen. (Vergl. nebenstehende Figur). Dies gilt, wie immer bei regulären Krystallen, ganz unabhängig von der Grösse des Momentes.

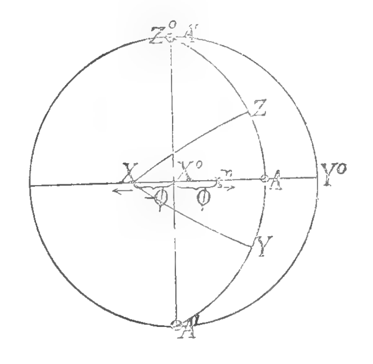


Fig. 5.

Die Gleichungen 21) geben nach Einsetzen

der Werthe $a = m \cos \Phi$, $b = m \sin \Phi$, $c = 0$ und derjenigen von $\alpha_1 \ldots \gamma_3$ aus 28):

29)
$$\begin{array}{l|l} & \omega_x^2 = \omega^{0^2}, \\ & \omega_y^2 = \omega^{0^2} - e_{41} m, \\ & \omega_z^2 = \omega^{0^2} + e_{41} m. \end{array}$$

Demnach ändern sich die Hauptlichtgeschwindigkeiten nicht, wenn sich das Moment m bei constant bleibender Grösse in der $X^0 Y^0$-Ebene dreht; immer ist der Krystall optisch zweiaxig, und zwar die Ebene der optischen Axen (A, A' in Fig. 5) die YZ-Ebene, d. h. senkrecht zur $X^0 Y^0$-Ebene, und der Winkel zwischen den optischen Axen ist stets gleich 90^0. Dieses merkwürdige Verhalten lässt sich auch so beschreiben: Liegt das Moment parallel einer Würfelfläche, so ist die eine optische Axe stets senkrecht zu dieser Würfelfläche, während die andere parallel der letzteren liegt und zwar zur Richtung des Momentes symmetrisch in Bezug auf eine zu jener Würfelfläche senkrechte Rhombendodekaëderfläche.

Wir wollen nun dem Moment diejenigen speciellen Richtungen beilegen, welche es bei den später zu besprechenden Beobachtungen besass.

Ia. Das Moment fällt in eine Würfelnormale, z. B. X^0; es ist $\Phi = 0$.

Dann sind dem obigen allgemeinen Satz zufolge die optischen Axen die beiden anderen Würfelnormalen.

Demnach muss die stärkste Doppelbrechung, entsprechend der Differenz $\omega_z^2 - \omega_y^2 = 2 e_{41} m$, in der Richtung der Kraftlinien zu beobachten sein, halb so starke in der Richtung der zu letzteren senkrechten Dodekaëdernormalen, und gar keine in der Richtung der beiden anderen Würfelnormalen.

Die Schwingungsrichtungen (eigentlich die grossen Axen der Schwingungsellipsen) müssen bei Beobachtung parallel den Kraftlinien in die zu letzteren senkrechten Dodekaëdernormalen (also die Diagonalen der betrachteten Würfelfläche) fallen, bei Beobachtung in irgend einer Richtung senkrecht zu den Kraftlinien aber parallel bezw. senkrecht zu diesen letzteren sein.

Ib. Das Moment hat die Richtung einer Dodekaëdernormale, also etwa der Halbirungslinie des Winkels (X^0, Y^0), für welche $\Phi = 45^0$ ist.

Die eine optische Axe ist wie zuvor parallel Z^0, die andere aber parallel den Kraftlinien. Es kann demnach weder bei Beobachtung in der Richtung der Kraftlinien, noch auf der zu den letzteren parallelen Würfelfläche eine elektrooptische Wirkung zu beobachten sein. Das Maximum der Doppelbrechung, wiederum gegeben durch $2 e_{41} m$, findet statt parallel der zu den Kraftlinien senkrechten Dodekaëdernormale, der Halbirungslinie des Winkels (X^0, $-Y^0$); die entsprechenden Schwingungsrichtungen bilden die Winkel $\pm 45^0$ mit den Kraftlinien.

II. Die Kraftlinien sind parallel einer Dodekaëderfläche — wir wollen annehmen der Halbirungsebene des Winkels zwischen der $Z^0 X^0$-

und $Z^0 Y^0$-Ebene. Der Winkel, welchen sie mit der Z^0-Axe bilden, positiv gerechnet im ersten Octanten, werde mit Θ bezeichnet; dann ist

$$a = b = m\sqrt{\tfrac{1}{2}}\sin\Theta, \qquad c = m\cos\Theta.$$

Man genügt den beiden letzten der Gleichungen 20) identisch, wenn man setzt:

30)
$$\begin{aligned} \alpha_1 &= -\alpha_2 = \sqrt{\tfrac{1}{2}}, & \alpha_3 &= 0, \\ \beta_1 &= \beta_2 = \sqrt{\tfrac{1}{2}}\cos\vartheta, & \beta_3 &= -\sin\vartheta, \\ \gamma_1 &= \gamma_2 = \sqrt{\tfrac{1}{2}}\sin\vartheta, & \gamma_3 &= \cos\vartheta. \end{aligned}$$

Damit dann auch die erste Gl. 20) erfüllt sei, muss ϑ der Relation genügen

$$\sin\Theta\cos 2\vartheta + \tfrac{1}{2}\cos\Theta\sin 2\vartheta = 0$$

oder

30′)
$$\operatorname{tg} 2\vartheta = -2\operatorname{tg}\Theta.$$

Hiernach ist

$$\begin{aligned} &\text{für } 0 < \Theta < 54^0\,44' < \Theta < 90^0 \\ &\quad 90^0 > \vartheta > 54^0\,44' > \vartheta > 45^0, \end{aligned}$$

d. h. wenn die Momentrichtung m sich von der Z^0-Axe aus gegen die $X^0 Y^0$-Ebene hin dreht, so bewegt sich die optische Symmetrieaxe Z, welche immer mit Z^0 und m in derselben Ebene liegt, umgekehrt aus der $X^0 Y^0$-Ebene gegen Z^0 hin, erreicht aber dabei nur die Halbirungslinie des von m durchlaufenen Quadranten. In der Octaëdernormale (für $\Theta = 54^0\,44'$) fallen die Richtungen von m und Z zusammen. Da $\alpha_3 = 0$ und $\alpha_1 = -\alpha_2 = \sqrt{\tfrac{1}{2}}$ ist, so ist die optische Symmetrieaxe X stets senkrecht zu der von m durchlaufenen Dodekaëderebene, und die letztere also eine optische Symmetrieebene. (Vgl. Figur 6).

Fig. 6.

Die Gleichungen 21) werden jetzt:

31)
$$\left|\begin{aligned} \omega_x^2 &= \omega^{0^2} - m\,e_{41}\cos\Theta, \\ \omega_y^2 &= \omega^{0^2} + m\,e_{41}(\cos\Theta\cos^2\vartheta - \sin\Theta\sin 2\vartheta), \\ \omega_z^2 &= \omega^{0^2} + m\,e_{41}(\cos\Theta\sin^2\vartheta + \sin\Theta\sin 2\vartheta). \end{aligned}\right.$$

Daraus ist ersichtlich, dass der Krystall ebenfalls im Allgemeinen optisch zweiaxig wird, jedoch mit einem Axenwinkel und Differenzen der Hauptlichtgeschwindigkeiten, die mit der Richtung des Momentes variiren. Die Ebene der optischen Axen ist senkrecht zu der das Moment enthaltenden Dodekaëderebene, solange $\Theta < 54^0\,44'$ ist, dagegen parallel derselben für $\Theta > 54^0\,44'$. Wenn $\Theta = 54^0\,44'$ wird, d. h. das Moment in die Richtung der Octaëdernormale

fällt — welcher Fall gerade für die Beobachtungen in Betracht kommt —, so wird $\vartheta = \Theta$, $\cos\Theta = \sqrt{\frac{1}{3}}$, $\sin\Theta = \sqrt{\frac{2}{3}}$, $\sin 2\vartheta = \frac{2}{3}\sqrt{2}$, folglich

$$31') \quad \left| \begin{array}{l} \omega_x^2 = \omega_y^2 = \omega^{0^2} - \dfrac{m}{\sqrt{3}} e_{41}, \\ \omega_z^2 = \omega^{0^2} + 2\dfrac{m}{\sqrt{3}} e_{41}; \end{array} \right.$$

somit wird dann der Krystall optisch einaxig mit einer durch

$$\omega_z^2 - \omega_x^2 = \sqrt{3} \cdot m e_{41}$$

gegebenen Stärke der Doppelbrechung und natürlich mit zu den Kraftlinien paralleler optischer Axe. —

Die nach dem Vorhergehenden sich ergebende Lage der Schwingungsrichtungen für verschiedene Fortpflanzungsrichtungen bei den drei betrachteten Lagen des Momentes — parallel einer Würfel-, Dodekaëder- und Octaëdernormale — liefert bereits eine gute Prüfung der allgemeinen, d. h. lediglich auf den Ansatz 19) begründeten Theorie. Infolge des Drehungsvermögens des Natriumchlorats haben diese Schwingungsrichtungen hier aber thatsächlich die Bedeutung der Hauptaxen der Schwingungsellipsen, und es fragt sich daher, wie dieselben durch Beobachtungen ermittelt werden können. Mit dieser Aufgabe wollen wir uns im folgenden Abschnitt (b) beschäftigen. Die Bezeichnung „Schwingungsrichtungen" wollen wir der Kürze wegen beibehalten, da ja nach der vorhergehenden Erörterung kein Zweifel entstehen kann, was damit gemeint ist.

b. Bestimmung der Schwingungsrichtungen.

Lässt man durch eine ursprünglich optisch isotrope, circularpolarisirende Krystallplatte polarisirtes homogenes Licht hindurchgehen und beobachtet durch einen Analysator, den man so gestellt hat, dass er das austretende Licht gerade auslöscht, so wird, wenn man nun die Platte durch äussere Einwirkung anisotrop, also elliptisch polarisirend macht, eine Aufhellung der Platte eintreten, welche auch durch keinerlei Drehung des Analysators und Polarisators ganz wieder zum Verschwinden zu bringen ist. Es giebt aber gewisse Stellungen der letzteren, für welche die Aufhellung ein Minimum wird, und die Aufsuchung dieser Stellungen der Nicols kann dazu dienen, die Hauptaxenrichtungen der Schwingungsellipsen („Schwingungsrichtungen") der beiden sich in der Beobachtungsrichtung im Krystall fortpflanzenden Wellen zu ermitteln. Um zu sehen, wie dies möglich ist, hat man die Intensität des aus dem Analysator austretenden Lichtes zunächst unter der Annahme zu berechnen, dass die Nicolhauptschnitte gegen die Schwingungsrichtungen ξ, η des Krystalls beliebig stehen, unter einander aber denjenigen Winkel bilden, für welchen bei isotroper Krystallplatte Auslöschung stattfindet, also den Winkel $L\dfrac{\delta^0}{2}$, falls L die Dicke der

Platte in der Beobachtungsrichtung, $\frac{\delta^0}{2}$ ihr specifisches Drehungsvermögen — positiv gerechnet als Linksdrehung — für die benutzte Lichtsorte bezeichnet. Sodann ist zu untersuchen, wie man die Krystallplatte gegen die Nicols, oder, der Anordnung bei den Versuchen entsprechend, die Nicols unter Beibehaltung ihrer gegenseitigen Stellung gegen den Krystall zu drehen hat, damit die Intensität bei gegebener Stärke der Doppelbrechung ein Minimum wird.

Es seien ψ und i die Winkel, welche die Schwingungsebenen im Analysator und Polarisator mit der Schwingungsrichtung ξ bilden, positiv gerechnet entgegen dem Sinne des Uhrzeigers; dann ist zufolge der obigen Festsetzung über ihre gegenseitige Stellung

$$\psi = i + \frac{\pi}{2} + L\frac{\delta^0}{2}.$$

Wird das Verhältniss $\frac{\omega_1^2 - \omega_2^2}{\omega_r^{0^2} - \omega_l^{0^2}}$, welches der Stärke der durch die äussere Einwirkung erzeugten Doppelbrechung proportional ist, mit x bezeichnet, so sind zufolge 23) die Axenverhältnisse der beiden Schwingungsellipsen $\varkappa_1 = \sqrt{1+x^2} - x$ und $\varkappa_2 = \sqrt{1+x^2} + x$, und ist nach 22) die Phasenverzögerung der rechts rotirenden Welle gegen die links rotirende gleich $L\delta^0\sqrt{1+x^2}$; letztere ist nämlich im Falle reiner Circularpolarisation $= L\delta^0$ und wird durch das Hinzukommen der Doppelbrechung zufolge der sich aus 22) ergebenden Gleichung

$$\omega_l^2 - \omega_r^2 = \pm\sqrt{(\omega_1^2 - \omega_2^2)^2 + (\omega_l^{0^2} - \omega_r^{0^2})^2}$$

im Verhältniss $\sqrt{1+x^2}$ vergrössert. — Eine elementare Rechnung ergiebt dann folgenden Ausdruck für die resultirende Intensität, worin A^2 einen constanten Factor bezeichnet:

$$J = A^2 \Big\{ \tfrac{1}{2} - \left(\frac{\varkappa_1}{\varkappa_1^2+1}\right)^2 \cos 2i \Big[\cos(2i + L\delta^0)\cdot\Big(2\cos(L\delta^0\sqrt{1+x^2}) + \tfrac{1}{2}(\varkappa_2 - \varkappa_1)^2\Big)$$
$$+ \sin(2i + L\delta^0)\cdot(\varkappa_1 + \varkappa_2)\sin(L\delta^0\sqrt{1+x^2})\Big]$$
$$+\left(\frac{\varkappa_1}{\varkappa_1^2+1}\right)^2 \sin 2i\Big[(\varkappa_2+\varkappa_1)\cos(2i+L\delta^0)\sin(L\delta^0\sqrt{1+x^2}) - \tfrac{1}{2}(\varkappa_2+\varkappa_1)^2\sin(2i+L\delta^0)\cos(L\delta^0\sqrt{1+x^2})\Big]\Big\}.$$

Die Bedingung dafür, dass J bei constantem x (und $\varkappa_1$, $\varkappa_2$) durch Aenderung von i ein Maximum oder Minimum wird, also $\frac{\partial J}{\partial i} = 0$, nimmt die einfache Form an

$$(\varkappa_2 - \varkappa_1)^2 \sin^2\left(\frac{L\delta^0}{2}\sqrt{1+x^2}\right)\cdot\sin(4i + L\delta^0) = 0.$$

Da für ein beliebiges, gegebenes x die Factoren $(\varkappa_2 - \varkappa_1)^2 = 4x^2$ und $\sin^2\frac{L\delta^0\sqrt{1+x^2}}{2}$ nicht verschwinden können, so muss sein

$$4i + L\delta^0 = n\pi,$$

$$i = -\frac{L\delta^0}{4} + n\frac{\pi}{4}, \qquad (n = 0, 1, 2, 3 \ldots).$$

Von diesen Werthen entsprechen diejenigen den Minimis von J, welche es für sehr kleines x thun würden, vorausgesetzt, dass $\frac{1}{2}L\delta^0\sqrt{1+x^2}$ noch $< \pi$ ist, welche Bedingung bei allen untersuchten Krystallen von Natriumchlorat erfüllt war. Durch Entwicklung des Ausdruckes für J nach Potenzen von x sieht man nun leicht, dass dies die Werthe $-\frac{L\delta^0}{4} + 2n\frac{\pi}{4}$ sind. Also treten die Minima der Intensität ein für die durch

32) $$i = -\frac{L\delta^0}{4} + n\frac{\pi}{2}, \qquad (n = 0, 1, 2, 3),$$

gegebenen Stellungen des Polarisators, wenn zugleich der Analysator auf

32′) $$\psi = +\frac{L\delta^0}{4} + (n+1)\frac{\pi}{2}$$

gestellt ist. Man erkennt hieraus, dass die Minimumstellungen diejenigen sind, bei welchen die Schwingungsebene des Polarisators und die zur Schwingungsebene des Analysators senkrechte Ebene symmetrisch zu einer der Schwingungsrichtungen des Krystalls liegen, indem sie mit letzterer die Winkel $\pm\frac{L\delta^0}{4}$ (gleich der halben ursprünglichen Drehung der Polarisationsebene) bilden. Hierdurch ist es möglich, die Schwingungsrichtungen auch ohne Kenntniss der Drehung $\frac{L\delta^0}{2}$ zu bestimmen: man braucht nämlich nur beide Nicols unabhängig von einander so zu drehen, dass die Intensität oder auch, da ja die Bedingung für das Minimum unabhängig von x ist, der Wechsel der Intensität bei variirendem x möglichst gering wird; dann sind die gesuchten Schwingungsrichtungen die Halbirungslinien der Winkel zwischen der Schwingungsrichtung des Polarisators und der Normalen zur Schwingungsrichtung des Analysators. Sind also i' und ψ' die in Bezug auf eine beliebige feste Richtung, etwa eine Krystallkante, gerechneten Azimuthe der Hauptschnitte des Polarisators und Analysators bei deren in der eben angegebenen Weise ausgeführten Einstellung, so sind die auf dieselbe feste Richtung bezogenen Azimuthe der Schwingungsrichtungen im Krystall zufolge 32) und 32′):

32″) $$\varphi = \tfrac{1}{2}\left(i' + \psi' - \frac{\pi}{2}\right) + n\frac{\pi}{2}.$$

Diese Bestimmungsmethode hat den grossen Vortheil, auch mit Anwendung von weissem Licht ausführbar zu sein. Die Minima treten zwar für die verschiedenen Farben bei verschiedenen Stellungen der Nicols ein; allein es giebt eine gewisse blau-violette Farbe — complementär zum intensivsten Gelb — bei

welcher die Intensitätsänderungen bei Weitem am deutlichsten wahrnehmbar sind. Man wird also die Nicols in eine solche gegenseitige Stellung bringen, dass die Platte in dieser empfindlichen Färbung erscheint, und dieselben dann beide so drehen, dass der bei wechselnder Doppelbrechung der Platte (also in wechselndem elektrischen Felde) eintretende Intensitäts- oder eigentlich Farbenwechsel möglichst schwach wird. Dabei ist es nun gar nicht wesentlich, dass man immer genau die gleiche Farbennuance wählt; denn die wie oben angegeben bestimmten Halbirungslinien der Winkel zwischen den Nicolhauptschnitten liefern immer — wenigstens mit grosser Annäherung — die Schwingungsrichtungen im Krystall, welche selbst ja für alle Farben gleiche Lage haben. Messungen, welche nach dieser Methode ausgeführt wurden, werden im nächsten § mitgetheilt werden. Es sei noch hervorgehoben, dass der Farbenwechsel bei denjenigen (von den zuvor bestimmten um 45° verschiedenen) Stellungen des Nicols, wo er am stärksten wird, die an sich sehr geringe elektrooptische Wirkung der dielektrischen Polarisation im Natriumchlorat ausserordentlich deutlich hervortreten lässt, so dass diese, unten in ihren Einzelheiten zu beschreibende Versuchsanordnung auch zur Demonstration wohl geeignet wäre.

Uebrigens ist die Dicke L der Platte von Einfluss auf die Deutlichkeit des Intensitäts- bezw. Farbenwechsels und besonders auf die Schärfe der Minima. Der für $i = -\frac{L\delta^0}{4} + n\frac{\pi}{2}$ eintretende Minimalwerth von J ist nämlich:

$$J_{Min} = A^2 \left\{ \sin\left[\frac{L\delta^0}{2}(1-\sqrt{1+x^2})\right] + \frac{\sqrt{1+x^2}-1}{\sqrt{1+x^2}} \cos\frac{L\delta^0}{2} \sin\left[\frac{L\delta^0}{2}\sqrt{1+x^2}\right] \right\}^2,$$

also abhängig von $L\delta^0$ und zwar derart, dass er zunächst mit dieser Grösse wächst; solange x^2 sehr klein ist, kann man setzen

$$J_{Min} = \frac{A^2 x^4}{16}(\sin L\delta^0 - L\delta^0)^2.$$

Berechnet man ebenso den Maximalwerth von J, so findet man

$$J_{Max} : J_{Min} = 1 + \frac{16}{x^2}\left(\frac{\sin\frac{L\delta^0}{2}}{\sin L\delta^0 - L\delta^0}\right)^2.$$

Für kleines $L\delta^0$, also geringe Dicke L der Krystallplatte, ist das zweite Glied sehr gross, also auch der Unterschied zwischen dem Maximum und Minimum der Intensität oder des Intensitäts- (bezw. Farben-)Wechsels verhältnissmässig sehr gross; beim Minimum verschwindet dann die Wirkung so gut wie vollständig. Lässt man aber L wachsen, so nähert sich das obige Verhältniss mehr und mehr dem Werthe 1, den es erreicht für $\frac{L\delta^0}{2} = \pi$, was für gelbes Licht allerdings erst bei der Dicke L = ca. 57 mm eintreten würde. Vorstehende Ueberlegung lehrt, dass es bei der Bestimmung der Schwingungsrichtungen

nicht zweckmässig ist, sehr dicke Krystalle anzuwenden, was man wegen des mit der Dicke zunehmenden Gangunterschiedes zunächst vermuthen könnte. —

c. Bestimmung der Gangunterschiede mit dem Compensator.

Die Aenderung des Gangunterschiedes in einem elliptisch polarisirenden Krystall kann nicht unmittelbar am Compensator abgelesen werden, wie bei gewöhnlicher Doppelbrechung; es lässt sich aber eine Gleichung aufstellen, welche die Bestimmung der Grösse $x = \frac{\omega_1^2 - \omega_2^2}{\omega_r^{0^2} - \omega_l^{0^2}}$ aus Compensatorbeobachtungen gestattet. Dies soll für den Fall geschehen, dass die Krystallplatte in der Beobachtungsrichtung ursprünglich reine Circularpolarisation besitzt und also $\omega_1 - \omega_2$ die zu bestimmende Geschwindigkeitsdifferenz ist, welche in jener Richtung durch die äussere Einwirkung bei Abwesenheit des Drehungsvermögens erzeugt werden würde. Vorausgesetzt wird, dass die Polarisationsebene des einfallenden homogenen Lichtes unter 45^0 gegen die Schwingungsrichtungen im Krystall geneigt und der Analysator so gestellt sei, dass die Krystallplatte für sich allein ursprünglich ganz dunkel erscheint; ferner, dass der den Interferenzstreifen parallele Compensatorhauptschnitt zusammenfällt mit der Polarisationsrichtung der Welle von der Geschwindigkeit ω_1. Die Compensatorstreifen erscheinen bei dieser Anordnung ursprünglich ganz dunkel. Wird nun im Krystall durch die äussere Einwirkung — etwa dielektrische Polarisation — der zu bestimmende Gangunterschied hervorgebracht, so erleiden die Compensatorstreifen eine gewisse Verschiebung, verlieren aber gleichzeitig etwas an Schärfe, weil jetzt die Schwingungen im Krystall elliptisch mit den Axenverhältnissen $\varkappa_1$, $\varkappa_2$ geworden sind, und daher nirgends mehr vollständige Auslöschung des Lichtes stattfindet. Wenn die hervorgebrachten Aenderungen aber so klein sind, wie es praktisch stets der Fall war, so bleiben die Streifen dunkel genug, um eine gute Einstellung zu ermöglichen. Ist dann $\varDelta$ die Anzahl der Umdrehungen der Mikrometerschraube des Compensators, die man ausführen muss, um dessen Streifen in ihre Anfangslage zurückzuführen, also $\delta = 2\pi \frac{\varDelta}{23{,}8}$ die im Compensator hervorgebrachte Phasenverzögerung der parallel zu den Streifen (oder zum verschiebbaren Spalt) polarisirten Welle gegen die andere, so ergiebt sich die Beziehung zwischen δ und x bezw. $\omega_1^2 - \omega_2^2$ dadurch, dass man denjenigen Werth von δ berechnet, für welchen die Intensität des durch den Polarisator, Compensator, die elliptisch polarisirende Krystallplatte und den Analysator hindurchgegangenen Lichtes ein Minimum wird. Die Gleichung, zu welcher man so gelangt[1]), lautet:

$$33)\quad \begin{aligned} \operatorname{tg}\delta &= \operatorname{tg}\frac{2\pi}{23{,}8}\varDelta = \\ &- \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \cdot \frac{\{(1-\cos(L\delta^0\sqrt{1+x^2}))\sin L\delta^0 + \sqrt{1+x^2}\cdot\sin(L\delta^0\sqrt{1+x^2})\cos L\delta^0\}}{\{\sqrt{1+x^2}\cos(L\delta^0\sqrt{1+x^2})\cos L\delta^0 + \sin(L\delta^0\sqrt{1+x^2})\sin L\delta^0\}}. \end{aligned}$$

1) Wegen der Ableitung vergl. F. Pockels, Wied. Ann. **37**, 274—276. 1889.

Sowohl bei rechten, als bei linken Krystallen hat δ oder Δ dasselbe Vorzeichen wie $\omega_1^2 - \omega_2^2$; denn im ersten Falle ist der Nenner des Ausdruckes für x (nämlich $\omega_r^{0^2} - \omega_l^{0^2}$) positiv, dagegen δ^0 und somit $\sin L\,\delta^0$ und (für die in Betracht kommenden x) $\sin L\,\delta^0\sqrt{1+x^2}$ negativ, und im zweiten Falle ist es umgekehrt.

Die Berechnung von x wird nun wesentlich dadurch erleichtert, dass die transcendente Gleichung 33) in den beim Natriumchlorat vorkommenden Fällen mit genügender Genauigkeit ersetzt werden kann durch eine lineare Relation

33′) $$x = c\,\Delta,$$

worin c einen für jede speciell gegebene Plattendicke L besonders zu berechnenden constanten Factor bezeichnet. In den einzelnen Fällen der Anwendung wird zu prüfen sein, wie weit diese Annäherung berechtigt ist.

Wir wollen jetzt noch die Ausdrücke für x aufstellen, welche in den speciellen, bei den Beobachtungen vorkommenden Fällen dielektrischer Polarisation, die wir unter a betrachteten, gelten.

Ist die Richtung der Kraftlinien die X^0-Axe, so ist zufolge Ia im Abschnitt a: bei Beobachtung parallel X^0:

34a) $$x = x_1 = \frac{2\,e_{41}\,m}{\omega_r^{0^2} - \omega_l^{0^2}},$$

bei Beobachtung parallel den Halbirungslinien der Winkel (Y^0, Z^0) und $(-Y^0, Z^0)$:

34b) $$x = \pm x_2 = \pm\frac{e_{41}\,m}{\omega_r^{0^2} - \omega_l^{0^2}}.$$

Dieselben Ausdrücke gelten natürlich, wenn die Richtung der Kraftlinien die Z^0-Axe und die Beobachtungsrichtung bezw. die Z^0-Axe oder die Halbirungslinie eines der Winkel zwischen X^0 und Y^0 ist.

Ist die Richtung der Kraftlinien eine Octaëdernormale, die Beobachtungsrichtung senkrecht dazu, so wird nach 31′)

35) $$x = x_3 = \pm\frac{\sqrt{3}\cdot e_{41}\,m}{\omega_r^{0^2} - \omega_l^{0^2}}.$$

Das Vorzeichen hängt ab von der Lage der positiven Momentrichtung zum Coordinatensystem (d. h. davon, in welchem Octanten dieselbe liegt), sowie ausserdem von der Stellung der Platte zum Compensator, und soll daher erst später bestimmt werden.

Den Nenner der Ausdrücke 34) und 35) kann man in folgender Weise durch den mittleren Brechungsindex n^0 und das specifische Drehungsvermögen $\frac{1}{2}\,\delta^0$

des Krystalls ausdrücken. Es ist $\frac{1}{\omega_r^{0^2}-\omega_l^{0^2}} = \frac{1}{v^2}\cdot\frac{1}{\frac{1}{n_r^{0^2}}-\frac{1}{n_l^{0^2}}} = \frac{1}{v^2}\frac{n_r^{0^2}n_l^{0^2}}{(n_r^0+n_l^0)(n_l^0-n_r^0)}$

oder mit sehr grosser Annäherung $= \frac{1}{v^2}\cdot\frac{n^{0^3}}{2}\cdot\frac{1}{n_l^0-n_r^0}$.

Nun ist

$$\delta^0 = 2\pi\left(\frac{1}{\lambda_r^0}-\frac{1}{\lambda_l^0}\right) = \frac{2\pi}{\lambda}\cdot(n_r^0-n_l^0),$$

folglich wird

$$\frac{1}{\omega_r^{0^2}-\omega_l^{0^2}} = -\frac{1}{v^2}\frac{n^{0^3}\pi}{\lambda\,\delta^0}.$$

Setzt man noch $m = -\varkappa\frac{\partial V}{\partial n}$ ein, wo $\frac{\partial V}{\partial n}$ das Potentialgefälle im Krystall bezeichnet, so nehmen die Formeln 34) und 35), abgesehen von den später zu bestimmenden Vorzeichen, die Gestalt an:

$$x_1 = 2x_2 = 2\frac{e_{41}\varkappa}{v^2}\frac{\partial V}{\partial n}\frac{n^{0^3}\pi}{\lambda\,\delta^0}, \tag{34'}$$

$$x_3 = \sqrt{3}\,\frac{e_{41}\varkappa}{v^2}\frac{\partial V}{\partial n}\frac{n^{0^3}\pi}{\lambda\,\delta^0}. \tag{35'}$$

Der Factor $\frac{n^{0^3}\pi}{\lambda\,\delta_0}$ erhält bei Benutzung der früher angegebenen optischen Constanten des Natriumchlorats für Natriumlicht den numerischen Werth $16{,}8.10^4$.

d. Berücksichtigung der optischen Anomalien des Natriumchlorats.

Die im Vorhergehenden entwickelte Bestimmung der Schwingungsrichtungen und relativen Verzögerungen kann beim Natriumchlorat nicht immer ohne Weiteres angewendet werden, weil alle grösseren Krystalle desselben bereits von Natur optisch anisotrop sind, also, wie die meisten regulär krystallisirten Substanzen, optische Anomalien zeigen. Dieselben sind hier infolge der Circularpolarisation daran zu erkennen, dass die Krystallplatten beim Drehen in ihrer Ebene zwischen feststehenden Nicols im weissen Licht einen Wechsel der Farbennuance zeigen, was nicht der Fall sein dürfte, wenn sie optisch isotrop und rein circularpolarisirend wären. Nur bei bestimmten Stellungen der Platten gegen die Nicols erscheint die Färbung so tief und homogen, wie sie es im letzteren Falle müsste, bei allen dazwischenliegenden Stellungen dagegen gleichsam mit mehr oder weniger Weiss gemischt, was natürlich beim empfindlichen Blauviolett am auffallendsten ist. Bei den hauptsächlich zur Untersuchung gelangten tafelförmigen, von Würfelflächen begrenzten Krystallen trat bei Beobachtung auf der vor-

herrschenden Würfelfläche, welche die Auflagerungsfläche der Krystalle war, die tiefste Färbung dann ein, wenn die Halbirungslinien der Winkel zwischen dem Hauptschnitt des Polarisators und der Normale zum Hauptschnitt des Analysators mit den Diagonalen jener Würfelfläche zusammenfielen; in den Zwischenstellungen war die Aufhellung in der Mitte der Krystalle stärker als am Rande, im Uebrigen aber ziemlich homogen und zeigte nichts von der Feldertheilung, welche sonst bei optisch anomalen regulären Krystallen gewöhnlich vorhanden ist. Jene Krystalle verhielten sich demnach so, als ob sie durch verschieden starke Spannung parallel den Diagonalen der Auflagerungsfläche dauernde Doppelbrechung angenommen hätten, die sich der Circularpolarisation superponirte. Dieser Auffassung entsprach auch das Verhalten der Platten beim Hindurchsehen parallel zur Auflagerungsfläche, d. h. bei Beobachtung auf den schmalen natürlichen Würfelflächen oder auf angeschliffenen seitlichen Dodekaëderflächen; hierbei zeigte sich nämlich ebenfalls anomale Doppelbrechung, aber der Art, dass die Schwingungsrichtungen parallel und senkrecht zur vorherrschenden Würfelfläche waren. Wenn man nun die anomale Doppelbrechung als durch Spannungen von der bezeichneten Orientirung hervorgerufen ansehen kann, gleichviel ob dies ihre wirkliche Ursache ist oder nicht, so wird dieselbe nach dem Ansatz 24) darstellbar sein durch die Grössen

36)
$$B^0_{11} = B^0_{22} = \omega^{0^2} + a', \qquad B^0_{33} = \omega^{0^2},$$
$$B^0_{23} = B^0_{31} = 0, \qquad B^0_{12} = b',$$

falls zur Z^0-Axe die Normale der vorherrschenden Würfelfläche gewählt wird, und a', b' zwei für die anomale Doppelbrechung jedes einzelnen Krystalls bezw. jeder Stelle desselben charakteristische Constanten sind.

Den Werth von b' kann man in folgender Weise durch Compensatorbeobachtungen auf der vorherrschenden Fläche 001 ermitteln. Man stellt den Polarisatorhauptschnitt parallel einer Kante dieser Fläche, die Compensatorhauptschnitte unter 45° dagegen, den Analysator auf möglichste Dunkelheit des Compensatorstreifens und stellt den letzteren ein; dann dreht man die Platte in ihrer Ebene (001) um 90° — wobei darauf zu achten ist, dass man nachher wieder an derselben Stelle beobachtet — und stellt den Compensator wiederum ein. Die Hälfte der hierbei auszuführenden Compensatorverstellung liefert dann nach der Formel 33) eine Grösse x, welche $= \pm \frac{2b'}{\omega_r^{0^2} - \omega_l^{0^2}}$ ist. Durch ein ganz analoges Verfahren kann man auf den zu 001 senkrechten schmaleren Würfelflächen die Grösse a', oder auf den zu 001 senkrechten Dodekaëderflächen $a' + b'$ bezw. $a' - b'$ ermitteln. Die Resultate solcher Beobachtungen werden später für die beiden Platten, wo sie gebraucht wurden, mitgetheilt werden; es sei hier nur erwähnt, dass sie die Uebereinstimmung des Sinnes der Doppelbrechung auf den ganzen 001-Flächen, d. h. das Fehlen von Sectorentheilung, bestätigten. —

Es fragt sich nun, in welcher Weise die im elektrischen Felde eintretenden optischen Wirkungen durch diese anomale Doppelbrechung modificirt werden.

Allgemein werden jetzt die Grössen $B_{hh} - \omega^{0^2}$ und B_{hk}, welche die Doppelbrechung bestimmen, die Summe der bereits vorhandenen, die anomale Doppelbrechung charakterisirenden Grössen 36) und der durch die dielektrische Polarisation hinzukommenden, früher allein berücksichtigten Ausdrücke 19) sein. Wir wollen aber nur diejenigen speciellen Fälle näher betrachten, welche bei den Beobachtungen vorkamen.

Ist zunächst das Moment m parallel der ausgezeichneten Würfelnormale, welche wir oben zur Z^0-Axe gewählt haben, so bleibt

$$B_{11} = B_{22} = \omega^{0^2} + a', \qquad B_{33} = \omega^{0^2}, \qquad B_{23} = B_{31} = 0,$$

und wird

$$B_{12} = b' + e_{41} m.$$

Demzufolge bleibt die Lage der optischen Symmetrieaxen dieselbe wie früher, d. h. die eine von ihnen fällt in die Richtung Z^0 der Kraftlinien, und die beiden anderen (X, Y) halbiren die Winkel zwischen der X^0- und Y^0-Axe. Demnach besitzen auch die Schwingungsrichtungen bei Beobachtung parallel Z^0 oder parallel den die Winkel (X^0, Y^0), $(X^0, -Y^0)$ halbirenden Dodekaëdernormalen die früher (unter Ia, S. 34) bestimmte Lage, unabhängig von der Stärke der anomalen Doppelbrechung und des elektrischen Feldes.

Setzt man die obigen Werthe der Grössen B, sowie die Richtungscosinus der optischen Symmetrieaxen, nämlich

$$\alpha_1 = \beta_2 = -\alpha_2 = \beta_1 = \sqrt{\tfrac{1}{2}}, \qquad \gamma_1 = \gamma_2 = \alpha_3 = \beta_3 = 0, \qquad \gamma_3 = 1,$$

in die Gleichungen 4) zur Bestimmung der Hauptlichtgeschwindigkeiten ein, so erhält man:

$$\begin{aligned} \omega_x^2 &= \omega^{0^2} + a' - b' - e_{41} m, \\ \omega_y^2 &= \omega^{0^2} + a' + b' + e_{41} m, \\ \omega_z^2 &= \omega^{0^2}, \end{aligned}$$

und für die Differenz $\omega_1^2 - \omega_2^2$ folgende Werthe:

für die Beobachtungsrichtung Z^0: $2(e_{41} m + b')$ statt des früheren $2 e_{41} m$,
" " " " Y : $a' - b' - e_{41} m$ " " " $-e_{41} m$,
" " " " X : $a' + b' + e_{41} m$ " " " $+e_{41} m$.

Bei den in der früher (S. 40) beschriebenen Weise ausgeführten Compensator-Messungen ist demnach die ursprüngliche Einstellung des Compensators bereits von seiner Nullstellung verschieden, und zwar um eine Grösse Δ^0, die sich aus der Gleichung 33) ergiebt, wenn man darin der Grösse x in den obigen 3 Fällen den Werth $x^0 = \dfrac{2b'}{\omega_r^{0^2} - \omega_l^{0^2}}$ bezw. $\dfrac{a' - b'}{\omega_r^{0^2} - \omega_l^{0^2}}$ und $\dfrac{a' + b'}{\omega_r^{0^2} - \omega_l^{0^2}}$ beilegt. Daher erhält man auch, wenn man die bei der dielektrischen Polarisation beobachtete Compensatorverstellung Δ in die Formel 33) einsetzt, nicht die wahren, durch

34a) und 34b) definirten Werthe x_1 und x_2. Man müsste vielmehr zu deren strenger Ermittelung wie folgt verfahren. Zunächst wäre Δ^0, wie S. 43 angegeben, durch Drehen des Krystalles um 90^0 um die jeweilige Beobachtungsrichtung zu bestimmen und nach 33) das entsprechende x^0 zu berechnen; dann $\Delta^0 + \Delta = \Delta'$ in die Gleichung 33) einzusetzen und diese nach x aufzulösen, endlich von dem so gefundenen Werthe $x = x'$ das der betreffenden Beobachtungsrichtung entsprechende x^0 zu subtrahiren; die so erhaltene Differenz $x' - x^0$ ist das richtige x_1, bezw. $\pm x_2$. Sofern nun aber die Gleichung 33) auch für die grössten noch in Betracht kommenden Werthe x' noch mit genügender Annäherung durch die Relation 33'): $x = c\Delta$ ersetzbar ist, kann man sich jene umständliche Rechnung ersparen und die Werthe $x' - x^0 = x_1$ bez. $\pm x_2$ nach dieser linearen Relation aus dem direct beobachteten $\Delta = \Delta' - \Delta^0$ berechnen. Dass dies thatsächlich in den vorkommenden Fällen zulässig war, werden wir später sehen. Man braucht dann also bei der Berechnung von e_{41} aus den Compensatormessungen in den oben bezeichneten Beobachtungsrichtungen die Grössen a' und b' gar nicht zu kennen, d. h. man kann dabei die anomale Doppelbrechung ganz ignoriren.

Ist zweitens die Richtung des Momentes eine der zur vorherrschenden Fläche 001 parallelen Würfelnormalen, etwa die X^0-Axe, so wird

$$B_{11} = B_{22} = \omega^{0^2} + a', \quad B_{33} = \omega^{0^2}, \quad B_{23} = e_{41}\, m, \quad B_{31} = 0, \quad B_{12} = b'.$$

Da hier zwei der Grössen B_{hk} von 0 verschieden sind, so fällt keine optische Symmetrieebene mehr mit einer Coordinatenebene zusammen.

Für die Beobachtungen kommt hier nur die den Kraftlinien parallele Fortpflanzungsrichtung in Betracht, und es handelt sich zunächst um die theoretische Bestimmung der zu dieser gehörigen Schwingungsrichtungen. Letztere sind die Hauptaxen der Schnittcurve des Ovaloids mit der Wellenebene. Im vorliegenden Falle ist die Gleichung des Ovaloids

$$\varrho^2 = \omega^{0^2} + a'(\mu^{0^2} + \nu^{0^2}) + 2e_{41}\, m\, \nu^0 \pi^0 + 2b'\mu^0 \nu^0,$$

und die Wellenebene ist die Y^0Z^0-Ebene, also $\mu^0 = 0$. Demnach ist die Gleichung der Schnittcurve in Polarcoordinaten, wenn das Azimuth φ von der Y^0-Axe aus gerechnet wird,

$$\varrho^2 = \omega^{0^2} + a' \cos^2\varphi + e_{41}\, m \sin 2\varphi,$$

und die Bedingung für die Maxima und Minima von ϱ lautet

$$\operatorname{tg} 2\varphi = \frac{2e_{41}\, m}{a'}.$$

Da der Zähler dieses Ausdruckes dem Moment proportional, der Nenner dagegen constant ist, so folgt, dass die Schwingungsrichtungen ihre Lage mit der Stärke des elektrischen Feldes ändern, und zwar so, dass sie anfangs den Würfelkanten parallel sind (— denn φ wird $= 0$ oder

$= \frac{\pi}{2}$ für $m = 0$ —) und sich (— da $\varphi = \frac{\pi}{4}$ oder $\frac{3\pi}{4}$ wird für $m = \infty$ —) mit wachsender Feldstärke einer um 45^0 von der Anfangslage abweichenden Grenzlage nähern, nämlich derjenigen Lage, welche sie bei fehlender anomaler Doppelbrechung von vornherein hätten. Demnach kann es im vorliegenden Falle, wenn man bei wechselnder Feldstärke beobachtet, gar keine festen Schwingungsrichtungen geben und somit auch keine Stellungen der Nicols, für welche deutlich ausgeprägte Minima des Intensitäts- bezw. Farbenwechsels eintreten. Wenn jedoch das maximale Potentialgefälle so gross ist, dass dabei $2e_{41}m$ einen gegen a' grossen Werth und somit die Lage der Schwingungsrichtungen schon nahezu die erwähnte Grenze erreicht, so wird man relative Minima des Intensitätswechsels dennoch bei denjenigen Stellungen der Nicols beobachten, welche jener Grenzlage der Schwingungsrichtungen, also dem normalen Verhalten entsprechen. Letzteres war bei den Beobachtungen auf den Schmalseiten natürlicher Krystallplatten meist in der That sehr nahe der Fall, wie man im nächsten § sehen wird; der Grund dafür liegt also in der Schwäche der anomalen Doppelbrechung und der Grösse der angewandten Feldintensität.

Die Differenz $\omega_1^2 - \omega_2^2$ ergiebt sich für die Richtung X^0 gleich $\sqrt{a'^2 + 4e_{41}^2 m^2}$; somit würde hier die in Gleichung 33) vorkommende Grösse x nicht proportional mit dem Momente m sein. Da ausserdem die Schwingungsrichtungen sich mit m verändern und daher dem Compensator je nach der Feldstärke eine verschiedene Lage gegen den Krystall gegeben werden müsste, damit die Formel 33) noch gültig wäre, so ist es überhaupt unthunlich, bei Elektrisirung parallel X^0 oder Y^0 Compensatormessungen auszuführen.

Wir haben sodann die Fälle zu betrachten, dass die Kraftlinien die Richtung einer in der vorherrschenden Würfelfläche liegenden Dodekaëdernormale (X oder Y nach der Bezeichnung S. 44) besitzen und parallel der anderen (Y oder X) beobachtet wird.

Sind die Kraftlinien parallel Y (Halbirungslinie des Winkels $(+X^0, +Y^0)$, so wird $a = b = m\sqrt{\frac{1}{2}}$, also

$$B_{11} = B_{22} = \omega^{0^2} + a', \quad B_{33} = \omega^{0^2},$$
$$B_{23} = B_{31} = e_{41} m \sqrt{\tfrac{1}{2}}, \quad B_{12} = b'.$$

Auch hier fällt also keine der optischen Symmetrieaxen mit einer Coordinatenaxe zusammen, und ihre Lage variirt mit m. Ein Schnitt durch das Ovaloid senkrecht zu X hat die Gleichung

$$\varrho^2 = \omega^{0^2} + \frac{a' + b'}{2}(1 - \cos 2\psi) + e_{41} m \sin 2\psi,$$

falls das Azimuth ψ von der Z^0-Axe gegen die Y-Axe hin gerechnet wird. Die Schwingungsrichtungen für die Fortpflanzungsrichtung X bestimmen sich demnach durch

$$\operatorname{tg} 2\psi = -\frac{2e_{41} m}{a' + b'}.$$

Der Winkel ψ durchläuft hiernach die Werthe von 90^0 bis 45^0 (oder 0^0 bis -45^0), wenn m von 0 bis ∞ wächst; der Grenzwerth $\psi = \pm 45^0$ entspricht wieder derjenigen Lage der Schwingungsrichtungen, welche dieselben ohne die anomale Doppelbrechung für jeden Werth m haben würden (vergl. I b, S. 34), und welche man also bei starkem elektrischen Felde und schwacher ursprünglicher Doppelbrechung noch nahezu beobachten wird.

Ist die Richtung der Kraftlinien die X-Axe, so wird $B_{23} = e_{41} m \sqrt{\tfrac{1}{2}}$, $B_{31} = -e_{41} m \sqrt{\tfrac{1}{2}}$, und die Gleichung des zur Beobachtungsrichtung Y senkrechten Ovaloidschnittes $\varrho^2 = \omega^{0^2} + \frac{a' - b'}{2}(1 - \cos 2\psi) + e_{41} m \sin 2\psi$; der einzige Unterschied gegen den vorhergehenden Fall ist also der, dass $a' - b'$ an Stelle von $a' + b'$ steht.

Zu Compensatormessungen sind diese beiden Fälle aus denselben Gründen ungeeignet, welche oben für den Fall der Elektrisirung und Beobachtung parallel X^0 angeführt wurden.

Für eine Platte, die aus einer Ecke eines natürlichen Krystalls so herausgeschnitten ist, dass ihre Breitseiten einer Octaëderfläche parallel sind, und welche senkrecht zu letzterer dielektrisch polarisirt wird, ergiebt sich bei der in 36) enthaltenen Annahme über die ursprüngliche Doppelbrechung, dass die Schwingungsrichtungen nur noch für diejenige zu den Kraftlinien senkrechte Beobachtungsrichtung, welche zugleich senkrecht ist zur Schnittkante der Octaëderfläche mit der vorherrschenden Würfelfläche 001 des Krystalles, die früher bestimmte Lage, nämlich parallel und senkrecht zu den Kraftlinien, für jede Feldstärke besitzen. Demnach müssen auch Compensatorbeobachtungen, welche in der früheren Weise die durch 35) bestimmte Grösse x_3 liefern sollen, in der soeben definirten Beobachtungsrichtung ausgeführt werden. Bei der Octaëderplatte, welche später zu diesem Zweck wirklich zur Verwendung kam, schien jedoch die bisher gemachte Annahme über die anomale Doppelbrechung, — dass sie als von Spannungen parallel den Diagonalen der Fläche 001 herrührend angesehen werden könne — nicht genau erfüllt zu sein, da bei Beobachtung senkrecht zur Kante 001 : 111 die ursprünglichen Schwingungsrichtungen etwas von den zu 111 parallelen und senkrechten Richtungen abwichen. Ueberhaupt waren bei den besonders grossen Krystallen (— und aus einem solchen war jene Platte geschnitten —) die optischen Anomalien zum Theil unregelmässiger, als sie oben beschrieben wurden.

Als allgemeines Resultat geht aus den vorstehenden Betrachtungen hervor, dass die Bestimmung der Schwingungsrichtungen und die Compensatorbeobachtungen in allen denjenigen Fällen nicht durch die ursprüngliche, anomale Doppelbrechung beeinflusst werden, wo die der letzteren entsprechenden Schwingungsrichtungen bereits dieselbe Lage haben, welche sie in Folge der künstlich hervorgebrachten Doppelbrechung allein einnehmen würden.

Dies ist auch bei den Beobachtungen, die zur Ermittelung der piëzooptischen Constanten dienen sollen, zu berücksichtigen. Beispielsweise kann man dazu Compensatorbeobachtungen in der Richtung Z^0 oder Y^0 an einer parallel X^0 comprimirten natürlichen Würfelplatte nicht verwenden, wohl aber solche Beobachtungen in der Richtung Z^0 an einer parallel einer der Dodekaëdernormalen X oder Y comprimirten Platte, weil dabei die Schwingungsrichtungen schon zu Anfang parallel und senkrecht zur Druckrichtung sind.

§ 3. **Elektrooptische Beobachtungen.**

a. Die untersuchten Krystallplatten.

Die Natriumchlorat-Krystalle, welche zur Untersuchung gelangten, waren theils von mir selbst im mineralogischen Institut zu Göttingen gezüchtet, theils von Herrn Goldbach in Kehl bezogen. Sie waren grösstentheils nur von Würfelflächen begrenzt und als mehr oder weniger dicke quadratische Tafeln ausgebildet, wobei oft die eine Breitseite (die Auflagerungsfläche) in der Mitte trichterförmig vertieft war. Die grössten, von Hrn. Goldbach stammenden Krystalle, deren Kanten bis zu $2\frac{1}{2}$ cm lang waren, enthielten einen zu Beginn des Wachsthums gebildeten, der Mitte der einen Breitseite anliegenden, einschlussreichen Kern, und waren daher nicht in ihrer ganzen Ausdehnung verwendbar. Unter den selbstgezüchteten befanden sich aber einige ganz klare tafelförmige Krystalle mit glatten Flächen, welche ohne weitere Bearbeitung benutzt werden konnten; hierher gehört insbesondere die zu einem Theil der Compensatormessungen verwandte, später schlechthin als „Würfelplatte“ bezeichnete Krystallplatte, deren Dicke ($\| Z^0$) 3,77 mm betrug und deren längere Kanten 12,0 bezw. 11,35 mm maassen, und welche nur mässig starke, gegen die Ränder hin abnehmende anomale Doppelbrechung zeigte.

Zum Zwecke der Beobachtungen in der Richtung von Dodekaëdernormalen war aus dem oberen, klaren Theile eines der grossen Krystalle eine Platte so geschnitten, dass ihre Breitseiten parallel der vorherrschenden Würfelfläche (001) des Krystalles, also senkrecht zur Z^0-Axe nach der Festsetzung in § 2d, waren, und dass die schmalen Seitenflächen von den zu 001 senkrechten Dodekaëderflächen (110 und $1\bar{1}0$) gebildet wurden, somit unter 45° gegen die langen Kanten des ursprünglichen Krystalles (die X^0 und Y^0-Axe) geneigt waren. Diese Platte, welche in erster Linie zu allen absoluten Messungen diente, soll einfach als „Dodekaëderplatte“ bezeichnet werden. Die ursprüngliche Doppelbrechung war ziemlich stark, aber nahezu gleichmässig auf der ganzen Ausdehnung der Breitseiten (weil die Platte aus dem Innern des grossen Krystalles geschnitten war) und entsprach gut der in § 2d gemachten Annahme. Die Dicke der Platte betrug 3,48 mm, die Länge ihrer Schmalseiten anfangs 15,2 und 15,6 mm, später, nachdem sie zum Zwecke der piëzoelektrischen Beobachtungen neu abgeschliffen waren, 13,55 und 15,2 mm. Schliesslich war noch aus der Ecke eines grossen Krystalles eine Platte so geschnitten, dass ihre Breitseiten nahezu die Orien-

tirung einer Octaëderfläche (111) besassen. Zwei der Schmalseiten dieser „Octaëderplatte“ waren parallel zu der Schnittkante der Flächen 111 und 001 angeschliffen, damit man, wie in § 2*d* begründet wurde, senkrecht zu dieser Kante beobachten konnte; die breiten Flächen der Platte hatten dementsprechend die Form eines Paralleltrapezes, dessen Höhe etwa 6,3 mm betrug. Die Dicke der Platte war = 2,55 mm. Wegen dieser kleinen Dimensionen und der dadurch bedingten Krümmung der Schmalseiten gestattete diese Platte keine genauen Messungen. Ausserdem schien sie aus zwei Theilen von verschiedener anomaler Doppelbrechung zu bestehen, die in einer zur Höhenlinie des Trapezes parallelen Dodekaëderfläche zusammenstiessen. —

Die Präparate mussten wegen ihrer grossen Hygroskopicität, die auch bei ihrer vom Herrn Mechaniker Brunnée in Göttingen ausgeführten Herstellung besondere Schwierigkeiten verursacht hatte, stets in einem Exsiccator aufbewahrt werden.

b. Beobachtungen der Schwingungsrichtungen.

Experimentelle Anordnung. Als Polarisator und Analysator dienten, wie bei den übrigen elektrooptischen Beobachtungen, zwei grosse Nicol'sche Prismen, welche mit Theilkreisen verbunden waren, an denen ihre Drehung bis auf $\frac{1}{10}^0$ abgelesen werden konnte. Sie waren auf Stativen von regulirbarer Höhe so aufgestellt, dass ihre Drehungsaxen möglichst in eine und dieselbe, der Beobachtungsrichtung parallele horizontale Gerade fielen. Zwischen den Nicols wurde, in gleicher Höhe mit deren Mitte und etwa in deutlicher Sehweite vom Beobachter, die Krystallplatte zwischen den zur Herstellung des elektrischen Feldes dienenden Conductorplatten aufgestellt. Diese letzteren mussten in den Fällen, wo in der Richtung der elektrischen Kraftlinien beobachtet werden sollte, durchsichtig sein. Sie wurden daher anfangs hergestellt durch frische Gelatineschichten, deren jede zwischen einer kleineren und einer grösseren Glasplatte lag, also durch letztere ringsum isolirt war und durch einen mit dem einen Ende zwischen die Glasplatten hineingeschobenen Stanniolstreifen entweder mit der Erde oder mit einem Pol der Influenzmaschine verbunden werden konnte. Diese Platten wurden vermittelst Holzklötzen senkrecht zur Beobachtungsrichtung in solchem gegenseitigen Abstande aufgestellt, dass der gerade zu untersuchende Krystall, von kleinen Glasstücken gehalten, eben dazwischen passte. Später wurden als durchsichtige Conductorplatten mit Wasser gefüllte schmale Glaströge benutzt, welche an den Breitseiten eines ähnlichen, nur breiteren und höheren Glastroges angekittet, also auch isolirt waren. In dem mittleren Trog wurde auf einem Glasklotz die zu untersuchende Krystallplatte so aufgestellt, dass sie sich etwa zwischen den Mitten der seitlichen Tröge befand. Es wurden verschiedene solche dreifache Glaströge benutzt: kleinere mit 4,1 bezw. 4,63 mm lichter Weite des Mitteltroges zu Beobachtungen an dünneren Platten in der Richtung Z^0, und ein grösserer, dessen Mitteltrog innen 16,2 mm Weite besass, für die Untersuchung dickerer Krystalle, sowie für solche Fälle, wo die Platte mit ihren längeren Kanten parallel den Kraftlinien gestellt werden sollte. Die

Seitentröge besassen immer etwa 5 mm Weite. Sowohl die breiten Seitenflächen aller Tröge, als die schmalen des Mitteltroges wurden von Spiegelglasplatten gebildet, so dass man nicht nur parallel den Kraftlinien, sondern auch senkrecht zu denselben (also parallel den Breitseiten der Tröge) durch den Krystall hindurchsehen konnte. Der mittlere Trog wurde meist mit Benzol gefüllt, welches stets mittelst Natriumstückchen wasserfrei gehalten wurde. Das Eintauchen des Krystalles in Benzol sollte einerseits die Bildung einer leitenden Feuchtigkeitsschicht auf der Oberfläche des Krystalles, die das elektrische Feld in seinem Inneren mehr oder weniger geschwächt hätte, verhindern, andererseits die Störung der Lichtstrahlen durch die Unebenheiten und Krümmung der Krystalloberfläche abschwächen. Ausserdem wird durch die Gegenwart des Benzols in denjenigen Fällen, wo der Krystall die Weite des Troges nicht ganz ausfüllt, an und für sich schon das Potentialgefälle innerhalb des Krystalles verstärkt, wie die Formel 12a in § 3*b* des I. Theiles erkennen lässt.

Wenn senkrecht zu den Kraftlinien beobachtet werden sollte, konnten natürlich auch undurchsichtige, also metallene Conductorplatten angewendet werden, z. B. Stanniolbelegungen auf Glimmerplatten. Dieselben wurden dann mit der dazwischen liegenden Krystallplatte in horizontaler Lage auf Holzklötzen in geeigneter Höhe zwischen die Nicols gebracht. —

Bei den Beobachtungen zur Bestimmung der Schwingungsrichtungen wurde immer die eine Conductorplatte bezw. die Flüssigkeit in dem einen Seitentroge mit der Gasleitung, die andere mit dem einen Pol der Holtz'schen Maschine durch Drähte verbunden, und die Maschine bei geeignetem Abstand ihrer Elektroden ganz langsam gedreht; bei jeder Funkenentladung fand dann ein plötzlicher Abfall der Potentialdifferenz der Conductorplatten und eine entsprechende plötzliche Aenderung der Doppelbrechung des Krystalles statt. Diese im Moment der Entladung eintretende plötzliche Aenderung zu beobachten ist zweckmässig einmal, weil sie am leichtesten wahrnehmbar ist, dann aber auch, weil sie selbst bei Vorhandensein einer schlecht leitenden Oberflächenschicht noch merklich ist.

Um zunächst die Ablesungen an den Theilkreisen der Nicols auf eine feste Richtung im Krystall beziehen zu können, wurde meist so verfahren, dass die lange Diagonale (also die Polarisationsebene) des Polarisators einer Kante der Krystallplatte parallel gestellt und dann der Analysator so gedreht wurde, dass das Gesichtsfeld neben der Platte völlig dunkel erschien. Bisweilen wurde die Orientirung der Nicols in Bezug auf die Oberseite der Krystallplatte auch dadurch ermittelt, dass sie auf Auslöschung eines auf die letztere quer zur Beobachtungsrichtung gelegten kleinen Beryllprismas eingestellt wurden. Die Einstellung war in beiden Fällen mindestens bis auf 1^0 sicher, was vollständig genügte, da die Stellungen für die Minima des Intensitäts- bezw. Farbenwechsels bei den Entladungen der Conductorplatten nur bis auf 1 bis 2^0 bestimmt werden konnten. Diese Minima wurden durch successives Drehen beider Nicols aufgesucht und zwar, wie früher erwähnt, für die empfindliche blauviolette Farbe der Platte; als Lichtquelle diente dabei ein Argandbrenner.

Resultate. Entsprechend der theoretischen Entwicklung in § 2b werden nachstehend mit i' und ψ' bezeichnet die Azimuthe des Polarisators und Analysators, für welche der Farbenwechsel der Platte möglichst gering war, und zwar werden beide Winkel von einer Kante der Krystallplatte (meist der vertikalen) an gerechnet. Es giebt natürlich 4 um je 90° verschiedene solche Stellungen des Polarisators und zu jeder derselben wieder 2 um 180° verschiedene des Analysators. Wo diese verschiedenen Stellungen beobachtet worden sind, sind sie aber der Uebersichtlichkeit halber in den nachstehenden Tabellen immer auf eine von ihnen reducirt, indem von den beiden direct abgelesenen Winkeln i' und ψ' zugleich 90° oder 180° oder 270° subtrahirt wurden. Jede einzelne Stellung wurde als Mittelwerth aus 3 bis 4 Einstellungen bestimmt.

In der dritten Columne ist der aus i' und ψ' nach der Formel 32″) berechnete Winkel φ angegeben, d. i. das gesuchte Azimuth einer der Schwingungsrichtungen, bezogen auf dieselbe Krystallkante wie i' und ψ', welches natürlich auch nur bis auf $\pm 90^0$ bestimmt ist, also um diesen Betrag beliebig geändert werden konnte, je nachdem es gerade bequem war. Der Werth von φ ist jedesmal in zwei Theile zerlegt, von denen der erste, fett gedruckte denjenigen Werth angiebt, welchen φ nach der in § 2a entwickelten Theorie haben müsste, so dass also der zweite Theil die Abweichung der beobachteten von der theoretischen Lage der Schwingungsrichtungen bedeutet. Die vierte und fünfte Columne enthalten die durch $\psi' - i' \mp 90^0$ gegebene Drehung $\frac{1}{2} L\delta^0$ der Krystallplatte für diejenige Lichtsorte, für welche das Minimum des Intensitätswechsels bestimmt wurde, sowie die daraus berechnete specifische Drehung $\frac{1}{2}\delta^0$ (immer positiv gerechnet als Linksdrehung); dieselbe ist nur angegeben, um zu zeigen, in welchen Grenzen etwa die an sich belanglose Auswahl der empfindlichen Färbung variirte. (Man vergleiche die S. 30 angeführten Werthe von $\frac{1}{2}\delta^0$ für verschiedene Farben). Vor jeder Beobachtungsreihe ist die Fläche des Krystalles, welche zur Beobachtungsrichtung senkrecht stand, sowie die parallel der letzteren gerechnete Dicke L desselben in mm angegeben. —

A. Kraftlinien- und Beobachtungsrichtung eine Würfelnormale.

	i'	ψ'	φ	$\frac{1}{2} L\delta^0$	$\frac{1}{2}\delta^0$
Würfelplatte I. Breitseite, $L = 3{,}77$	−50° 20′	+50°	**45°** − *0° 10′*	+10° 20′	+2,75°
Erste Schmalseite,	+23° 48′	−28° 30′	**45°** − 2° 21′	+38° 20′	+3,19°
$L = 12{,}0$	24° 18′	27° 6′	−1° 24′		
	24° 54′	26° 12′	−0° 39′		
	24° 42′	27° 12′	−1° 15′		
	+24° 25′	−27° 15′	−*1° 25′*		
Zweite Schmalseite,	+26° 12′	−27° 30′	**45°** − 0° 39′	+36° 10′	+3,17°
$L = 11{,}35$	27° 24′	26° 24′	+0° 30′		
	27° 18′	26° 24′	+0° 27′		
	27° 18′	26° 48′	+0° 12′		
	+27° 3′	−26° 47′	+*0° 8′*		

	i'	ψ'	φ	$\frac{1}{2} L\delta^0$	$\frac{1}{2}\delta^0$
Würfelplatte II.					
Breitseite, $L = 5{,}2$	+38° 20′	−36° 15′	45° + *1° 3′*	+15° 25′	+2,96°
Würfelplatte III.					
Breitseite, $L = 5{,}0$	+52° 35′	− 50° 40′	45° + *58′*	−13° 15′	−2,83°
1ᵗᵉ Schmalseite, $L = 14{,}0$	+67° 1′	+111° 36′	45° − *42′*	−45° 25′	−3,24°
2ᵗᵉ „ $L = 13{,}7$	+65° 40′	+115° 39′	45° + *40′*	−40° 1′	−2,92°
Würfelplatte IV.					
Breitseite, $L = 5{,}8$	+52° 45′	−55° 25′	45° − *1° 20′*	−18° 10′	−3,13°
Schmalseite, $L = 17{,}5$	−18° 42′	+15° 38′	45° − *1° 32′*	−55° 40′	−3,18°
Würfelplatte V.					
	−12° 35′	+14° 45′	45° + 1° 5′		
1ᵗᵉ Schmalseite, $L = 18{,}0$	12° 15′	14° 25′	+1° 5′	−62° 22′	−3,46°
	14° 35′	13° 21′	−0° 37′		
	13° 47′	14° 49′	+0° 31′		
	−13° 18′	+14° 20′	45° + *31′*		
	−16° 59′	+15° 10′	45° − 0° 55′		
2ᵗᵉ Schmalseite, $L = 17{,}2$	15° 50′	15° 15′	−0° 18′	−58° 16′	−3,35°
	16° 28′	15° 6′	−0° 41′		
	16° 46′	15° 22′	−0° 42′		
	−16° 31′	+15° 13′	− *0° 39′*		
Würfelplatte VI.					
	−26° 48′	+32° 18′	45° + 2° 45′		
Breitseite, $L = 10$	27° 42′	32° 6′	+2° 12′	−30° 11′	−3,02°
	28° 18′	31° 42′	+1° 42′		
	28° 48′	31° 36′	+1° 24′		
	−27° 54′	+31° 55′	+ *2° 1′*		
Desgl., entgegengesetzt	−28° 12′	+31° 54′	45° + 1° 49′		
elektrisirt.	28° 30′	31° 18′	+1° 24′	−30° 3′	−3,01°
	−28° 21′	+31° 36′	+ *1° 37′*		

Die Abweichung des beobachteten Werthes φ von dem theoretischen (45°) beträgt also im Maximum 2°, meist viel weniger, welche Uebereinstimmung in Anbetracht der 1 bis 2° erreichenden Beobachtungsfehler ganz befriedigend ist.

Ebenso fand sich die Forderung der Theorie, dass bei dielektrischer Polarisation parallel einer Würfelnormale die optischen Axen in die beiden anderen Würfelnormalen fallen sollen, insofern bestätigt, als an den Würfelplatten auf den zu den Kraftlinien parallelen Würfelflächen keine Spur von elektrooptischer Wirkung wahrzunehmen war, während gleichzeitig die Wirkung in der Richtung der Kraftlinien sehr deutlich war.

Zwei Beobachtungsreihen auf der Breitseite der „Dodekaëderplatte“ ergaben:

	i'	ψ'	φ	$\frac{1}{2} L\delta^0$	$\frac{1}{2}\delta^0$
1. Stellung.	95° 27′	−5° 24′	0° + 1,5′		
	96° 6′	−5° 34′	+ 16′		
	96° 0′	−5° 28′	+ 16′		
	95° 16′	−5° 4′	+ 6′		
	95° 42′	−5° 22′	*+ 10′*	−11° 4′	−3,18°
2. Stellung.	95° 30′	−5° 55′	0° − 12,5′		
	95° 6′	−6° 32′	−43′		
	94° 37′	−6° 43′	−1° 3′		
	95° 0′	−5° 38′	−19′		
	95° 3′	−6° 12′	*−34½′*	−11° 15′	−3,24°

Hier müssen, falls die Schmalseiten der Platte genau orientirt sind, die Schwingungsrichtungen mit den Plattenkanten zusammenfallen, entsprechend $\varphi = 0$; in der That ergab sich, wie vorstehende Tabelle zeigt, φ nur $\frac{1}{3}$ bis $\frac{1}{2}^0$ von 0 verschieden.

B. Kraftlinien parallel der Z^0-Axe, Beobachtungsrichtung eine dazu senkrechte Dodekaëdernormale (X oder Y).

Beobachtungen auf den Schmalseiten der Dodekaëderplatte, die sich im kleineren Glastrog oder zwischen Metallplatten in einem elektrischen Felde mit zu ihren Breitseiten normalen Kraftlinien befand, ergaben folgende Resultate.

	i'	ψ'	φ
1te Schmalseite.	+ 25° 32′	−116° 34′	0° − 31′
	25° 46′	116° 42′	−28′
	26° 56′	115° 16′	+ 50′
	25° 38′	116° 52′	−37′
	+ 25° 58′	−116° 21′	*−12′*
2te Schmalseite.	+ 24° 57′	−115° 31′	0° − 17′
	25° 59′	114° 1′	+ 59′
	26° 0′	114° 19′	+ 50′
	26° 33′	115° 1′	+ 46′
	+ 25° 52′	−114° 43′	*+ 35′*

Spätere Beobachtungen ergaben ebenfalls befriedigende Uebereinstimmung mit der Theorie, welche zufolge Ia in § 2a hier den Werth $\varphi = 0$ verlangt; es wurde nämlich im Mittel gefunden

auf den längeren Schmalseiten $\varphi = +1^0\,18'$, $(\frac{1}{2}L\delta^0 = 43^0$, $\frac{1}{2}\delta^0 = 3{,}17^0)$,
„ „ kürzeren „ $\varphi = +18'$, $(\frac{1}{2}L\delta^0 = 48^0 48'$, $\frac{1}{2}\delta^0 = 3{,}21^0)$.

C. Kraftlinien parallel X, Beobachtungsrichtung Y, oder umgekehrt.

Die Dodekaëderplatte wurde so in den grossen Trog gebracht, dass die einen längeren Kanten den Kraftlinien des elektrischen Feldes, d. i. der Normale der breiten Seitenwände des Troges, parallel waren, während man parallel den anderen durch die schmalen Seitenwände des Troges hindurchsehen konnte. Die Azimuthe wurden auf die quer zur Beobachtungsrichtung liegende kurze Kante der Platte, d. i. Z^0 bezogen, mit welcher die Schwingungsrichtungen theoretisch Winkel von 45^0 bilden müssen, wie in Ib, S. 34, § 2a gezeigt worden ist. Die Beobachtungsresultate sind folgende:

Beobachtungsrichtung	i'	ψ'	φ
parallel den kürzeren Kanten;	$-21^0\,12'$	$+24^0\,30'$	$45^0 + 1^0\,39'$
	$22^0\ 0'$	$23^0\,42'$	$+0^0\,49'$
	$22^0\,12'$	$24^0\,24'$	$+1^0\ 6'$
	$23^0\,54'$	$23^0\,48'$	$-0^0\ 3'$
	$-22^0\,20'$	$+24^0\ 6'$	$+53'$
parallel den längeren Kanten;	$-18^0\ 0'$	$+23^0\,18'$	$45^0 + 2^0\,39'$
	$18^0\,18'$	$22^0\,54'$	$2^0\,18'$
	$19^0\,54'$	$21^0\,30'$	$0^0\,48'$
	$20^0\,48'$	$21^0\,36'$	$0^0\,24'$
	$-19^0\,15'$	$+22^0\,20'$	$+1^0\,33'$
desgl. bei entgegengesetzter Elektrisirung.	$-19^0\,18'$	$+22^0\ 0'$	$45^0 + 1^0\,21'$
	$20^0\,18'$	$21^0\,48'$	$+0^0\,45'$
	$19^0\,36'$	$21^0\,12'$	$+0^0\,48'$
	$20^0\,24'$	$21^0\,30'$	$+0^0\,33'$
	$-19^0\,54'$	$+21^0\,38'$	$+0^0\,52'$

Die Uebereinstimmung mit der Theorie ist also auch hier recht gut, obgleich möglicherweise die ursprüngliche Doppelbrechung hätte stören können. Der Einfluss der letzteren zeigte sich darin, dass die Stellungen der Nicols, für welche das Maximum der Wirkung eintrat, etwas unsymmetrisch zwischen den Minimum-Stellungen lagen und sich dementsprechend bei Umkehrung des Elektrisirungssinnes verschoben.

Der in § 2a entwickelten Theorie zufolge müssen im vorliegenden Fall die optischen Axen parallel den Kraftlinien und der Plattennormale Z^0 sein, und in der That war bei Beobachtung in diesen beiden Richtungen keinerlei optische Wirkung des wechselnden elektrischen Feldes wahrzunehmen, wie man auch die Nicols stellen mochte.

D. Kraftlinien parallel einer Octaëdernormale, Beobachtungsrichtung senkrecht dazu und zur Kante 111 : 001.

Die unter *a*) dieses § beschriebene Octaëderplatte wurde zwischen zwei Metallplatten einem elektrischen Felde mit zu ihren Breitseiten senkrechten Kraftlinien ausgesetzt, und dabei der Farbenwechsel auf den beiden einander parallelen Schmalseiten beobachtet. Dann muss der Theorie in § 2*a* (S. 36) und § 2*d* (S. 47) gemäss das auf die Plattennormale bezogene Azimuth $\varphi = 0$ sein.

Beobachtet wurde:

	i'	ψ'	φ
	$+7^0 24'$	$+78^0 18'$	$0^0 - 2^0\ 9'$
	$6^0 42'$	$79^0\ 0'$	$-2^0\ 9'$
	$8^0 24'$	$79^0\ 0'$	$-1^0 18'$
	$8^0 36'$	$78^0 24'$	$-1^0 30'$
Bei entgegengesetzter Elektrisirung.	$7^0 36'$	$77^0 54'$	$-2^0 15'$
	$7^0 48'$	$78^0 12'$	$-2^0\ 0'$
	$7^0 45'$	$78^0 28'$	$-1^0 54'$

Eine andere Beobachtungsreihe ergab im Mittel $\varphi = -2^0 30'$.

Dass hier die Uebereinstimmung nicht ganz so gut ist, wie in den früheren Fällen, liegt wohl theils an der ungenaueren Einstellung infolge der kleinen Dimensionen, theils an der bereits erwähnten Abweichung der anomalen Doppelbrechung von dem in § 2*d* vorausgesetzten Verhalten.

In Uebereinstimmung mit der Theorie, nach welcher die Platte optisch einaxig mit zur Breitseite senkrechter optischer Axe werden muss (sofern man von den Anomalien absieht, was hier zulässig ist), wurde keine Farbenänderung beobachtet, wenn man die Platte in dem schmalen Trog mit der Breitseite senkrecht zu den Kraftlinien aufstellte und parallel den letzteren hindurchsah.

c. Beobachtungen des Gangunterschiedes.

Nachdem die im vorhergehenden Abschnitte besprochenen Beobachtungen gezeigt hatten, dass die Lage der Schwingungsrichtungen, d. h. der Hauptaxen der Schwingungsellipsen, der Theorie bis auf kaum über die Grenze der Beobachtungsfehler hinausgehende Abweichungen entsprach, konnten Messungen der Gangunterschiede für Natriumlicht mittelst des Compensators auf Grund der in § 2*c* durchgeführten Rechnung ausgeführt werden, indem der Compensator und die Nicols in die dort (S. 40) vorausgesetzte Orientirung in Bezug auf die theoretischen Schwingungsrichtungen gebracht wurden. Um aber sicher zu sein, dass die aus der Gleichung 33) berechnete Grösse x wirklich die Bedeutung von $\frac{\omega_1^2 - \omega_2^2}{\omega_r^{0^2} - \omega_l^{0^2}}$ hatte, musste ich mich bei den Compensatorbeobachtungen

auf solche Fälle beschränken, in denen zufolge den in § 2d angestellten Ueberlegungen die ursprünglich vorhandene anomale Doppelbrechung auch bei sehr schwacher elektrooptischer Wirkung vollständig ignorirt werden kann. Es sind dies folgende Fälle: 1. Beobachtungsrichtung und Richtung der Kraftlinien senkrecht zur Breitseite der Würfel- oder der Dodekaëderplatte (also parallel Z^0); 2. Beobachtungsrichtung senkrecht zu den Schmalseiten der Dodekaëderplatte, Kraftlinien wie zuvor; 3. Beobachtung an der Octaëderplatte unter gleichen Umständen, wie bei der Bestimmung der Schwingungsrichtungen.

Die verlangte Orientirung der Nicols und Compensatorhauptschnitte wurde in der Weise hergestellt, dass zunächst die lange Diagonale des Polarisators unter demjenigen Winkel gegen eine Krystallkante eingestellt wurde, welchen die Halbirungslinie des Winkels zwischen den theoretischen Schwingungsrichtungen mit der betreffenden Kante bildete, dann der Compensator um seine horizontale Axe (cf. Theil I, § 3a) zunächst bis zum Verschwinden der Streifen, welches bei Coincidenz seines einen Hauptschnittes mit dem des Polarisators eintritt, und darauf aus dieser Stellung um weitere 45^0 gedreht, und endlich der Analysator so gestellt wurde, dass der Compensatorstreifen möglichst scharf erschien. Dann sind die Bedingungen erfüllt, welche der in § 2c angegebenen Berechnung zu Grunde liegen. Das Nähere über die Ausführung der Compensator-Beobachtungen selbst ist dort bereits gesagt worden.

Bei den unter 1) und einem Theil der unter 2) erwähnten Beobachtungen war die Krystallplatte in einem der früher beschriebenen Glaströge (demjenigen von der lichten Weite 4,63 mm) aufgestellt und zwar meist in Benzol eingetaucht, sowohl um oberflächliche Leitung möglichst zu verhindern, als auch um die Schärfe des durch die Platte hindurch gesehenen Compensatorstreifens zu verbessern. In diesen Fällen bedarf man, um aus dem Ladungspotential V der mit der Influenzmaschine und Batterie verbundenen Wasserfüllung des einen Seitentroges das Potentialgefälle $\frac{\partial V}{\partial n}$ im Innern der Krystallplatte nach der Formel 12a) berechnen zu können, der Kenntniss der Dielektricitätsconstanten des Natriumchlorates (K), des die Trogwände bildenden Glases (K_1) und des Benzols (K_2). Für die letztere kann mit hinreichender Sicherheit der Werth 2,3 angenommen werden; dagegen waren K und K_1 unbekannt und hätten auch für statische Ladungen nicht leicht zuverlässig bestimmt werden können. Für das $NaClO_3$ ergab eine von Herrn Prof. Nernst freundlichst ausgeführte vergleichende Messung nach der von demselben in den Nachr. der Ges. d. Wiss. zu Göttingen 1893, 762—72, beschriebenen Methode einen Werth der Dielektricitätsconstante, der das $2\frac{1}{2}$fache von demjenigen für Hartgummi war, wonach K etwa $= 6$ zu setzen wäre. Für das Glas mag der Werth $K_1 = 7{,}5$ angenommen werden nach Bestimmungen verschiedener Beobachter für statische Ladungen. Immerhin können diese Annahmen nur zu einer rohen Schätzung des Nenners in dem Ausdruck 12a) dienen, und es können demnach die im Glastrog angestellten Compensatormessungen nur unter einander verglichen, nicht aber

zur Berechnung des absoluten Werthes der Constante e_{41} verwendet werden. Hierzu sind nur die Messungen auf den Schmalseiten der Dodekaëderplatte brauchbar, bei denen diese direct zwischen zwei auf bestimmte Potentialdifferenz geladenen Metallplatten lag. Dass die Conductorplatten dem Krystall direct anliegen und nicht durch Schichten eines anderen Dielektricums, wie etwa Glimmer, von ihm getrennt sind, ist für die absolute Berechnung des Potentialgefälles in dem Krystall auch deshalb wünschenswerth, weil nur in diesem Fall eine leitende Oberflächenschicht des letzteren unschädlich ist (abgesehen von der etwa durch sie verursachten schnelleren Abnahme der Potentialdifferenz). Sind nämlich zwischen der Krystallplatte und den Conductorplatten Schichten eines anderen Dielektricums vorhanden, so bildet sich auf der Oberfläche des Krystalls, falls sie etwas leitet, eine inducirte elektrische Belegung, welche das Potentialgefälle in seinem Inneren schwächt. Umgekehrt findet eine Verstärkung des Potentialgefälles statt, wenn jene Zwischenschichten noch bessere Leitungsfähigkeit besitzen, als der Krystall. Letzteres war vermuthlich bei den Glaswänden der Tröge der Fall, wenn sich die Krystallplatte in Benzol befand; dann war nämlich die oberflächliche Leitungsfähigkeit der letzteren offenbar verschwindend gering, da die durch eine bestimmte Potentialdifferenz der Seitentröge hervorgerufene Doppelbrechung kaum eine merkliche Abnahme zeigte, wenn man die Potentialdifferenz längere Zeit hindurch constant erhielt.

Damit das Potential bei jedem einzelnen Versuch während der Zeit, welche die Compensatoreinstellung erforderte, möglichst constant blieb, war die zu ladende Conductorplatte mit mehreren grossen Leydener Flaschen verbunden. Hierdurch war in der That eine sehr gute Constanz des Potentials erreicht, selbst wenn die Conductorplatten dem Krystall direct anlagen; freilich wurden diese Beobachtungen auch zu einer Zeit ausgeführt, wo die Luftfeuchtigkeit sehr gering war.

Die Messung des Ladungspotentials geschah bei einigen Versuchsreihen mit Hülfe der Maassflasche in der Weise, dass die Compensatoreinstellung unmittelbar vor der bei einer bestimmten Schlagweite erfolgenden Entladung beobachtet wurde. Später wurde aber immer das in § 3 des I. Theiles beschriebene Bifilar-Elektrometer benutzt, welches durch langsame Vermehrung der Ladung oder Ableitung mittelst eines Holzstabes leicht auf einen bestimmten, dem gerade gewünschten Potential entsprechenden Ausschlag eingestellt werden konnte. Nach jeder Beobachtung wurde die Batterie entladen und die Nullstellung des Elektrometers und Compensators neu bestimmt; wenn die letztere sich ein wenig (um einige Hundertstel Umdrehung) geändert hatte, wurde das Mittel aus dem vor und nach der Ladung gefundenen Werthe in Rechnung gezogen. —

A. Kraftlinien und Beobachtungsrichtung parallel der Würfelnormale Z^0.

1. Beobachtungen auf der Breitseite der Würfelplatte.

Die Compensatorhauptschnitte mussten hier parallel den Diagonalen der Platte gestellt werden. – Aus der Dicke $L = 3{,}77$ mm folgt für Natriumlicht $L\delta^0 = 23^0\,47'$, und bei Einsetzung dieses Werthes ergiebt die Formel 33)

für $x =$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
$-\varDelta =$	0,152	0,305	0,458	0,611	0,7465	0,916	1,069	1,220.

Nun betrug die Verschiebung $2\varDelta^0$, welche man infolge der ursprünglichen Doppelbrechung bei Drehung der Platte um 90^0 in ihrer Ebene beobachtete (vergl. § 2*d*, S. 43), im Maximum, nämlich in der Mitte der Platte, 0,88 Umdrehungen. Die grössten im elektrischen Felde beobachteten Verschiebungen $\varDelta$ betrugen etwa 0,63, folglich betrug der grösste Gesammtwerth $\varDelta'$ im Falle gleichen Vorzeichens von $\varDelta^0$ und $\varDelta$ höchstens 1,07, entsprechend dem Werthe $x = 0{,}7$. Demnach kommt hier für den Werth von x in 33) nur das Intervall von 0 bis 0,7 in Betracht, und für dieses ist zufolge den oben angegebenen Zahlen, aus denen sich $\frac{\varDelta}{x} = -1{,}52$ für $x = 0{,}1$ und $= -1{,}53$ für $x = 0{,}7$ ergiebt, $\varDelta$ sehr nahe proportional mit x, so dass die vereinfachte Formel 33') mit vollkommen genügender Genauigkeit angewendet werden kann. Dieselbe wird hier:

$$x = -0{,}655\varDelta.$$

Was die Formel 12a) zur Berechnung der Feldstärke $\frac{\partial V}{\partial n}$ aus dem beobachteten Potential V betrifft, so war im vorliegenden Fall, da die Platte immer in dem Glastrog von der Weite 0,463 cm untersucht wurde und da $D = 0{,}377$ war, $D_2 = 0{,}086$, ferner D_1, d. i. die Dicke beider Glaswände des Mitteltrogs zusammengenommen, $= 0{,}197$. Bei den oben (S. 56) motivitirten Annahmen $K = 6$, $K_1 = 7{,}5$ wird daher der Nenner des Ausdruckes 12a), falls die Platte von Luft umgeben, $= 1{,}05$, und falls sie von Benzol umgeben war, $= 0{,}76$. –

Die Compensatoreinstellungen einer ersten Versuchsreihe, wobei das Potential durch die Schlagweite $a = 2{,}0$ der Maassflasche gemessen, also nach den S. 25 mitgetheilten Angaben Hrn. Heydweiller's $= 53{,}4$ absoluten Einheiten war, mögen, um ein Beispiel zu geben, direct wie sie abgelesen wurden angegeben werden. In den mit + und – bezeichneten Zeilen stehen die Einstellungen bei abwechselnd positiver und negativer Ladung der Vorderseite des Trogs, in der mittleren Zeile die jedesmal zwischen zwei solchen Einstellungen bestimmte Nullstellung des Compensators. Die Mittelwerthe von $\varDelta$ und die daraus berechneten von x sind immer nur dem absoluten Betrage nach ange-

geben, da eine krystallographische Unterscheidung der Ecken der Würfelplatte und somit eine Vorzeichenbestimmung von e_{41} doch nicht möglich war.

Platte in Luft. Beobachtet in der Mitte der Platte.

+				1,42				1,37		
0	0,99		0,99		0,97		0,97		0,95	
−		0,53				0,55				
$\varDelta$		−0,46		+0,44		−0,42		+0,41,		Mittel $\lvert\varDelta\rvert$ = **0,433.**
										x = **0,284.**

Platte in Benzol.

Mitte der Platte.

+				1,89					2,00		
0	1,35		1,32		1,35		1,33 |	1,41		1,42	
−		0,76				0,77					
$\varDelta$		−0,575		+0,555		−0,57			+0,585		Mittel $\lvert\varDelta\rvert$ = 0,571.

Nahe dem rechten Rande.

+		1,83				1,80				
0	1,22		1,27		1,22		1,24		1,23	
−				0,65				0,67		
$\varDelta$		+0,585		−0,595		+0,57		−0,565.		Mittel $\lvert\varDelta\rvert$ = 0,579.

Nahe dem linken Rande.

+				1,76				1,77		
0	1,18		1,16		1,19		1,15		1,21	
−		0,56				0,56				
$\varDelta$		−0,61		+0,585		−0,61		+0,59.		Mittel $\lvert\varDelta\rvert$ = 0,599.

Gesammtmittel in Benzol: $\lvert\varDelta\rvert$ = **0,583**, daraus x = **0,382.**

Da bei den Beobachtungen in Luft $\frac{\partial V}{\partial n} = 53{,}4 : 1{,}05 = 50{,}8$, bei denen in Benzol $\frac{\partial V}{\partial n} = \frac{53{,}4}{0{,}76} = 70{,}3$ war, so ergiebt sich der auf das Potentialgefälle 1 reducirte Werth von x, welcher immer mit $\overline{x}$ bezeichnet werden soll und hier ausserdem entsprechend der Unterscheidung in den Formeln 34) den Index 1 erhält, wie folgt:

aus den Beobachtungen in Luft $\overline{x_1}$ = **0,00558,**

„ „ „ „ Benzol $\overline{x_1}$ = **0,00543.**

Unsere Annahme über die Dielektricitätsconstanten des $NaClO_3$ und des Glases haben also hier zu guter Uebereinstimmung der Resultate geführt.

Spätere Versuche, in Luft zu beobachten, scheiterten an der oberflächlichen Leitung der Krystallplatten; alle folgenden Beobachtungsresultate wurden also bei in Benzol eingetauchter Platte erhalten.

Eine Beobachtungsreihe, bei welcher das Potential mittelst des Bifilar-Elektrometers gemessen wurde und 52 bis 55 (c. g. s.) betrug, ergab bei zwei Stellungen der Platte, die sich durch eine Drehung von 90^0 um die Z^0-Axe unterschieden, folgende Mittelwerthe von $|\varDelta| : V$

	linker Rand	Mitte	rechter Rand
1. Stellung	0,0112	0,0108	0,0112
2. Stellung	0,0114	0,0116	0,0115

Aus dem Gesammtmittel $\frac{|\varDelta|}{V} = 0{,}0113$ folgt $\overline{x_1} = \mathbf{0{,}00556}$.

Bei Anwendung kleinerer Potentiale (28 bis 29) wurde später jedoch der viel kleinere Werth $\frac{|\varDelta|}{V} = 0{,}00825$, $\overline{x_1} = \mathbf{0{,}00404}$ gefunden.

2. Beobachtungen auf der Breitseite der Dodekaëderplatte.

Hier ist $L = 0{,}348$ cm, $L\delta^0 = -22^0 0'$, und die Formel 33) ergiebt demgemäss

$$\varDelta = +0{,}142 \text{ für } x = 0{,}1, \qquad \varDelta = +0{,}710 \text{ für } x = 0{,}5.$$

Also ist $\varDelta$ in diesem Intervall und noch bis $x = 1$ wiederum proportional mit x, und zwar wird

$$x = +\mathbf{0{,}704}\,\varDelta.$$

Der von der ursprünglichen Doppelbrechung bedingte Werth $\varDelta^0$ wurde ziemlich übereinstimmend auf der ganzen Breitseite der Platte $= 0{,}45$ gefunden, und es kamen demnach bei den elektrooptischen Beobachtungen keine über das Gültigkeitsgebiet der vorstehenden Relation hinausgehende Werthe von $\varDelta$ vor.

Für den Nenner des Ausdruckes 12a) ergiebt sich der Werth $0{,}348 + 0{,}157 + 0{,}30 = 0{,}805$, so dass die Feldintensität in der Platte nahe $= \frac{5}{4} V$ war.

Bei einer Beobachtungsreihe wurde aber das Potentialgefälle bei gleichem V dadurch verändert, dass zwischen die Krystallplatte und die Glaswand des Troges ein Glasstreifen von 0,091 cm Dicke eingeschoben wurde, wodurch D_1 um diesen Betrag zunahm, D_2 um ebensoviel abnahm und $\frac{\partial V}{\partial n} = \frac{V}{0{,}64}$ wurde. Es wurde in diesem Fall bei dem Potential 53,4, entsprechend der Maassflaschenentladung beim Kugelabstand $a = 2{,}0$, beobachtet im Mittel:

$$\varDelta = 0{,}62,$$

woraus folgt

$$x_1 = \mathbf{0{,}00523}.$$

Dagegen wurde bei gleichem Potential ohne eingeschobenen Glasstreifen (immer aber in Benzol) gefunden

$$\Delta = 0{,}515 \text{ im Mittel,}$$

und folglich

$$\overline{x_1} = \mathbf{0{,}00535},$$

also in befriedigender Uebereinstimmung mit dem ersteren Werth.

Eine Beobachtungsreihe mit noch etwas höheren Potentialen, die mittelst des Bifilar-Elektrometers gemessen wurden, ergab bei den vier, durch eine Drehung von je 90° um die Beobachtungsrichtung verschiedenen Stellungen der Krystallplatte folgende Resultate:

1. Stellung.

	linker Rand		Mitte		rechter Rand	
V	+ 53,2	− 53,2	+ 53,2	− 53,2	+ 53,2	− 53,2
$\lvert\Delta\rvert$	0,57	0,60	0,62	0,635	0,60	0,62
$\frac{\lvert\Delta\rvert}{V}$	0,0109		0,0117		0,0113	

$$\text{insgesammt } \frac{|\Delta|}{V} = \mathbf{0{,}0113}.$$

	2. Stellung, Mitte		3. Stellung, Mitte		4. Stellung, Mitte	
V	+ 55,1	− 54,5	+ 56,1	− 56,1	+ 56,1	− 56,1
$\lvert\Delta\rvert$	0,72	0,68	0,705	0,705	0,60	0,56
$\frac{\lvert\Delta\rvert}{V}$	**0,0127**		**0,01254**		**0,0103**	

Da sich im 1. Falle ziemlich gute Uebereinstimmung zwischen den Verzögerungen in der Mitte und an den Rändern der Platte ergeben hatte, und somit die dielektrische Polarisation als homogen betrachtet werden durfte, so ist weiterhin nur in der Mitte der Platte beobachtet worden. Das Gesammtmittel aus den vorstehenden Resultaten ist: $\frac{|\Delta|}{V} = 0{,}0117$ woraus folgt $\overline{x_1} = \mathbf{0{,}00663}$.

Eine letzte ausführliche Beobachtungsreihe mit niedrigeren Potentialen, welche hauptsächlich zum Vergleich mit den unter gleichen Umständen auf den Schmalseiten der Platte beobachteten Gangunterschieden diente, führte wieder auf kleinere Werthe von $\overline{x_1}$. Die nachstehend angegebenen Werthe Δ sind immer das Mittel aus je 5 Einstellungen.

	1. Stellung der Platte				2. Stellung				1. Stellung wiederholt			
V	−27,4	−27,4	+28,4	+28,0	−28,0	−28,0	+28,0	+28,0	−28,1	−28,1	+27,8	+28,1
Δ	+0,225	+0,22	−0,24	−0,24	−0,212	−0,228	+0,225	+0,227	+0,226	+0,228	−0,216	−0,235
$10^3 \cdot \frac{\lvert\Delta\rvert}{V}$	8,21	8,01	8,46	8,56	7,54	8,17	8,07	8,12	8,05	8,12	7,75	8,37
$\frac{\lvert\Delta\rvert}{V}$ Mittel:	0,0083				0,0080				0,0081			

$$\text{Gesammtmittel } \frac{|\Delta|}{V} = \mathbf{0{,}0081}, \text{ daraus } \overline{x_1} = \mathbf{0{,}0046}.$$

Wie man sieht, differiren die auf der Breitseite der Würfel- und Dodekaëderplatte bei verschiedenen Beobachtungsreihen gefundenen Werthe von x_1 sehr erheblich, namentlich ergaben die Versuche mit hohen Potentialen (53,4 bis 60,5) stets grössere Werthe als diejenigen mit niederen Potentialen (27 bis 28); denn es wurde gefunden:

an der Würfelplatte für hohe Potentiale $\overline{x_1} = 0{,}0054$ bis $0{,}0056$, für niedere 0,00404,
„ „ Dodekaëderplatte „ „ „ $\overline{x_1} = 0{,}0052$ bis $0{,}0066$, „ „ 0,0046.

Möglicherweise erklärt sich dieser Unterschied dadurch, dass bei den hohen Spannungen die Glaswände des Troges nicht mehr hinreichend isolirten, und somit ein Theil der Ladung auf deren Innenseite überging, was eine Steigerung des Potentialgefälles in der Krystallplatte zur Folge haben musste.

B. Kraftlinien parallel der Würfelnormale Z^0, Beobachtungsrichtung parallel den zu Z^0 senkrechten Dodekaëdernormalen.

Diese Beobachtungen wurden auf den Schmalseiten der „Dodekaëderplatte“ ausgeführt; dabei betrug die Kantenlänge parallel der Beobachtungsrichtung anfangs 15,15 und 15,6 mm, später 13,55 und 15,2 mm. Nun ergiebt die Formel 33)

für $L = 15{,}5$, $L\delta^0 = -98^0$ $\quad +\Delta = 0{,}3745 \quad 1{,}86 \quad 2{,}935 \quad 3{,}624$
für $x = 0{,}1 \quad 0{,}5 \quad 0{,}8 \quad 1{,}0$;
für $L = 15{,}15$, $L\delta^0 = -95{,}8^0$ $\quad +\Delta = 0{,}3733$ für $x = 0{,}1$, $\quad 3{,}62$ für $x = 1{,}0$;
für $L = 13{,}55$, $L\delta^0 = -85\frac{2}{3}{}^0$ $\quad +\Delta = 0{,}378$ für $x = 0{,}1$, $\quad 1{,}87$ für $x = 0{,}5$.

Demnach ist bei diesen grossen Dicken das Verhältniss $\Delta : x$ zwar nicht mehr ganz constant, kann aber immer noch in Anbetracht der geringen Genauigkeit, mit welcher Δ selbst ermittelt werden konnte, durch einen mittleren constanten Werth ersetzt werden, der sich aber nach dem in Betracht kommenden Intervall von x richten muss.

Die Verschiebung des Compensatorstreifens, welche in Folge der ursprünglichen Doppelbrechung bei der Drehung der Platte um die Beobachtungsrichtung beobachtet wurde (also $2\varDelta^0$ nach der Bezeichnung in § 2d), betrug auf der einen Schmalseite 1,20, auf der anderen $-$ 0,9 Umdrehungen. Nun waren die grössten durch dielektrische Polarisation bewirkten Verschiebungen $\varDelta$ etwa $=$ 0,76, folglich das für $\varDelta$ überhaupt in Betracht kommende Intervall dasjenige von 0 bis ca. 1,35, und in diesem gilt durchschnittlich

$$x = +0{,}268\varDelta, \text{ wenn } L = 15{,}15 \text{ bis } 15{,}6 \text{ ist,}$$
$$x = +0{,}266\varDelta, \text{ wenn } L = 13{,}55 \text{ ist.}$$

Der Fehler, den man bei Annahme dieser Proportionalität macht, beträgt nicht einmal 2 Proc. und gleicht sich überdies aus, da mit positiver und negativer Ladung beobachtet wurde.

Zunächst wurde eine Reihe von Beobachtungen bei gleicher Aufstellung der Platte im mit Benzol gefüllten Trog angestellt, wie bei der letzten Beobachtungsreihe auf der Breitseite. Die Resultate sind:

	Beob. ‖ den längeren Kanten				‖ den kürzeren Kanten (L = 13,55)					
V	+27,9	+27,9	−28,0	−28,3	+28,3	+28,0	+27,9	−28,0	−27,9	−27,9
$\varDelta$	+0,21	+0,22	−0,273	−0,268	−0,307	−0,292	−0,282	+0,297	+0,317	+0,292
$\frac{\lvert\varDelta\rvert}{V}$	0,00754	0,00790	0,00975	0,00947	0,0109	0,0104	0,0101	0,0106	0,0113	0,0104

Mittel: $\pm 0{,}00867$ $\qquad\mp 0{,}0106$;

woraus $\overline{x_2} = \pm 0{,}00186$ $\qquad\overline{x_2} = \mp 0{,}00227$.

Der Theorie nach (cf. S. 34 und 41) sollten diese Werthe entgegengesetztes Vorzeichen haben und dem absoluten Werthe nach beide gleich $\frac{1}{2}\overline{x_1}$ sein. Ersteres haben die Beobachtungen bestätigt; von den absoluten Werthen stimmt der zweite mit dem unter gleichen Umständen gefundenen $\frac{1}{2}\overline{x_1} = 0{,}0023$ genau überein, während der erste erheblich zu klein ist, offenbar weil die Ablesungen $\varDelta = 0{,}21$ und 0,22 durch irgend einen Fehler zu klein ausgefallen sind; denn später haben sich die auf beiden Schmalseiten ermittelten absoluten Werthe untereinander gleich ergeben. Es sei noch erwähnt, dass das Vorzeichen von $\varDelta$ auf jeder Schmalseite dasselbe war, wie unter gleichen Umständen, d. h. bei gleicher Elektrisirung und gleicher Stellung des Compensators, auf der Breitseite, ebenfalls in Uebereinstimmung mit der Theorie.

Im Uebrigen ist das wirkliche Vorzeichen von $\overline{x_2}$, also auch dasjenige von e_{41}, auch hier noch unbestimmt gelassen, da der Krystall keine Tetraëderflächen besessen hatte, in Bezug auf welche man das Coordinatensystem hätte orientiren können.

Sodann wurden Beobachtungen angestellt, bei denen die Platte in Luft zwischen zwei aussen mit Stanniol belegten Glimmerplatten lag. Die Dicke der letzteren zusammengenommen betrug 0,015 cm, und da die Dielektricitätsconstante des Glimmers = 6,64 ist, so ergiebt sich aus 12a) $\frac{\partial V}{\partial n} = \frac{V}{0{,}362}$. Der Compensatorspalt stand hier vertikal, d. h. parallel den Kraftlinien und der Plattennormale. Beobachtet wurde:

parallel den kürzeren Kanten:

	5 mm vom linken Rande		5 mm vom rechten Rande	
V	− 28,0	+ 28,0	− 28,0	+ 28,0
Δ	+ 0,61 0,67 0,61 } 0,63	−0,705 0,665 0,65 0,68 } 0,675	+ 0,535 0,49 0,52 } 0,515	− 0,63 0,545 0,56 } 0,578
$\frac{\lvert\Delta\rvert}{V}$	0,0232		0,0195	

zusammen ∓ **0,0214**;

daraus $\overline{x_2} = \mp$ **0,00206**;

parallel den längeren Kanten:

	Mitte		etw. links davon (rechts nicht gut beobachtbar)	
V	− 28,0	+ 28,0	− 28,0	+ 28,0
Δ	− 0,735 0,64 0,64 0,625 } 0,66	+ 0,61 0,59 0,60 } 0,60	− 0,62 0,545 0,58 } 0,58	+ 0,58 0,57 0,56 0,54 } 0,56
$\frac{\lvert\Delta\rvert}{V}$	0,0225		0,0203	

zusammen ± **0,0214**,

also ebenfalls $\overline{x_2} = \pm$ **0,00206**.

Die Forderung der Theorie, dass die auf den beiden Schmalseiten bestimmten Werthe von $\overline{x}$ entgegengesetzt gleich sein müssen, bestätigt sich hier also vollständig. Der absolute Werth von $2\overline{x_2}$, der gleich $\overline{x_1}$ sein sollte, erreicht nur die kleinsten für letztere Grösse gefundenen Werthe, doch sind letztere, weil durch Beobachtungen im Benzoltrog gefunden, mit den gegenwärtigen Resultaten auch nicht sicher vergleichbar. Auch diese Beobachtungen, wobei die Platte zwischen

Glimmerplatten lag, schienen zur absoluten Berechnung von e_{41} noch nicht sicher genug, da sie bei späterer Wiederholung kleinere Werthe, als die obigen, lieferten, wahrscheinlich wegen schlechterer Isolation der Krystallplatte. Es wurde daher nun die Krystallplatte direct zwischen zwei Metallplatten gelegt, welche dann jedoch, um das Ueberspringen von Funken zu vermeiden, nur auf niedrigere Potentialdifferenzen gebracht werden konnten, wie die Conductorplatten bei den früheren Versuchen. Es wurde immer soweit geladen, dass das Bifilar-Elektrometer beim Kugelabstand $e^0 = 30{,}7$ mm und dem Scalenabstand $A = 282$ einen Ausschlag von 40 Scalentheilen gab, woraus der Werth von $V' = 16{,}5$, also derjenige des Potentiales $= 15{,}7$ folgt. Bei dieser Versuchsanordnung wurden die Werthe Δ auf jeder Schmalseite bei zwei verschiedenen Lagen der Platte an verschiedenen Stellen derselben gemessen. Das Vorzeichen von V in den nachstehenden Tabellen ist dasjenige der Ladung der einen, durch eine Marke bezeichneten Plattenfläche.

Beobachtet parallel den kürzeren Kanten ($L = 15{,}15$ mm).

Erste Lage.

	Linke Seite				Rechte Seite			
V	+ 15,7		− 15,7		+ 15,7		− 15,7	
Δ	− 0,40 0,355 0,365	0,373	+ 0,36 0,34 0,34	0,347	− 0,335 0,35 0,335	0,34	+ 0,34 0,335 0,34	0,338
$\frac{\Delta}{V}$	− 0,0229				− 0,0216			

Zweite Lage.

	4 mm vom linken Rand				Mitte				5 mm vom rechten Rand			
V	+ 15,7		− 15,7		+ 15,7		− 15,7		+ 15,7		− 15,7	
Δ	− 0,345 0,310 0,355	0,333	+ 0,355 0,335 0,34	0,347	− 0,315 0,315	0,315	+ 0,325 0,325 0,335	0,328	− 0,33 0,35 0,34	0,34	+ 0,31 0,315 0,34	0,322
$\frac{\Delta}{V}$	− 0,0216				− 0,0205				− 0,0211			

Gesammtmittel $\frac{\Delta}{V} = \mathbf{-0{,}02154}$.

Beobachtet parallel den längeren Kanten ($L = 15{,}6$).

Erste Lage.

	4 mm vom linken Rand		Mitte		4 mm vom rechten Rand	
V	+ 15,7	− 15,7	+ 15,7	− 15,7	+ 15,7	− 15,7
Δ	+ 0,345 0,33 0,33 } 0,335	− 0,345 0,33 0,34 } 0,338	+ 0,335 0,345 0,325 } 0,335	− 0,325 0,31 0,315 } 0,317	+ 0,36 0,325 0,345 } 0,343	− 0,36 0,335 0,355 } 0,350
$\frac{\Delta}{V}$	+ 0,0214		+ 0,02075		+ 0,0222	

Zweite Lage.

	Nahe dem linken Rand		Etwas links von der Mitte		Etwas rechts von der Mitte	
V	+ 15,7	− 15,7	+ 15,7	− 15,7	+ 15,7	− 15,7
Δ	+ 0,345 0,33 0,345 } 0,34	− 0,375 0,375 0,39 } 0,38	+ 0,375 0,37 } 0,373	− 0,41 0,43 } 0,42	+ 0,35 0,37 0,36 } 0,36	− 0,36 0,335 0,34 } 0,345
$\frac{\Delta}{V}$	+ 0,0229		+ 0,0253		+ 0,0224	

Gesammtmittel $\frac{\Delta}{V} = +\mathbf{0{,}0225}$.

Die *Gleichheit der absoluten Werthe der auf den beiden Schmalseiten beobachteten Gangunterschiede bei entgegengesetzten Vorzeichen* bestätigt sich auch hier. Ebenso sind die an derselben Stelle bei entgegengesetzter Ladung beobachteten Werthe Δ stets nahezu entgegengesetzt gleich, sodass sich die Voraussetzung der Umkehrbarkeit der elektrooptischen Wirkung mit dem Moment ebenfalls erfüllt zeigt.

Zur Berechnung von x, — hier x_2 —, aus Δ dient hier für beide Beobachtungsrichtungen die Gleichung $x = 0{,}268\,\Delta$, und zufolge Formel 12) ist $\frac{\partial V}{\partial n} = \frac{V}{0{,}348}$; also ergiebt sich aus allen vorstehenden Beobachtungen zusammen ohne Rücksicht auf das Vorzeichen: $\overline{x}_2 = 0{,}0220 \cdot 0{,}348 \cdot 0{,}0268$ oder

$$\overline{x}_2 = \mathbf{0{,}00205}.$$

Eine andere Beobachtungsreihe bei gleicher Anordnung, bei der aber das Potential nicht immer auf gleiche Höhe gebracht, sondern so wie es gerade ausfiel am Elektrometer abgelesen wurde, lieferte folgende, aus je etwa 20 einzelnen

Einstellungen bei Potentialwerthen von 15 bis 17 abgeleitete Mittelwerthe von $|\varDelta| : V$:

0,0201 bei Beobachtung parallel den kürzeren (jetzt nur 13,55 mm langen) Kanten,
0,0219 „ „ „ „ längeren Kanten.

Hieraus folgt $\overline{x}_2 = 0{,}00187$ bezw. $0{,}00204$, und das Mittel aus beiden:

$$\overline{x}_2 = \mathbf{0{,}001955}.$$

Als definitiver Werth soll der Mittelwerth aus diesem und dem aus der ersten Beobachtungsreihe gewonnenen: 0,00205 angenommen werden, also

$$\overline{x}_2 = \mathbf{0{,}00200},$$

welcher wohl bis auf etwa 5 Procent zuverlässig ist und übrigens auch gut mit demjenigen übereinstimmt, der oben aus den bei höherem Potential angestellten Versuchen mit Glimmerschutzplatten gefunden wurde.

Nach der Formel 34') ist nun $\frac{e_{41}\varkappa}{v^2} = \frac{\overline{x}_2}{16{,}8} \cdot 10^{-4}$; daraus findet sich schliesslich:

$$\frac{e_{41}\varkappa}{v^2} = \mathbf{1{,}19} \cdot 10^{-8}.$$

Es handelt sich nun noch um die Feststellung des Vorzeichens dieser Constante, welches erst dadurch bestimmt wird, dass man dem Coordinatensystem eine bestimmte Lage in Bezug auf die Tetraëderflächen des Krystalles giebt, d. h. festsetzt, in welchen Octanten des von drei Würfelnormalen gebildeten Coordinatenaxenkreuzes die äusseren Normalen dieser Flächen liegen sollen. Hierzu mussten also Beobachtungen der elektrooptischen Wirkung an Krystallen angestellt werden, die Tetraëderflächen aufwiesen. Solche fanden sich unter den von mir gezüchteten Krystallen vor, und zwar sowohl linke als rechte. Beobachtungen auf den Würfelflächen, wobei sich die Krystalle im mit Benzol gefüllten Glastrog befanden, ergaben nun für beide Arten von Krystallen folgendes Resultat. Stellte man den Krystall mit einer Würfelfläche nach vorn so auf, dass eine Tetraëderfläche rechts oben vorn lag, stellte man ferner den Compensator so dahinter, dass sein Spalt, also auch die Streifen unter 45^0 gegen die Würfelkanten von links unten nach rechts oben verliefen, und lud man nun die hintere Seite des Troges positiv, so musste der Compensator auf kleinere Zahlen gedreht werden, d. h. es war $\varDelta$ negativ; das gleiche Vorzeichen hatte also nach der Formel 33) auch $\omega_1^2 - \omega_2^2$, d. h. die Verzögerung der im Fall fehlender Circularpolarisation senkrecht zum Compensatorspalt polarisirten Welle gegen die andere. Verbindet man nun mit dem wie angegeben aufgestellten Krystall das rechtwinklige Axensystem $X^0 Y^0 Z^0$ in der gewöhnlichen Lage, d. h. so, dass die $+X^0$-Axe nach vorn, die $+Z^0$-Axe nach oben gerichtet ist, so zeigen die Formeln 29), dass bei der obigen Stellung des Compensators und Richtung der Kraft-

linien ($\| X^0$) $\omega_1^2 - \omega_2^2 = \omega_y^2 - \omega_z^2 = -2e_{41}m$ ist; ferner ist m positiv, wenn die Hinterseite positiv geladen wird; folglich hat $-e_{41}$ dasselbe Vorzeichen, welches bei obiger Beobachtung Δ besass, d. h. negatives, und wir erhalten das Resultat:

Wählt man das von den Würfelnormalen gebildete Coordinatensystem so, dass eine Tetraëderfläche im ersten Octanten liegt, so ist sowohl bei linken als bei rechten Krystallen die Constante e_{41} positiv, und zwar

$$\frac{e_{41}\varkappa}{v^2} = +\mathbf{1{,}19} \cdot 10^{-8}.$$

C. Beobachtungen an der senkrecht zu ihren Breitseiten polarisirten Octaëderplatte.

Diese Platte wurde ebenfalls in Luft zwischen Metallplatten untersucht, die Beobachtungsrichtung war senkrecht zu den Kraftlinien und überdies senkrecht zu den beiden einander parallelen Schmalseiten der Platte, wie bei den Bestimmungen der Schwingungsrichtungen. Der Compensatorspalt wurde parallel der Plattennormale gestellt. Es wurden folgende Mittelwerthe von Δ beobachtet:

1. bei direct anliegenden Metallplatten für $V = +11{,}8 \quad -11{,}8$

$$\Delta = +0{,}36 \quad -0{,}34$$

$$\frac{|\Delta|}{V} = +0{,}0296;$$

2. bei durch eine Luftschicht von 0,023 cm von der Krystallplatte getrennten Metallplatten: für $V = +13{,}8 \quad -13{,}8$

$$\Delta = +0{,}291 \quad -0{,}28$$

$$\frac{|\Delta|}{V} = +0{,}02066.$$

Dabei ist V positiv gerechnet, wenn diejenige Plattenfläche $F^{\times}$, welche durch ein Kreuz bezeichnet war, positive Ladung erhielt.

Im ersten Falle war $\frac{\partial V}{\partial n} = \frac{V}{D} = \frac{V}{0{,}262}$, im zweiten ungefähr $= \frac{V}{0{,}4}$; ferner wird für diese Beobachtungsrichtung, da $L = 6{,}3$ mm war, die Näherungsformel 33'):

$$x = 0{,}415\,\Delta.$$

Demnach findet man aus den Beobachtungen 1) $x = \bar{x}_3 = 0{,}00322$,
aus den Beobachtungen 2) $x = \bar{x}_3 = 0{,}00343$,
also im Mittel

$$\bar{x}_3 = \mathbf{0{,}00333}.$$

Nach den theoretischen Resultaten, welche in den Formeln 34) und 35) ausgedrückt sind, muss $\bar{x}_3 = \sqrt{3} \cdot \bar{x}_2$ sein, also wenn man den in B gefundenen Werth von $\bar{x}_2$: 0,0020 einsetzt,

$$\bar{x}_3 = \mathbf{0{,}00347}.$$

Die Uebereinstimmung ist also recht befriedigend trotz der wegen der Kleinheit und Unebenheit der Seitenflächen der Platte schwierigen Beobachtungen.

Aus den obigen elektrooptischen Beobachtungen lässt sich jetzt die krystallographische Orientirung der bezeichneten Plattenbreitseite $F^{\times}$ feststellen. Nach Formel 31′) wird nämlich, da e_{41} positiv ist, die Platte negativ doppeltbrechend, wenn die positive Momentrichtung im 1ten Octanten liegt; nach den Beobachtungen wird sie negativ doppeltbrechend, nämlich Δ negativ, wenn die Fläche $F^{\times}$ negativ geladen wird; folglich liegt die äussere Normale von $F^{\times}$ im 1ten Octanten, oder die bezeichnete Plattenseite wäre einer Tetraëderfläche zugekehrt gewesen, falls diese am Krystall entwickelt gewesen wären.

§ 4. **Piëzoelektrische Beobachtungen.**

Das piëzoelektrische Verhalten des Natriumchlorats ist durch eine einzige Constante δ_{14} charakterisirt; denn die durch mechanische Einwirkung erregten Momente sind zufolge 25), § 1:

$$a = -\delta_{14} Y_z, \qquad b = -\delta_{14} Z_x, \qquad c = -\delta_{14} X_y.$$

Für die experimentelle Bestimmung dieser Constante kommen nur Beobachtungen bei einseitigem Drucke in Betracht. Die Richtung des letzteren ist am zweckmässigsten so zu wählen, dass sie in einer Coordinatenebene liegt und den Winkel zwischen den betreffenden Coordinatenaxen halbirt; dann ist nämlich nur eine der Druckcomponenten Y_z, Z_x, X_y von 0 verschieden und zwar hat dieselbe ihren grössten möglichen Werth $\frac{1}{2}p$, wenn p die Grösse des einseitigen Druckes ist, und ferner ist dann das erregte Moment senkrecht zu der die Druckrichtung enthaltenden Coordinatenebene, so dass es durch Messung der auf einer zu letzterer parallelen Krystallfläche entwickelten Elektricitätsmenge gefunden werden kann. Dieser Fall liegt vor, wenn die schon bei den elektrooptischen Beobachtungen beschriebene Dodekaëderplatte parallel ihren langen Kanten, also durch Belastung eines Schmalseitenpaares, comprimirt wird. Denn die Druckrichtung halbirt dann den Winkel $(+X^0, +Y^0)$ oder $(+X^0, -Y^0)$, und es ist somit $Y_z = Z_x = 0$, $X_y = +\frac{1}{2}p$ oder $-\frac{1}{2}p$, und also

$$a = 0, \qquad b = 0, \qquad c = -\tfrac{1}{2}\delta_{14} p \text{ oder } +\tfrac{1}{2}\delta_{14} p,$$

so dass die Breitseiten der Platte sich mit elektrischen Belegungen von der Dichtigkeit $\mp \frac{1}{2}\delta_{14} p$ laden. Werden die Breitseiten der Platte mit Stanniolbelegungen versehen, so können diese Elektricitätsmengen durch das Potential, zu welchem sie einen Conductor von bekannter Capacität laden, gemessen werden.

Die experimentelle Anordnung zur Ausführung dieser Beobachtungen war genau dieselbe, wie bei der Untersuchung der Herren Riecke und Voigt über die Piëzoelektricität des Quarzes und Turmalins, so dass wegen der Einzelheiten auf die von jenen gegebene ausführliche Beschreibung [1]) verwiesen werden kann. —

1) E. Riecke und W. Voigt, Wied. Ann. 45, 530—532. 1892.

Die Krystallplatte wurde auf einer ihrer Schmalseiten auf einer Hartgummiplatte vertikal aufgestellt, dann eine zweite Hartgummiplatte oben darauf gelegt und mit einem bestimmten Gewicht belastet, welches auf eine Waagschale gesetzt wurde, die an einem über die obere Hartgummiplatte gelegten Rahmen hing. Vermittelst federnder Contacte waren die Stanniolbelegungen der Breitseiten mit zwei Klemmen eines Commutators leitend verbunden, die ihrerseits mit der Gasleitung bezw. mit zwei Quadranten eines Thomsonschen Elektrometers, dessen Nadel durch eine Zamboni'sche Säule geladen war, in Verbindung standen. Es wurde der Ausschlag φ_0 des vorher jedesmal zur Erde abgeleiteten Elektrometers beobachtet, welcher bei einer bestimmten Vermehrung oder Verminderung der Belastung der Platte eintrat. Um aus diesem das Potential, zu welchem durch die auf der Plattenoberfläche entwickelte Elektricitätsmenge die Elektrometerquadranten nebst der Plattenbelegung und den Verbindungsdrähten geladen wurden, berechnen zu können, beobachtete man den durch ein Clarkelement hervorgebrachten Elektrometerausschlag Φ; dann ist das fragliche Potential, ausgedrückt durch die elektromotorische Kraft des Clarkelementes, gleich $\frac{\varphi_0}{\Phi}$, oder in absolutem elektrostatischem Masss $\frac{\varphi_0}{\Phi} \cdot 0{,}478 \cdot 10^{-2}$. Ist nun C die Capacität aller auf dieses Potential geladenen Leitertheile, so ist die gesammte entwickelte Elektricitätsmenge $C \cdot \frac{\varphi_0}{\Phi} \cdot 0{,}478 \cdot 10^{-2}$, und somit, wenn P die entsprechende Belastungsänderung, q' die Grösse der belegten Plattenfläche und q diejenige der belasteten Fläche bezeichnet,

37) $$\pm \tfrac{1}{2} \delta_{14} = \frac{e}{p} = \frac{\varphi_0}{\Phi} \cdot \frac{q}{Pq'} C \cdot 0{,}478 \cdot 10^{-2}.$$

Dabei ist P in Dynen, also Grammen multiplicirt mit 981, auszudrücken, wenn man δ_{14} in absolutem Maass erhalten will.

Der Ausschlag φ_0 konnte nicht in der gewöhnlichen Weise aus den direct beobachteten Umkehrpunkten berechnet werden, weil auf das durch den Elektricitätsverlust während der Beobachtungsdauer verursachte Zurückgehen der Ruhelage Rücksicht genommen werden musste. Während dies bei der Untersuchung von Hrn. Riecke und Voigt in der Weise geschehen konnte, dass das Zurückgehen der Ruhelage als gleichförmig angenommen wurde, schien letztere Annahme bei den Beobachtungen am Natriumchlorat nicht mehr zulässig, da wegen der geringen Dicke und grösseren oberflächlichen Leitungsfähigkeit der untersuchten Platte der Elektricitätsverlust verhältnissmässig stärker war, trotz der grossen Lufttrockenheit, bei welcher die Beobachtungen angestellt wurden. Eine genauere Berücksichtigung des Elektricitätsverlustes wird man durch die Annahme erhalten, dass derselbe dem augenblicklich auf der mit dem Elektrometer verbundenen Belegung herrschenden Potential proportional ist, woraus dann folgt, dass sich die Ruhelage des Elektrometers dem Nullpunkt nach dem Gesetze $\varphi_0 e^{-ct}$

nähert, wenn c eine der gerade vorhandenen oberflächlichen Leitungsfähigkeit proportionale Constante und t die seit dem Momente der Ladung vergangene Zeit ist. Bezeichnen nun a eine von der Torsionskraft der Aufhängung, b eine von der Dämpfung der Elektrometernadel abhängige Constante, so hat dann die Differentialgleichung der Schwingungen des Elektrometers die Form

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + 2b\frac{d\varphi}{dt} + a\varphi = a\,\varphi_0\,e^{-ct}$$

und ergiebt für den zur Zeit t beobachteten, von der Ruhelage des zur Erde abgeleiteten Elektrometers aus gerechneten Ausschlag die Lösung

$$\varphi = \varphi_0 \frac{a}{a-2bc+c^2}\left\{e^{-ct} + (c-b)\frac{T}{2\pi}\sin 2\pi\frac{t}{T}\,e^{-bt} - \cos 2\pi\frac{t}{T}\,e^{-bt}\right\},$$

worin $\frac{2\pi}{T} = \sqrt{a-b^2}$ ist.

Im vorliegenden Falle konnten nun c^2, cb und b^2 neben a vernachlässigt werden; dann erhält man für die Zeitpunkte t_h der Umkehr der Nadel die Relation

$$\sin 2\pi\frac{t_h}{T} = \frac{2\pi c}{aT}\left(e^{(b-c)t_h} - (-1)^h\right),$$

und die entsprechenden Werthe $\varphi = \varphi_h$, d. h. die Umkehrpunkte selbst sind gegeben durch

$$\varphi_h = \varphi_0\left\{e^{-ct_h} - (-1)^h e^{-bt_h}\right\}.$$

Solange man für t_h den Näherungswerth $h\cdot\frac{T}{2}$ setzen, d. h. die Schwingungsdauer als constant ansehen kann, was bei kleinem c jedenfalls für die ersten Schwingungen zulässig ist, erhält man demnach für φ_h die einfache Formel

38) $$\varphi_h = \varphi_0\left\{\alpha^h - (-\beta)^h\right\},$$

worin $\alpha = e^{-c\frac{T}{2}}$, $\beta = e^{-b\frac{T}{2}}$ ist.

Beobachtet wurden der 1te, 2te, 4te und 5te Umkehrpunkt; diese sind nach vorstehender Formel:

$$\varphi_1 = \varphi_0(\alpha+\beta), \quad \varphi_2 = \varphi_0(\alpha^2-\beta^2), \quad \varphi_4 = \varphi_0(\alpha^4-\beta^4), \quad \varphi_5 = \varphi_0(\alpha^5+\beta^5).$$

Bildet man hieraus die zwei Werthe

39) $$\varphi_{\text{I}} = \varphi_1\beta + \varphi_2, \qquad \varphi_{\text{II}} = \varphi_4\beta + \varphi_5,$$

welche, wenn kein Elektricitätsverlust stattfände, nach Division durch $1+\beta$ beide die gesuchte Ruhelage φ_0 ergeben würden, so werden dieselben jetzt

$$\varphi_{\text{I}} = \varphi_0\alpha(\alpha+\beta), \qquad \varphi_{\text{II}} = \varphi_0\alpha^4(\alpha+\beta),$$

und man findet aus ihnen

40) $$\alpha = \sqrt[3]{\frac{\varphi_{II}}{\varphi_I}}$$

und schliesslich

41) $$\varphi_0 = \frac{\varphi_I}{\alpha(\alpha + \beta)}.$$

Die Grösse β, welche das Dämpfungsverhältniss für Schwingungen um eine constante Ruhelage bedeutet, kann durch Beobachtung der Schwingungen des zur Erde abgeleiteten Elektrometers ein für alle Mal — oder wenigstens für denselben Beobachtungstag — bestimmt werden, während die Grösse α sich schneller verändern kann, und daher bei jedem einzelnen Versuch als Unbekannte zu behandeln und erst aus der Formel 40) zu berechnen ist.

Dass die Näherungsformel 38) den Verlauf der Schwingungen wirklich gut darzustellen vermochte, wurde zunächst durch einige Beobachtungsreihen, bei denen nach Belastung der Krystallplatte 10 aufeinanderfolgende Umkehrpunkte beobachtet wurden, festgestellt. Die beobachteten, und die mit den aus 39), 40), 41) ermittelten Werthen $\varphi_0 = 20{,}6$, $\alpha = 0{,}965$, $\beta = 0{,}68$ berechneten Umkehrpunkte (wie immer von der Nullstellung des Elektrometers aus gerechnet) waren:

	φ_1	φ_2	φ_3	φ_4	φ_5	φ_6	φ_7	φ_8	φ_9	φ_{10}
Beobachtet	33,7	9,55	25,1	13,1	20,5	14,5	17,7	14,5	15,9	14,2
Berechnet	33,95	9,7	25,1	13,5	20,2	14,6	17,4	14,55	15,6	14,0.

Der Werth $\beta = 0{,}68$ ist auch bei der Berechnung der eigentlichen Beobachtungen benutzt worden. Zur Ausführung der letzteren selbst ist noch zu bemerken, dass sowohl das Schliessen und Unterbrechen der Ableitung des Elektrometers zur Erde, als das Aufsetzen und Abheben der die Krystallplatte comprimirenden Gewichte durch Vermittelung von Fäden und Rollen vom Sitze des Beobachters aus geschah, wodurch allein es ermöglicht war, schon den ersten Umkehrpunkt zu beobachten. Es wurden immer abwechselnd bei Belastung und Entlastung (wobei aber immer noch eine constante Anfangsbelastung übrig blieb) die Ausschläge φ_1, φ_2, φ_4, φ_5 beobachtet, und zwischendurch jedesmal die Ruhelage des zur Erde abgeleiteten Elektrometers. Diese Ruhelage, auf welche als Nullpunkt stets die angegebenen Werthe φ bezogen sind, war meist constant; falls sie aber eine langsame Verschiebung zeigte, wurde dieselbe in Rechnung gezogen. Nach jeder solchen Beobachtungsreihe mit vier- bis fünfmaliger Belastung und Entlastung wurde der Commutator umgelegt, so dass die zuerst zur Erde abgeleitete Breitseite der Platte nun mit dem Elektrometer in Verbindung stand und umgekehrt, und nun eine analoge Reihe von Beobachtungen ausgeführt. Vorher und nachher wurde der einem Clarkelement entsprechende Ausschlag Φ beobachtet, welcher allmählich abnahm, wahrscheinlich weil sich mit der Zeit die Isolation des Elektrometers verschlechterte.

In den nachstehenden Tabellen sind angegeben die aus φ_1, φ_2, φ_4, φ_5 nach 39) abgeleiteten Werthe φ_I und φ_{II}, sodann die aus 40) berechnete Grösse α, welche ein Maass für die Elektricitätszerstreuung abgiebt, und endlich der aus 41) gefundene Werth φ_0, d. i. der Ausschlag, bei dem sich das Elektrometer im Falle vollkommener Isolation ruhig eingestellt haben würde. Ueber jeder Beobachtungsreihe ist ausser dem Ausschlag Φ für ein Clark noch angegeben, ob die mit einem Kreuz bezeichnete Krystallfläche ($F^{\times}$) oder die andere (F) mit dem Elektrometer verbunden war. Am Schluss steht jedesmal der Mittelwerth $\overline{\varphi}_0$ aus den absoluten Werthen der bei den einzelnen Versuchen gefundenen φ_0, sowie das daraus berechnete Verhältniss $\frac{\overline{\varphi}_0}{\Phi}$. Die über den einzelnen Columnen stehenden Buchstaben B und E geben an, ob die darunter stehenden Resultate bei Belastung oder Entlastung der Krystallplatte erhalten wurden.

Druckrichtung parallel den längeren Kanten ($L = 15{,}2$ mm).

Belastungsgewicht 1001,5 g.

$F^{\times}$ mit Elektrometer verbunden. $\Phi = 72{,}0$.

	B	E	B	E	B	E	B	E
φ_I	+ 35,2	− 36,2	34,5	35,6	34,9	35,7	34,9	35,9
φ_{II}	+ 30,45	− 32,6	30,4	31,8	31,1	32,4	30,6	32,4
α	0,953	0,965	0,958	0,962	0,962	0,968	0,957	0,966
φ_0	+ 22,68	− 22,80	+ 21,94	− 22,5	+ 22,1	− 22,4	+ 22,26	− 22,56

$$\overline{\varphi}_0 = 22{,}40, \quad \frac{\overline{\varphi}_0}{\Phi} = 0{,}311.$$

(Die Annahme gleichmässiger Abnahme des Potentials würde hier auf den Werth $\overline{\varphi}_0 = 21{,}7$ geführt haben).

F mit Elektrometer verbunden. $\Phi = 70{,}0$.

	B	B	E	B	E	B	E	B	E	B
φ_I	− 34,9	− 34,7	+ 35,65	34,3	35,35	34,5	35,6	34,5	35,65	34,75
φ_{II}	− 31,1	− 31,05	+ 31,2	30,8	31,55	30,6	31,5	31,6	31,4	29,75
α	0,962	0,964	0,956	0,965	0,963	0,961	0,964	0,971	0,958	0,950
φ_0	− 22,05	− 21,85	+ 22,80	− 21,60	+ 22,3	− 21,8	+ 22,4	− 21,5	+ 22,7	− 22,4

$$\overline{\varphi}_0 = 22{,}10, \quad \frac{\overline{\varphi}_0}{\Phi} = 0{,}316.$$

Wieder $F^{\times}$ mit Elektrometer verbunden. $\Phi = 64{,}7$.

	E	B	E	B	E	B	E	B
φ_{I}	−32,5	+32,7	32,4	32,6	32,4	32,75	32,6	32,55
φ_{II}	−30,0	+29,6	30,25	29,7	29,85	29,55	29,75	29,8
α	0,974	0,968	0,977	0,97	0,973	0,966	0,97	0,971
φ_0	−20,2	+20,5	−20,0	+20,35	−20,1	+20,6	−20,4	+20,3

$$\overline{\varphi}_0 = 20{,}31\,, \quad \frac{\overline{\varphi}_0}{\Phi} = 0{,}314.$$

Wieder F mit Elektrometer verbunden. $\Phi = 63{,}7$.

	B	E	B	E	B	E	B	E
φ_{I}	−32,1	+32,9	32,2	32,3	32,1	33,2	32,1	32,8
φ_{II}	−29,2	+30,1	29,1	29,5	29,5	29,55	29,5	29,9
α	0,968	0,971	0,968	0,97	0,972	0,962	0,972	0,97
φ_0	−20,1	+20,5	−20,15	+20,2	−20,0	+21,0	−20,0	+20,5

$$\overline{\varphi}_0 = 20{,}31\,, \quad \frac{\overline{\varphi}_0}{\Phi} = 0{,}3185.$$

Gesammtmittel aus diesen 4 Beobachtungsreihen: $\frac{\overline{\varphi}_0}{\Phi} = \mathbf{0{,}315}$.

Daraus berechnet nach 37): $\frac{c}{p} = \frac{0{,}315 \cdot 0{,}348 \cdot 0{,}478 \cdot 10^{-2}}{1001{,}5 \cdot 981 \cdot 1{,}52} \cdot C = \mathbf{0{,}03505 \cdot C \cdot 10^{-8}}$.

Druck parallel den kürzeren Kanten ($L = 13{,}55$ mm).

Belastungsgewicht 1000 g.

F mit Elektrometer verbunden. $\Phi = 63{,}25$.

	E	B	E	B	E	B	E	B	E	B
φ_{I}	−28,1	+28,25	27,55	27,6	27,2	27,4	28,0	27,8	27,7	27,7
φ_{II}	−25,3	+24,95	24,85	25,15	24,8	24,8	25,35	25,2	25,0	25,0
α	0,961	0,96	0,966	0,97	0,97	0,968	0,968	0,968	0,967	0,967
φ_0	−17,8	+17,9	−17,35	+17,25	−17,0	+17,2	−17,55	+17,3	−17,4	+17,4

$$\overline{\varphi}_0 = 17{,}42\,, \quad \frac{\overline{\varphi}_0}{\Phi} = 0{,}276.$$

$F^{\times}$ mit Elektrometer verbunden. $\Phi = 63{,}25$.

	E	B	E	B	E	B	E	B	E	B
φ_I	+28,0	−28,35	27,8	27,45	28,2	27,8	27,6	27,55	28,1	27,85
φ_{II}	+24,5	−25,45	24,6	24,9	24,45	24,9	24,8	25,0	25,1	24,9
α	0,957	0,964	0,96	0,968	0,954	0,964	0,966	0,968	0,963	0,963
φ_0	+17,9	−17,85	+17,65	−17,22	+18,1	−17,5	+17,35	−17,25	+17,74	−17,6

$$\overline{\varphi}_0 = 17{,}60, \quad \frac{\overline{\varphi}_0}{\Phi} = 0{,}278.$$

Platte 180° um Z^0 gedreht; F mit Elektrometer verbunden. $\Phi = 60{,}4$.

	E	B	E	B	E	B	E	B
φ_I	−27,9	+28,05	27,3	28,2	27,05	27,75	27,1	28,1
φ_{II}	−25,6	+25,6	24,75	25,9	24,75	25,45	24,6	25,5
α	0,972	0,97	0,968	0,972	0,971	0,972	0,968	0,968
φ	−17,4	+17,55	−17,1	+17,6	−16,85	+17,3	−17,0	+17,6

$$\overline{\varphi}_0 = 17{,}3, \quad \frac{\varphi_0}{\Phi} = 0{,}286.$$

$F^{\times}$ mit Elektrometer verbunden, $\Phi = 60{,}0$.

	E	B	E	B	E	B	E	B
φ_I	+27,65	−26,7	27,2	27,2	27,3	26,9	27,35	27,3
φ_{II}	+25,25	−24,5	24,5	24,8	24,5	24,8	24,8	25,1
α	0,971	0,972	0,966	0,97	0,964	0,973	0,968	0,972
φ_0	+17,25	−16,6	+17,1	−17,0	+17,2	−16,7	+17,1	−17,0

$$\overline{\varphi}_0 = 17{,}0, \quad \frac{\overline{\varphi}_0}{\Phi} = 0{,}284.$$

Gesammtmittel aus diesen 4 Beobachtungsreihen: $\frac{\overline{\varphi}_0}{\Phi} = \mathbf{0{,}281}$.

Daraus folgt nach 37): $\frac{c}{p} = \frac{-0{,}281 \cdot 0{,}348 \cdot 0{,}478 \cdot 10^{-2}}{1000 \cdot 981 \cdot 1{,}355} C = -\mathbf{0{,}03515}\, C \cdot 10^{-8}$.

Das Vorzeichen von $\frac{c}{p}$ ist hier negativ, wenn es bei der ersten Druckrichtung positiv angenommen wurde; denn im ersten Fall (bei Druck parallel den längeren Kanten) wurde durch Belastung der Platte die Fläche F positiv elektrisch (da positive Ausschläge des Elektrometers negativer Ladung entsprachen), bei der zweiten Druckrichtung dagegen die Fläche $F^{\times}$. Die vorstehende Vorzeichenbestimmung von c ist richtig, wenn man festsetzt, dass die positive Z^0-Axe aus der Fläche F austreten soll.

Wie zu Anfang dieses Paragraphen gezeigt wurde, müssen theoretisch die für beide Druckrichtungen erhaltenen Werthe von $\frac{e}{p}$ entgegengesetzt gleich sein; dies wird durch die vorstehenden Beobachtungsresultate sehr gut bestätigt.

Aus dem mittleren absoluten Werthe: $0{,}0351 \cdot C \cdot 10^{-8}$ ergiebt sich nach 37)

$$|\delta_{14}| = 0{,}0702 \cdot C \cdot 10^{-8}.$$

Für die Capacität des Elektrometers und der Verbindungsdrähte wurde gelegentlich der piëzoelektrischen Beobachtungen am Quarz, bei denen die Anordnung der Apparate genau die gleiche war, durch besondere, später mitzutheilende (aber früher ausgeführte) Versuche der Werth $C^0 = 66{,}2$ [cm] gefunden. Um C zu erhalten, ist noch die Capacität C' der mit Stanniol belegten Krystallplatte hinzuzufügen. Diese kann angenähert berechnet werden, indem man die letztere als ein Stück eines unendlich grossen Plattencondensators betrachtet. Dann wird, falls man die Dielektricitätsconstante des Natriumchlorates wieder $= 6$ annimmt,

$$C' = \frac{q' \cdot 6}{4\pi D} = \frac{1{,}52 \cdot 1{,}355 \cdot 6}{4\pi \cdot 0{,}348} = 2{,}82,$$

also

$$C = C^0 + C' = \mathbf{69{,}0}.$$

Demnach wird der absolute Werth des „piëzoelektrischen Moduls“

$$|\delta_{14}| = \mathbf{4{,}84 \cdot 10^{-8}},$$

d. i. ein Werth von derselben Grössenordnung, wie diejenigen für Quarz und Turmalin. Es bleibt jetzt noch das Vorzeichen von δ_{14} zu bestimmen bei derselben Verfügung über das Coordinatensystem, bei welcher oben das positive Vorzeichen von e_{41} ermittelt worden ist. Da die Lage der Tetraëderflächen an der Dodekaëderplatte nun nicht bekannt war, so muss diese Vorzeichenbestimmung indirect durch Vergleichung der piëzoelektrischen und elektrooptischen Beobachtungen an der Dodekaëderplatte geschehen. Besonders zu diesem Zwecke angestellte Versuche ergaben folgendes Resultat. — Es war die eine Breitseite durch einen parallel zur einen Kantenrichtung eingeritzten Pfeil ausgezeichnet; wir wollen festsetzen, dass aus dieser Breitseite die $+Z^0$-Axe austritt, und dass die bezeichnete Kantenrichtung X den Winkel $(+X^0, -Y^0)$ halbirt. Dies stimmt nämlich mit der früheren Vorzeichenbestimmung von e_{41} überein; denn es wurde bei negativer Ladung der bezeichneten Fläche, also positivem Moment c, in der den Winkel $(+X^0, +Y^0)$ halbirenden Richtung Y eine Verzögerung der parallel der Plattennormale Z^0 polarisirten Welle gegen die andere, parallel der Kantenrichtung X polarisirte Welle beobachtet, und nach der Theorie ist in diesem Falle $\omega_x^2 - \omega_z^2 = -e_{41} c$, also die erstere Welle in der That bei positivem c die langsamere. Das Ergebniss der piëzoelektrischen Beobachtung war nun, dass

die bezeichnete Fläche durch Druck parallel dem Pfeil, also parallel X, negativ elektrisch wurde, somit das erregte Moment c negativ war, wenn X_y einen negativen Werth hatte. Da aber der Theorie zufolge $c = -\delta_{14} X_y$ ist, so muss, damit die Vorzeichen von c und X_y übereinstimmen, δ_{14} negativ sein. Wir haben also bei der früheren Festlegung des Coordinatensystems (cf. S. 67—68) das Endresultat:

$$\delta_{14} = -\mathbf{4{,}84 \cdot 10^{-8}}.$$

Es wurden dann noch Messungen der piëzoelektrischen Erregung der früher beschriebenen „Octaëderplatte" ausgeführt, welche zu einer Prüfung der Theorie dienen konnten.

Ist die Richtung des einseitigen Druckes p eine Octaëdernormale, — wir wollen annehmen die im ersten Octanten liegende — so ist

$$Y_z = Z_x = X_y = \tfrac{1}{3}p,$$

somit sind nach 25), § 1, die erregten Momente:

$$a = b = c = -\tfrac{1}{3}p\,\delta_{14}.$$

Das Gesammtmoment fällt folglich in die Druckrichtung und hat die Grösse:

$$m = -\frac{1}{\sqrt{3}}p\,\delta_{14}.$$

Um dieses Moment zu messen, wurde die Octaëderplatte zwischen zwei Metallplatten comprimirt, von denen die eine mit der Erde, die andere mit dem Elektrometer verbunden war. Dann findet man aus dem Elektrometerausschlage gerade wie früher die auf den Breitseiten der Platte entwickelte Elektricitätsmenge. Letztere ist hier aber unabhängig von den Dimensionen der Platte, da ja der Querschnitt q, auf den sich die Belastung P vertheilt, gleich der elektrisch geladenen Fläche q' ist; somit ist jene Elektricitätsmenge direct gleich dem Momente m für $p = 1$, und man erhält, wenn alle Grössen in absolutem Maass ausgedrückt werden, die Relation

42) $$\frac{m}{p} = -\frac{\delta_{14}}{\sqrt{3}} = \frac{\varphi_0}{\Phi} \cdot \frac{C}{P} \cdot 0{,}478 \cdot 10^{-2}.$$

Die Beobachtungsresultate sind folgende.

$$P = 1004 \text{ g.} \qquad \Phi = 42{,}25.$$

Fläche $F^{\times}$ mit dem El. verbunden.

	B	E	B	E	B	E	B	E	
φ_0	$-3{,}9$	$+3{,}5$	$-3{,}8$	$+3{,}6$	$-3{,}8$	$+3{,}6$	$-3{,}9$	$+3{,}7$;	$\bar{\varphi}_0 = 3{,}725$.

Fläche F mit dem El. verbunden.

	B	E	B	E	B	E	B	E	
φ_0	$+3{,}95$	$-3{,}45$	$+4{,}0$	$-3{,}4$	$+3{,}95$	$-3{,}5$	$+3{,}95$	$-3{,}6$;	$\overline{\varphi}_0 = 3{,}725.$

Also aus allen Beobachtungen: $\overline{\varphi}_0 = 3{,}725$, $\quad \dfrac{\overline{\varphi}_0}{\Phi} = 0{,}088.$

Die Capacität C' war hier kleiner als früher, nämlich ungefähr $= \dfrac{6 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}62}{0{,}26 \cdot 4\pi}$ $= 0{,}7$; dafür kam aber noch die Capacität der Metallplatten, auf welche der Druck ausgeübt wurde, hinzu, sodass man im Ganzen $C = 68$ wird setzen können (statt des Werthes 69 bei der Dodekaëderplatte). Dann erhält man nach 42):

$$\frac{m}{p} \text{ beobachtet: } = 2{,}9 \cdot 10^{-8},$$

$$\frac{m}{p} \text{ berechnet } = \frac{-\delta_{14}}{\sqrt{3}} = 2{,}79 \cdot 10^{-8}.$$

In Anbetracht der Kleinheit der beobachteten Ausschläge ist diese Uebereinstimmung ganz befriedigend.

In Betreff des Vorzeichens ist Folgendes zu bemerken. Nach den mitgetheilten Beobachtungen erhielt man bei Belastung negative Ausschläge, also positive Ladung, wenn die Fläche $F^{\times}$ mit dem Elektrometer verbunden war. Da nun nach der Bestimmung von δ_{14} das durch Druck parallel der im 1. Octanten liegenden Octaëdernormale entwickelte Moment ebenfalls positiv ist, so folgt, dass diese Octaëdernormale die äussere Normale der Fläche $F^{\times}$ der Octaëderplatte ist. Damit stimmen nun die elektrooptischen Beobachtungen an dieser Platte überein; denn wir waren durch diese am Schluss des § 3 ebenfalls zu dem Resultate gelangt, dass die Fläche $F^{\times}$ zur äusseren Normale die Octaëdernormale des ersten Octanten haben müsse. — Das Resultat, dass bei unserer Wahl des Coordinatensystems δ_{14} negativ ist, lässt sich nach dem Vorstehenden auch so aussprechen: es wird diejenige Fläche einer Octaëderplatte durch Druck positiv elektrisch, welche einer Tetraëderfläche des Krystalles zugekehrt ist. Wie in der Einleitung dieses Theiles erwähnt wurde, haben die Herren Hankel und Lindenberg sowie J. und P. Curie an tetraëdrischen Krystallen von $NaClO_3$ das entgegengesetzte, erstere dagegen an Krystallen mit vorherrschendem Würfel dasselbe Verhalten beobachtet.

§ 5. **Piëzooptische Beobachtungen.**

Wie wir schon in § 1 dieses Theiles (S. 32) sahen, braucht man von den Constanten $a_{11} - a_{12}$ und a_{44}, welche dem Ansatze 24) zufolge im Allgemeinen die durch Deformationen erzeugte Doppelbrechung regulärer Krystalle bestimmen, für den vorliegenden Zweck, d. h. die Berechnung der von der Deformation eines Natrium-

chloratkrystalles im elektrischen Felde herrührenden Doppelbrechung, nur die eine: a_{44} zu kennen, da in diesem Falle nach 26) nur Deformationen y_z, z_x, x_y auftreten. Aus den Formeln 24) lässt sich nun ableiten, dass $a_{44} s_{44}$ das Maass für den Gangunterschied ist, welcher in einem inactiven regulären Krystall in der Richtung einer Würfelnormale auftritt, wenn auf denselben einseitiger Druck parallel einer zu jener Würfelnormale senkrechten Dodekaëdernormale ausgeübt wird; es wird nämlich in diesem Falle[1])

$$\frac{\omega_1^2 - \omega_2^2}{p v^2} = \frac{a_{44}}{v^2} s_{44},$$

wo ω_1 die Geschwindigkeit der parallel zur Druckrichtung, ω_2 diejenige der senkrecht zur Druckrichtung polarisirten Welle bezeichnet, und s_{44} die Bedeutung des Torsionsmoduls für die Torsion um eine Würfelnormale hat.

Besitzt der Krystall optisches Drehungsvermögen, so findet man durch Compensatorbeobachtungen in der Richtung der Würfelnormale nicht direct die der Geschwindigkeitsdifferenz $\omega_1 - \omega_2$ entsprechende relative Verzögerung, sondern zunächst die Grösse

$$x = \frac{\omega_1^2 - \omega_2^2}{\omega_r^{0\,2} - \omega_l^{0\,2}} = -\frac{\omega_1^2 - \omega_2^2}{v^2} \frac{n_0^3 \pi}{\lambda \delta_0}.$$

Aus der Grösse x, welche man aus der beim Drucke p beobachteten Compensatorverstellung Δ nach 33) berechnet hat, ergiebt sich dann

43) $$\frac{a_{44}}{v^2} s_{44} = -\frac{x}{p} \frac{\lambda \delta^0}{n_0^3 \pi}, \text{ oder für Na-Licht} = \mp \frac{x}{p} \cdot \frac{10^{-4}}{16{,}8},$$

wobei das obere Vorzeichen für einen linken, das untere für einen rechten Krystall gilt, immer unter der Voraussetzung, dass der Compensatorspalt zur Druckrichtung parallel ist.

Die hier vorausgesetzten Versuchsbedingungen sind nun erfüllt, wenn man die „Dodekaëderplatte" parallel einer ihrer langen Kanten, also ebenso wie bei den piëzoelektrischen Beobachtungen comprimirt und dabei auf der Breitseite der Platte, also in der Richtung Z^0, die Streifenverschiebung am in der gewöhnlichen Stellung befindlichen Compensator beobachtet. Bei den Beobachtungen, welche in dieser Weise ausgeführt wurden, stand die Krystallplatte unter einem Hebel in solcher Entfernung von dessen (zur Beobachtungsrichtung paralleler) Drehungsaxe, dass die Belastung P der Platte das 4,07-fache von derjenigen Q des Hebelendes war. Zum Ausgleich des auf die Schmalseiten der Platte wirkenden Druckes dienten Bleiplatten[2]). Die Nicols wurden in derselben Weise in Bezug auf die Plattenkanten orientirt, wie bei den elektrooptischen Beobachtungen.

Wie schon am Schlusse von § 2, *d*, S. 48 oben, bemerkt wurde, braucht bei diesen Beobachtungen die ursprünglich vorhandene (anomale) Doppelbrechung

---

1) Vergl. F. Pockels, Wied. Ann. **37**, 376—378. 1889.

2) Wegen der Versuchsanordnung im Einzelnen vergl. meine Arbeit in Wied. Ann. **37**.

nicht berücksichtigt zu werden, da die derselben entsprechenden „Schwingungsrichtungen“ bereits parallel und senkrecht zu der Druckrichtung liegen, wie sie es in der comprimirten Platte thun. Wir sahen ferner S. 60, dass die Formel 33) im vorliegenden Fall durch die lineare Relation

$$x = +0{,}704\,\varDelta$$

ersetzt werden kann, wenn das beobachtete $\varDelta$ nicht grösser ist als 1, was hier erfüllt war.

Nachstehende Tabellen enthalten die Compensatoreinstellungen, welche an 3 bis 5 verschiedenen Stellen der Platte (am linken Rand [L. Rd.], in der Mitte [M.] und am rechten Rand [R. Rd.], und ev. noch dazwischen) bei entlastetem, mit $Q = 2344$ g belastetem und wieder entlastetem Hebel erhalten wurden. Die einzelnen Zahlen sind Mittelwerthe aus je 5 bis 6 Einstellungen.

Druck parallel den 15,6 mm langen Kanten.

Erste Aufstellung.

	L. Rd.	M.	R. Rd.	
E	0,91	0,882	0,694	
B	0,05	0,262	0,042	
E	0,872	0,900	0,732	
$\varDelta$	− 0,841	− 0,629	− 0,671;	Mittel − 0,714.

Zweite Aufstellung.

	L. Rd.		M.		R. Rd.	
E	1,058	1,326	1,248	1,292	1,378	
B	0,310	0,774	0,468	0,648	0,724	
E	1,050	1,342	1,234	1,272	1,394	
$\varDelta$	−0,734	−0,560	−0,773	−0,634	−0,662;	Mittel −0,673.

Mittel aus beiden Beobachtungsreihen: $\varDelta = -\mathbf{0{,}693}$;

daraus $\dfrac{\varDelta}{p} = -\dfrac{0{,}693 \cdot 15{,}15 \cdot 3{,}48}{2344 \cdot 4{,}07} = -\mathbf{3{,}83 \cdot 10^{-3}}$.

Druck parallel den 15,15 mm langen Kanten.

Erste Aufstellung.

	L. Rd.		M.		R. Rd.	
E	1,544	1,774	1,950	1,642	1,842	
B	0,806	1,057	1,292	0,932	1,160	
E	1,572	1,776	1,930	1,640	1,818	
$\varDelta$	−0,752	−0,718	−0,648	−0,709	−0,670;	Mittel −0,70.

Zweite Aufstellung.

	L. Rd.		M.		R. Rd.
E	0,820	1,018	1,052	1,412	1,572
B	0,142	0,380	0,367	0,754	0,872
E	0,832	1,030	1,044	1,410	1,558
Δ	−0,684	−0,644	−0,681	−0,657	−0,693; Mittel −0,672.

Mittel aus beiden Reihen: $\Delta = -\mathbf{0{,}686}$;

$$\text{daraus } \frac{\Delta}{p} = -\frac{0{,}686 \cdot 15{,}6 \cdot 3{,}48}{2344 \cdot 4{,}07} = -\mathbf{3{,}90 \cdot 10^{-3}}.$$

Wenn auch die einzelnen Beobachtungen an verschiedenen Stellen der Platte in Folge der bei ihrer grossen Breite schwer zu vermeidenden Ungleichförmigkeit der Compression bisweilen stark differirten, so stimmen doch die Mittelwerthe gut überein und ergeben für beide Druckrichtungen nahe denselben Werth von $\frac{\Delta}{p}$, wie es die krystallographische Symmetrie der Platte verlangt. Das Gesammtmittel ist

$$\frac{\Delta}{p} = -3{,}865 \cdot 10^{-3},$$

und aus diesem Werthe folgt

$$\frac{x}{p} = -2{,}72 \cdot 10^{-3},$$

und schliesslich nach 43), wenn man berücksichtigt, dass die Dodekaëderplatte rechtsdrehend war,

$$\frac{a_{44}}{v^2} \cdot s_{44} = -\mathbf{1{,}62 \cdot 10^{-8}}.$$

Zum Vergleich sei angeführt, dass der entsprechende Werth für Steinsalz $-0{,}833 \cdot 10^{-8}$, für Sylvin $-4{,}22 \cdot 10^{-8}$ beträgt. —

In der zu prüfenden Relation 27) tritt aber nicht das Product $a_{44} s_{44}$, sondern die Constante a_{44} selbst auf, so dass man noch den Torsionsmodul s_{44} kennen muss. Dieser ist nun nach den Bestimmungen, welche Herr Voigt[1]) an Stäbchen, die aus einem der grössten Krystalle geschnitten waren, ausgeführt hat,

$$s_{44} = +0{,}821 \cdot 10^{-6},$$

falls ebenso, wie bei der obigen Berechnung von $\frac{a_{44} s_{44}}{v^2}$, Millimeter als Längeneinheit und Gramm als Krafteinheit gewählt werden. Demnach erhält man für

1) W. Voigt, Nachr. d. Ges. d. Wiss. Göttingen. 1893, 220—224.

die Constante $\frac{a_{44}}{v^2}$, welche eine reine Zahl ist, den Werth:

$$\frac{a_{44}}{v^2} = -0{,}0197.$$

(Die Werthe derselben für Steinsalz und Sylvin sind bezw. $-0{,}0108$ und $-0{,}0276$.)

§ 6. Schlussfolgerung aus den gewonnenen Resultaten.

Nachdem der piëzoelektrische Modul δ_{14} und die piëzooptische Constante $\frac{a_{44}}{v^2}$ bestimmt worden ist, kann nunmehr aus der Formel 27) diejenige Constante $\frac{e'_{41}\varkappa}{v^2}$ berechnet werden, welche die Doppelbrechung im elektrischen Felde bestimmen würde, falls dieselbe aus der gleichzeitig stattfindenden Deformation ebenso wie aus einer gleichen, mechanisch erzeugten Deformation berechnet werden könnte.

Man findet

$$\frac{e'_{41}\varkappa}{v^2} = \delta_{14}\frac{a_{44}}{v^2} = +4{,}84 \cdot 0{,}0197 \cdot 10^{-8}$$
$$= +0{,}0955 \cdot 10^{-8}.$$

Dagegen war der durch directe Beobachtungen gefundene Werth dieser elektrooptischen Constante (siehe § 3, c, B, S. 68):

$$\frac{e_{41}\varkappa}{v^2} = +1{,}19 \cdot 10^{-8}.$$

Während also die Vorzeichen der beobachteten und berechneten Constanten übereinstimmen, differiren ihre absoluten Werthe ganz ausserordentlich, so zwar, dass die beobachtete elektrooptische Wirkung mehr als 12mal so gross ist, wie die aus der Deformation berechnete. Es kann demnach kein Zweifel sein, dass im Natriumchlorat die durch dielektrische Polarisation verursachte optische Wirkung verschieden ist von derjenigen, welche eine der dabei stattfindenden Deformation gleiche, durch mechanische Einwirkung hervorgebrachte Deformation verursachen würde, woraus zu schliessen ist, dass das elektrostatische Feld auf die Lichtbewegung im Natriumchlorat eine **directe** Wirkung ausübt.

III. Theil.

Quarz.

§ 1. Allgemeine Formeln.

Das Coordinatensystem soll ebenso festgelegt werden, wie es in der Untersuchung von Hrn. Voigt[1]) über die Elasticitätsverhältnisse des Quarzes zuerst geschehen und später in den Arbeiten über dessen piëzooptische[2]) und piëzoelektrische[3]) Constanten beibehalten worden ist, nämlich es sollen die Hauptaxe (dreizählige Symmetrieaxe) zur Z^0-Axe, eine zweizählige Symmetrieaxe zur X^0-Axe gewählt und deren positive Richtungen so angenommen werden, dass die $+Y^0$-Axe aus einer der um die $+Z^0$-Axe herum liegenden Flächen des positiven Rhomboëders austritt. Dann nimmt der allgemeine Ansatz 6) folgende specielle Form an[4]):

44)
$$B_{11} - \omega_o^{0^2} = e_{11} a, \quad B_{22} - \omega_o^{0^2} = -e_{11} a, \quad B_{33} - \omega_e^{0^2} = 0,$$
$$B_{23} = e_{41} a, \quad B_{31} = -e_{41} b, \quad B_{12} = -e_{11} b.$$

Hieraus wären die Hauptaxen des veränderten Ovaloids mittelst der Formeln 3) und 4) abzuleiten und die Lichtgeschwindigkeiten ω_1, ω_2 für eine gegebene Fortpflanzungsrichtung in bekannter Weise zu berechnen. Doch ist dabei wieder die Circularpolarisation zu berücksichtigen, also sind die Gleichungen 22) und 23) anzuwenden, wenigstens für Beobachtungen in Richtungen, die wenig von der Hauptaxe Z^0 abweichen. Sobald es sich aber um Richtungen handelt, welche unter Winkeln von mehr als 25^0 gegen die Hauptaxe geneigt sind, hat beim Quarz in Folge seiner natürlichen Doppelbrechung die Circularpolarisation keinen merklichen Einfluss mehr, d. h. die Wellen sind nicht von linearpolarisirten zu unterscheiden und folgen dem Huyghens'schen Gesetz für die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten. Für solche, hinreichend stark gegen die Axe Z^0 geneigte Beobachtungsrichtungen kann man also auch die modificirten Geschwindigkeiten ω_1, ω_2 direct aus den obigen B_{hk} berechnen, als ob es sich um einen inactiven Krystall handelte, und dementsprechend werden wir bei den Anwendungen im § 2 verfahren. Zu den Formeln 44) sei noch bemerkt, dass unter ω_o^0 der Mittelwerth aus den beiden ursprünglich in der Richtung der Hauptaxe stattfindenden Lichtgeschwindigkeiten ω_r^0 und ω_l^0 zu verstehen ist, während ω_e^0 die ursprüngliche ausserordentliche Hauptlichtgeschwindigkeit bezeichnet.

1) W. Voigt, Wied. Ann. **31**, 701. 1887.
2) F. Pockels, Wied. Ann. **37**, 161. 1889.
3) E. Riecke und W. Voigt, Wied. Ann. **45**, 525. 1892.
4) F. Pockels, N. Jahrb. f. Min. Beil. Bd. **7**, 210. 1890.

Die Aenderungen des optischen Verhaltens rhomboëdrischer und auch trapezoëdrisch-tetartoëdrischer Krystalle durch elastische Deformationen sind gegeben durch folgende Werthe der Grössen B_{hk}:[1])

$$
45)\quad \left|\begin{aligned}
B_{11} - \omega_o^{0^2} &= a_{11} x_x + a_{12} y_y + a_{13} z_z + a_{14} y_z \\
B_{22} - \omega_o^{0^2} &= a_{12} x_x + a_{11} y_y + a_{13} z_z - a_{14} y_z \\
B_{33} - \omega_e^{0^2} &= a_{31} (x_x + y_y) + a_{33} z_z \\
B_{23} &= a_{41} (x_x - y_y) + a_{44} y_z \\
B_{31} &= a_{44} z_x + a_{41} x_y \\
B_{12} &= a_{14} z_x + \tfrac{1}{2} (a_{11} - a_{12}) x_y .
\end{aligned}\right.
$$

In Betreff der Berücksichtigung der Circularpolarisation bei der Anwendung dieser Formeln gilt das oben Gesagte, d. h. dieselbe kommt nur für die in der Nähe der Hauptaxe zu beobachtenden Erscheinungen in Betracht.

Der Voigt'sche Ansatz 7) für die piëzoelektrischen Momente nimmt für die Gruppe des Quarzes in Bezug auf das oben definirte Axensystem die Form an:

$$
46)\quad \left|\begin{aligned}
a &= -\delta_{11} (X_x - Y_y) - \delta_{14} Y_z , \\
b &= +\delta_{14} Z_x + 2\delta_{11} X_y ,
\end{aligned}\right.
$$

enthält also, wie die Formeln 44), nur 2 Constante.

Zufolge den Gleichungen 8) werden demnach die Deformationen in einem homogenen elektrischen Felde, welches die Momente a, b, c inducirt, folgende:

$$
47)\quad \left|\begin{aligned}
x_x &= \delta_{11} \frac{a}{\varkappa_1}, \qquad y_y = -\delta_{11} \frac{a}{\varkappa_1}, \qquad z_z = 0, \\
y_z &= \delta_{14} \frac{a}{\varkappa_1}, \qquad z_x = -\delta_{14} \frac{b}{\varkappa_1}, \qquad x_y = -2\delta_{11} \frac{b}{\varkappa_1},
\end{aligned}\right.
$$

worin $\varkappa_1$ die Inductionsconstante für Richtungen senkrecht zur Z^0-Axe bezeichnet.

Es sei hier erwähnt, dass von diesen Formeln diejenige für y_y durch directe Messungen der Dilatation im elektrischen Felde, welche J. und P. Curie[2]) an dünnen Quarzplatten ausgeführt haben, sehr gute Bestätigung gefunden hat.

Aus den piëzoelektrischen Modulen δ_{11}, δ_{14} und den piëzooptischen Constanten setzen sich nun diejenigen Werthe e'_{11}, e'_{41}, welche die elektrooptischen Constanten im Falle lediglich indirecter, d. h. aus den Deformationen 47) nach 45) zu berechnender elektrooptischer Wirkung haben müssen, nach den allgemeinen Gleichungen 9) folgendermaassen zusammen:

1) Vergl. meine schon citirte Abhandlung in Wied. Ann. **37**.

2) J. u. P. Curie, Journ. de phys. (2) VIII, 149. 1889. Vergl. auch Th. Liebisch, Physikalische Krystallographie, Leipzig 1891, p. 277—280.

48)
$$\begin{aligned} e'_{11} &= \frac{1}{\varkappa_1}\{\delta_{11}(a_{11} - a_{12}) + \delta_{14} a_{14}\}, \\ e'_{41} &= \frac{1}{\varkappa_1}\{2\delta_{11} a_{41} + \delta_{14} a_{44}\}. \end{aligned}$$

Schliesslich seien noch die Relationen zwischen den elastischen Drucken und Deformationsgrössen, von denen bei der experimentellen Bestimmung der a_{hk} Anwendung zu machen ist, angeführt; sie lauten für die trapezoëdrische Tetartoëdrie des hexagonalen Systems wie folgt:

49)
$$\begin{aligned} x_x &= -\{s_{11} X_x + s_{12} Y_y + s_{13} Z_z + s_{14} Y_z\} \\ y_y &= -\{s_{12} X_x + s_{11} Y_y + s_{13} Z_z - s_{14} Y_z\} \\ z_z &= -\{s_{13}(X_x + Y_y) + s_{33} Z_z\} \\ y_z &= -\{s_{14}(X_x - Y_y) + s_{44} Y_z\} \\ z_x &= -\{s_{44} Z_x + 2s_{14} X_y\} \\ x_y &= -\{2s_{14} Z_x + 2(s_{11} - s_{12}) X_y\}. \end{aligned}$$

§ 2. Theorie der beobachteten elektrooptischen Erscheinungen.

Zur experimentellen Bestimmung der Constanten e_{11} und e_{41} reicht es aus, die optischen Aenderungen zu beobachten, welche bei dielektrischer Polarisation parallel der X^0- und Y^0-Axe eintreten. Bei der vorliegenden Untersuchung kamen daher nur diese 2 speciellen Elektrisirungsrichtungen zur Anwendung, was mir um so mehr ausreichend schien, als über die Lage der optischen Symmetrieaxen und die relative Grösse der Gangunterschiedsänderungen bei anderen Elektrisirungsrichtungen in der X^0Y^0-Ebene bereits Beobachtungen von Herrn P. Czermak vorliegen, welche die aus den Formeln 44) zu ziehenden Folgerungen bestätigen[1]. — Die Abweichungen der Richtung der Kraftlinien von der X^0- oder Y^0-Axe, welche bei den Beobachtungen infolge fehlerhafter Orientirung der untersuchten Platten vorkamen, waren so gering, dass sie nicht berücksichtigt zu werden brauchen (überdies wären Abweichungen innerhalb der X^0Y^0-Ebene gar nicht so genau nachweisbar gewesen, dass sich eine Correctionsrechnung dieserhalb verlohnt hätte).

a. Kraftlinien parallel X^0.

Hier ist a = dem Gesammtmoment m, $b = 0$, folglich nach 44):

$$B_{11} - \omega_o^{0^2} = -(B_{22} - \omega_o^{0^2}) = e_{11} m, \qquad B_{33} - \omega_e^{0^2} = 0,$$
$$B_{23} = e_{41} m, \qquad B_{31} = B_{12} = 0.$$

1) P. Czermak, Sitzungsber. d. Wiener Akad. 97 (2) 301—324. 1888. Eine Vergleichung der Resultate Czermaks mit meiner allgemeinen Theorie habe ich im N. Jahrb. f. Min. Beil. Bd. 7, 218, 1890, gegeben.

Da B_{31} und B_{12} verschwinden, so besteht die Richtungsänderung der optischen Symmetrieaxen nur in einer Drehung um die X^0-Axe und zwar um einen Winkel Φ_x, welcher, positiv gerechnet, wenn die neue Symmetrieaxe Y von Y^0 aus gegen Z^0 hin gedreht ist, gegeben ist durch[1])

$$\operatorname{tg} 2\Phi_x = \frac{2B_{23}}{B_{22}-B_{33}}.$$

Da nun die Aenderungen der Doppelbrechung im elektrischen Felde sehr klein sind gegen die ursprüngliche Doppelbrechung, also auch B_{23} sehr klein ist gegen $\omega_o^{0^2}-\omega_e^{0^2}$, so kann die Tangente oder der Sinus des Winkels Φ_x mit dem Winkel selbst vertauscht und im Nenner des vorstehenden Ausdruckes $e_{11}m$ neben $\omega_o^{0^2}-\omega_e^{0^2}$ vernachlässigt werden, so dass man erhält

50)
$$\Phi_x = \frac{e_{41}m}{\omega_o^{0^2}-\omega_e^{0^2}}.$$

Demgemäss werden die Richtungscosinus der Symmetrieaxen X, Y, Z bis auf Grössen zweiter Ordnung:

$$\alpha_1 = 1, \quad \beta_2 = \gamma_3 = 1, \quad \beta_1 = \gamma_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0, \quad \beta_3 = -\gamma_2 = \Phi_x,$$

und die Gleichungen 4) für die neuen Hauptlichtgeschwindigkeiten ergeben mit derselben Annäherung:

50')
$$\omega_x^2 = \omega_o^{0^2}+e_{11}m, \qquad \omega_y^2 = \omega_o^{0^2}-e_{11}m, \qquad \omega_z^2 = \omega_e^{0^2}.$$

Wir wollen nun sehen, wie auf Grund dieser Formeln die Grössen e_{11} und e_{41} durch Compensatorbeobachtungen, sowie die erstere auch durch Messung der Durchmesser der in der Richtung der Hauptaxe im convergenten Lichte beobachtbaren Interferenzcurven ermittelt werden können.

I. Compensatorbeobachtungen parallel Y^0 oder den Halbirungslinien der Winkel (Y^0, Z^0) und ($-Y^0$, Z^0).

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten in der Richtung Y^0 oder einer sehr wenig davon abweichenden unterscheiden sich von ω_x und ω_z nur um Grössen zweiter Ordnung, wenn $e_{11}m$ und $e_{41}m$ als solche erster Ordnung betrachtet werden. Compensatormessungen in der Beobachtungsrichtung Y^0, bei denen der Compensatorspalt parallel zu X^0 gerichtet ist, liefern demnach nach Gl. 11) die Grösse

$$\bar{\varDelta}_1 = \frac{L^0}{2\lambda}\left\{\frac{+e_{11}m}{v^2}n_o^{0^3}+2\,\frac{L-L^0}{L^0}(n_e^0-n_o^0)\right\}.$$

Die Aenderung der Dicke des Krystalles in der Beobachtungsrichtung ist $L-L^0 = L^0 y_y$, und dabei ist y_y die durch 47) gegebene Dilatation in Folge der

1) Vergl. F. Pockels, Wied. Ann. 37, p. 156.

dielektrischen Polarisation $a = m$, $b = c = 0$, also gleich $-\delta_{11}\frac{m}{\varkappa_1}$. Daher kann man obigen Ausdruck schreiben:

$$51)\qquad \bar{\varDelta}_1 = \frac{L^0}{\lambda}\frac{m}{\varkappa_1}\left\{\frac{n_o^{0^3}}{2}\cdot\frac{e_{11}\varkappa_1}{v^2} + \delta_{11}(n_o^0 - n_e^0)\right\},$$

worin $\frac{m}{\varkappa_1}$ das negative Potentialgefälle innerhalb des Krystalles in der Richtung $+X^0$ ist. Es sei daran erinnert, dass $\bar{\varDelta}$, die wirklich stattfindende relative Verzögerung in Wellenlängen, mit der beobachteten Anzahl $\varDelta$ von Umdrehungen der Compensatorschraube in dem Zusammenhang steht, dass $\bar{\varDelta} = -\frac{\varDelta}{23{,}8}$ ist, vorausgesetzt die Anwendung von Natriumlicht. Wird mit einer anderen Lichtsorte beobachtet, so ändert sich der Streifenabstand im Compensator d (= 23,8 für Na-Licht) in demselben Verhältniss wie λ, und da bei der Berechnung des Klammerausdruckes in 51) schliesslich nur das Verhältniss $\frac{\lambda}{d}$ auftritt, so kann man, auch wenn $\varDelta$ mit anderem Licht beobachtet wurde, doch immer die für Na-Licht geltenden Werthe $d = 23{,}8$ und $\lambda = 589{,}2 \cdot 10^{-6}$ einsetzen; so wird später bei Berechnung der mit „weissem Licht" angestellten Beobachtungen verfahren werden.

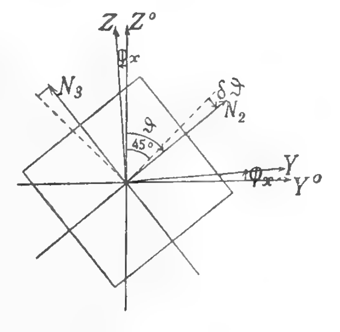


Fig. 7.

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten in einer Richtung N, die in der Y^0Z^0-Ebene liegt und mit der Z^0-Axe den Winkel ϑ, positiv gerechnet gegen die $+Y^0$-Axe hin, mit der Z-Axe also den Winkel $\vartheta + \varPhi_x$ bildet (vergl. Fig. 7), sind gegeben durch

$$\begin{aligned}
\omega_1^2 &= \omega_z^2 \sin^2(\vartheta + \varPhi_x) + \omega_y^2 \cos^2(\vartheta + \varPhi_x)\\
&= \omega_e^{0^2} \sin^2\vartheta + \omega_o^{0^2} \cos^2\vartheta + (\omega_e^{0^2} - \omega_o^{0^2})\,\varPhi_x \sin 2\vartheta + (\omega_y^2 - \omega_o^{0^2}) \cos^2\vartheta,\\
\omega_2^2 &= \omega_x^2,
\end{aligned}$$

oder mit Berücksichtigung der Formeln 50) und 50')

$$\begin{aligned}
\omega_1^2 &= \omega_e^{0^2} \sin^2\vartheta + \omega_o^{0^2} \cos^2\vartheta - e_{41}\, m \sin 2\vartheta - e_{11}\, m \cos^2\vartheta,\\
\omega_2^2 &= \omega_o^{0^2} + e_{11}\, m.
\end{aligned}$$

Bei den Beobachtungen sollte der Winkel $\vartheta = \pm 45^0$ sein; um aber gleich die Orientirungsfehler zu berücksichtigen, wollen wir ihn $= +45^0 + \delta\vartheta$ bezw. $-45^0 + \delta\vartheta$ annehmen. Dann erhält man

$$\begin{aligned}
\omega_2^2 - \omega_2^{0^2} &= e_{11}\, m \text{ in beiden Fällen},\\
\omega_1^2 - \omega_1^{0^2} &= -e_{41}\, m - e_{11}\, m\left(\tfrac{1}{2} - \delta\vartheta\right) \text{ für } \vartheta = +45^0 + \delta\vartheta,\\
&= +e_{41}\, m - e_{11}\, m\left(\tfrac{1}{2} + \delta\vartheta\right) \quad \text{„} \quad \vartheta = -45^0 + \delta\vartheta.
\end{aligned}$$

Um die relative Verzögerung berechnen zu können, ist noch die Dickenzunahme $L-L^0$ in der Beobachtungsrichtung zu bestimmen, wobei jedoch $\vartheta = \pm 45^0$ gesetzt werden kann. Dieselbe ist allgemein $L^0(\frac{1}{2}y_y+\frac{1}{2}z_z\pm\frac{1}{2}y_z)$, oder, da hier zufolge 47) die speciellen Werthe

$$y_y = -\delta_{11}\frac{m}{\varkappa_1}, \qquad z_z = 0, \qquad y_z = +\delta_{14}\frac{m}{\varkappa_1}$$

gelten,

$$L-L^0 = L^0\cdot\tfrac{1}{2}\frac{m}{\varkappa_1}(-\delta_{11}+\delta_{14}) \text{ für } \vartheta = +45^0,$$

$$L-L^0 = L^0\cdot\tfrac{1}{2}\frac{m}{\varkappa_1}(-\delta_{11}-\delta_{14}) \quad \text{„} \quad \vartheta = -45^0.$$

Ferner sind die Brechungsindices n_1^0 und n_2^0 (ersterer wenigstens sehr annähernd):

$$n_1^0 = \tfrac{1}{2}(n_o^0+n_e^0) = n_m, \qquad n_2^0 = n_o^0.$$

Nach Einsetzung aller vorstehend gefundenen Ausdrücke in 11) findet man für die mit dem Compensator in den Beobachtungsrichtungen N_2 ($\vartheta = 45+\delta\vartheta$) und N_3 ($\vartheta = -45+\delta\vartheta$) messbaren relativen Verzögerungen:

$$52)\qquad \bar{\varDelta}_2 = \frac{L^0}{\lambda}\frac{m}{\varkappa_1}\left\{\frac{e_{11}\varkappa_1}{v^2}\left(\frac{n_o^{0^3}}{2}+\frac{n_m^3}{2}(\tfrac{1}{2}-\delta\vartheta)\right)+\frac{e_{41}\varkappa_1}{v^2}\frac{n_m^3}{2}+\tfrac{1}{4}(n_o^0-n_e^0)(\delta_{11}-\delta_{14})\right\},$$

$$53)\qquad \bar{\varDelta}_3 = \frac{L^0}{\lambda}\frac{m}{\varkappa_1}\left\{\frac{e_{11}\varkappa_1}{v^2}\left(\frac{n_o^{0^3}}{2}+\frac{n_m^3}{2}(\tfrac{1}{2}+\delta\vartheta)\right)-\frac{e_{41}\varkappa_1}{v^2}\frac{n_m^3}{2}+\tfrac{1}{4}(n_o^0-n_e^0)(\delta_{11}+\delta_{14})\right\}.$$

Bei Vernachlässigung der Correctionen wegen der Dickenänderung und des Orientirungsfehlers, sowie der Verschiedenheit von n_o^3 und n_m^3, wird $\bar{\varDelta}_2$ proportional mit $(\frac{3}{2}e_{11}+e_{41})$, $\bar{\varDelta}_3$ mit $(\frac{3}{2}e_{11}-e_{41})$, so dass dann die Summe beider Grössen $3e_{11}$, die Differenz $2e_{41}$ liefert. Jedenfalls würde die Bestimmung von $\bar{\varDelta}_2$ und $\bar{\varDelta}_3$ allein zur Berechnung von e_{11} und e_{41} ausreichen.

Die in den Formeln 51)—53) vorkommenden Brechungsindices haben für Natriumlicht die Werthe: $n_o^0 = 1{,}5442$, $n_e^0 = 1{,}5533$, $n_m = 1{,}5488$, und dementsprechend ist

$$\frac{n_o^{0^3}}{2} = 1{,}841, \quad \frac{n_e^{0^3}}{2} = 1{,}874, \quad \frac{n_m^3}{2} = 1{,}858, \quad n_o^0-n_e^0 = -0{,}0091.$$

Bei Beobachtungen in Richtungen nahe parallel der Hauptaxe kommt, wie schon hervorgehoben, die Circularpolarisation zur Geltung und superponirt sich der ohne Rücksicht auf sie berechneten Doppelbrechung in derselben Weise, wie es beim Natriumchlorat erörtert wurde; nur ist diese Doppelbrechung hier zum weitaus grössten Theil bereits im natürlichen Zustande des Krystalles vorhanden, wo sie dem Huyghens'schen Gesetz folgt. Für die Richtung der Hauptaxe selbst ist $\omega_1^2-\omega_2^2 = \omega_x^2-\omega_y^2 = 2e_{11}m$, die Differenz der Geschwindigkeitsquadrate also $\pm\sqrt{(\omega_r^{0^2}-\omega_l^{0^2})^2+(2e_{11}m)^2}$. Compensatorbeobachtungen genau in der Richtung Z^0

würden nach der Formel 33) eine Grösse $x = \frac{\pm 2 e_{11} m}{\omega_r^{0^2} - \omega_l^{0^2}}$ liefern. Dieser Grösse ist, wie wir früher sahen (vergl. die Näherungsformel 33'), die beobachtete Compensatorverschiebung $\varDelta$ nahezu proportional, wobei der Proportionalitätsfactor von der Weglänge L der Lichtstrahlen im Krystall abhängt, aber derart, dass er durch Vergrösserung derselben nicht wesentlich vergrössert werden kann, sondern schliesslich sogar wieder abnimmt. Da nun das Drehungsvermögen $\frac{1}{2}\delta^0$ des Quarzes in der Richtung der Hauptaxe fast 7 mal so gross ist, wie dasjenige des Natriumchlorats, so ist bei gleich starker elektrooptischer Wirkung x und folglich auch $\varDelta$ beim Quarz etwa 7mal kleiner, als beim Natriumchlorat. Daher können die Compensatorstreifen bei Beobachtung parallel Z^0 nur eine sehr geringe Verschiebung erfahren, welche auch durch Vergrösserung der Plattenlänge L nicht wesentlich gesteigert werden kann. In der That konnte an einer 59,9 mm langen Platte in einem starken elektrischen Felde kaum eine Verschiebung wahrgenommen werden.

Compensatorbeobachtungen in der Richtung der Hauptaxe sind demnach ungeeignet zur Bestimmung des Gangunterschiedes bezw. der Constante e_{11}. Dagegen konnte hierzu die Beobachtung der Aenderung der im convergenten homogenen Lichte sichtbaren Interferenzcurven dienen, wie im Folgenden gezeigt werden soll.

II. Beobachtung der Interferenzringe um die Hauptaxe.

Eine Quarzplatte, welche von zwei zur Hauptaxe Z^0 senkrechten ebenen Flächen begrenzt wird, zeigt im convergenten homogenen Lichte zwischen gekreuzten Nicols dunkle Interferenzkreise, deren Winkelhalbmesser Θ sich durch die Gleichung

$$\frac{L\delta^0}{2\cos\vartheta}\sqrt{1 + k^{0^2}\sin^4\vartheta} = h\pi, \quad \text{wo } h = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots \text{ ist,}$$

bestimmen, wenn ϑ der entsprechende Winkel im Innern des Krystalles, also gleich $\arcsin\left(\frac{1}{n_o^0}\sin\Theta\right)$, L die Dicke der Platte (parallel Z^0 gerechnet), $\frac{\delta^0}{2}$ wie früher das specifische Drehungsvermögen, und k^0 eine Constante, nämlich der Quotient $\frac{\omega_o^{0^2} - \omega_e^{0^2}}{\omega_l^{0^2} - \omega_r^{0^2}}$ ist, welcher für Natriumlicht den numerischen Werth 126,5 besitzt. Wird nun der Krystall durch äussere Einwirkung — einseitigen Druck oder dielektrische Polarisation senkrecht zur Hauptaxe — optisch zweiaxig mit einem Axenwinkel 2Ω, so werden die Interferenzringe zu Lemniscaten deformirt, deren Gleichung ist[1]):

$$\frac{L\delta^0}{2\cos\vartheta}\sqrt{1 + \left(\frac{x\sin u\sin v}{\sin^2\Omega}\right)^2} = h\pi \qquad (h = \pm 1, \pm 2, \ldots),$$

1) Vergl. hierzu F. Pockels, Wied. Ann. **37**, 295—97. 1889.

worin ϑ wieder den Winkel zwischen der Wellennormale im Krystall und der Z^0-Axe, u, v die Winkel zwischen ersterer und den beiden optischen Axen bezeichnen, und x die frühere Bedeutung: $\pm \frac{\omega_y^2 - \omega_x^2}{\omega_l^{0^2} - \omega_r^{0^2}}$ besitzt. Da $\sin^2 \Omega = \frac{\omega_y^2 - \omega_x^2}{\omega_y^2 - \omega_z^2}$ oder $= \frac{\omega_x^2 - \omega_y^2}{\omega_x^2 - \omega_z^2}$ ist, je nachdem ω_y oder ω_x die grösste Hauptlichtgeschwindigkeit bedeutet, so ist $\frac{x}{\sin^2 \Omega}$ entweder $= \frac{\omega_y^2 - \omega_z^2}{\omega_l^{0^2} - \omega_r^{0^2}}$ oder $= \frac{\omega_x^2 - \omega_z^2}{\omega_l^{0^2} - \omega_r^{0^2}}$, also, da $\omega_x^2 - \omega_z^2$ und $\omega_y^2 - \omega_z^2$ sich von $\omega_o^{0^2} - \omega_l^{0^2}$ verhältnissmässig sehr wenig unterscheiden, jedenfalls eine von k^0 sehr wenig verschiedene Grösse k.

Für die Messung kommen nur der grösste und kleinste Durchmesser der Lemniscaten in Betracht. Man misst zwar nicht direct ϑ, sondern den entsprechenden Winkel $\Theta = \arcsin\,(n_o^0 \sin\vartheta)$ ausserhalb des Krystalles; aber es kommt offenbar zunächst nur darauf an, ϑ zu berechnen.

Für den grössten Durchmesser, also denjenigen parallel der Ebene der optischen Axen, ist

$$u = \vartheta - \Omega, \qquad v = \vartheta + \Omega, \qquad \sin u \sin v = \sin^2\vartheta - \sin^2 \Omega.$$

Setzt man noch

$$\frac{2\pi}{L\delta^0} = c,$$

welche Grösse für die gegebene Platte als constant betrachtet werden kann und im Falle der dielektrischen Polarisation streng constant ist, weil dieselbe keine Dilatation z_z erzeugt, so erhält man für die den grössten Ringdurchmessern entsprechenden Winkel ϑ_h die Gleichung

$$k^2 (\sin^2\vartheta_h - \sin^2 \Omega)^2 = h^2 c^2 - 1 - h^2 c^2 \sin^2\vartheta_h,$$

oder, da $k \sin^2 \Omega = x$ ist,

$$54) \qquad k \sin^2\vartheta_h - x = \sqrt{(hc\cos\vartheta_h)^2 - 1}.$$

Für den kleinsten Durchmesser gilt, wenn ϑ' der entsprechende Winkel gegen Z^0 im Krystall ist,

$$u = v, \qquad \cos^2 u = \cos^2\vartheta' \cos^2 \Omega,$$
$$\sin u \sin v = \sin^2 \Omega \cos^2\vartheta' + \sin^2\vartheta',$$

also erhält man die Gleichung:

$$54') \qquad k \sin^2\vartheta_h' + x\cos^2\vartheta_h' = \sqrt{(hc\cos\vartheta_h')^2 - 1}.$$

Was die dem h beizulegenden ganzzahligen Werthe betrifft, so sind dieselben, wenn g die grösste in $\frac{1}{c} = \frac{L\delta^0}{2\pi}$ enthaltene ganze Zahl bezeichnet:

$$h = g+1 \text{ für den } 1^{\text{ten}}, = g+2 \text{ für den } 2^{\text{ten}} \text{ Ring u. s. w.}$$

Es hängt also von der Dicke der Platte ab, mit welcher Zahl die Reihe der h beginnt; der Anfangswerth 1 wird nur dann zulässig sein, wenn $L < \frac{2\pi}{\delta^0}$, d. i. im Falle von Natriumlicht kleiner als $\frac{180}{21{,}67} = 8{,}3$ mm ist. — Die Formeln 54) und 54') gelten, wie noch einmal hervorgehoben sei, nur für den Fall gekreuzter Nicols, wobei deren Polarisationsebenen übrigens aber beliebig gegen die Ebene der optischen Axen des Krystalles orientirt sein können.

Wir wollen sie nun anwenden auf den Fall, dass die Zweiaxigkeit durch dielektrische Polarisation parallel der X^0-Axe erzeugt ist. Dann ist nach 50')

$$\omega_x^0 = \omega_o^{0^2} + e_{11} m, \qquad \omega_y^2 = \omega_o^{0^2} - e_{11} m, \qquad \omega_z^2 = \omega_e^{0^2},$$

also

$$\omega_y^2 - \omega_z^2 = \omega_o^{0^2} - \omega_e^{0^2} - e_{11} m = \omega_o^{0^2} - \omega_e^{0^2} + \tfrac{1}{2}(\omega_y^2 - \omega_x^2),$$
$$\omega_x^2 - \omega_z^2 = \omega_o^{0^2} - \omega_e^{0^2} + e_{11} m = \omega_o^{0^2} - \omega_e^{0^2} - \tfrac{1}{2}(\omega_y^2 - \omega_x^2),$$

und, wenn man unter x den absoluten Werth von $\frac{2e_{11} m}{\omega_l^{0^2} - \omega_r^{0^2}}$ versteht und auch k und k^0 absolut rechnet:

$$k = k^0 + \tfrac{1}{2} x.$$

Setzt man diesen Werth ein, so gehen die Gleichungen 54) und 54'), in denen der Quadratwurzel ebenfalls stets der absolute Werth beizulegen ist, über in

$$55) \qquad x(1 - \tfrac{1}{2}\sin^2\vartheta_h) = k^0 \sin^2\vartheta_h - \sqrt{(hc\cos\vartheta_h)^2 - 1},$$

$$55') \qquad x(1 - \tfrac{1}{2}\sin^2\vartheta_h') = -k^0 \sin^2\vartheta_h' + \sqrt{(hc\cos\vartheta_h')^2 - 1},$$

während zugleich für die ursprünglichen Ringhalbmesser die Gleichung gilt:

$$56) \qquad 0 = k^0 \sin^2\vartheta_h^0 - \sqrt{(hc\cos\vartheta_h^0)^2 - 1}.$$

Diese letztere kann zur Berechnung von c dienen, oder wenigstens zur Controlle des aus der Dicke L nach der Formel $c = \frac{2\pi}{L\delta^0}$ berechneten Werthes dieser Grösse. Die Formeln 55) und 55') zur Berechnung von x lassen sich nun in eine bequemere Form, in welcher sie die direct beobachteten Aenderungen der Ringdurchmesser enthalten, bringen, wenn man berücksichtigt, dass die bei den Beobachtungen in Betracht kommenden Winkel ϑ, umsomehr aber ihre Aenderungen $\vartheta - \vartheta^0$ und $\vartheta^0 - \vartheta'$, sehr klein sind. Man kann dann nämlich für jeden Ring $\sqrt{(hc\cos\vartheta)^2 - 1}$ als constant $= \sqrt{(hc\cos\vartheta^0)^2 - 1} = k^0 \sin^2\vartheta^0$ betrachten, ebenso $1 - \frac{1}{2}\sin^2\vartheta$ immer $= 1 - \frac{1}{2}\sin^2\vartheta^0 = \cos\vartheta^0$ setzen und erhält:

$$\text{aus 55)} \qquad x = \frac{k^0(\sin^2\vartheta_h - \sin^2\vartheta_h^0)}{\cos\vartheta_h^0},$$

aus 55′)
$$x = \frac{k^0(\sin^2\vartheta_h^0 - \sin^2\vartheta_h')}{\cos\vartheta_h^0},$$

und durch Addition dieser beiden Ausdrücke:

$$x = \tfrac{1}{2}\cdot\frac{k^0(\sin^2\vartheta_h - \sin^2\vartheta_h')}{\cos\vartheta_h^0}.$$

Führt man nun die direct (in Luft) beobachteten Winkel Θ_h, Θ_h', Θ_h^0 ein, d.h. die beobachteten grössten, kleinsten und ursprünglichen Winkelhalbmesser der Interferenzcurven, so wird die letzte Gleichung:

57)
$$x = \frac{\frac{1}{2}k^0(\sin^2\Theta_h - \sin^2\Theta_h')}{n_o^{0^2} - \frac{1}{2}\sin^2\Theta_h^0},$$

wofür man annähernd auch schreiben kann:

57′)
$$x = \frac{k^0\sin\Theta_h^0}{n_o^{0^2}}\cdot(\Theta_h - \Theta_h').$$

Wie weit, d.h. bis zu welchem Ringe diese Näherungsformel noch anwendbar ist, hängt von der Dicke der Platte ab; bei der zu den elektrooptischen Beobachtungen dienenden Platte, für die $L = 59{,}9$ mm war, konnte sie auf den dritten Ring noch mit genügender Annäherung angewendet werden. Die Ringdurchmesser Θ und Θ' konnten dabei nacheinander in derselben Richtung — parallel Y^0 — gemessen werden, indem das Vorzeichen der Elektrisirung bei gleicher Stärke umgekehrt wurde; denn die Ebene der optischen Axen und somit der grösste Ringdurchmesser ist, wie aus 50′) hervorgeht, parallel oder senkrecht zu den Kraftlinien, je nachdem $e_{11}m$ positiv oder negativ ist. Demnach kann die in 57′) vorkommende Grösse $\Theta_h - \Theta_h'$ als Aenderung des Ringhalbmessers beim Umkehren des Vorzeichens der elektrischen Ladung bequem beobachtet werden; die Anordnung, durch welche dies ausgeführt wurde, wird an späterer Stelle beschrieben werden.

Hat man die Grösse x aus 57′) berechnet, so findet man die Constante e_{11} bezw. $\frac{e_{11}\varkappa_1}{v^2}$ dem absoluten Werthe nach aus

58)
$$\frac{|e_{11}|\varkappa_1}{v^2} = \frac{\lambda\delta^0}{2\pi n_o^{0^3}}\cdot\frac{x}{\partial V/\partial n}.$$

Das Vorzeichen lässt sich wie oben angegeben aus der Lage des längsten Ringdurchmessers bei bestimmtem Vorzeichen von m bestimmen.

Während bei meinen später mitzutheilenden Beobachtungen die Winkel Θ selbst gemessen wurden, hat Herr Czermak in der mehrfach citirten Arbeit die Aenderungen des scheinbaren, d.h. auf einen Glasmaassstab projicirten Ringdurchmessers beobachtet und dieselben in relativem Maass, nämlich ausgedrückt in Theilen des Durchmessers d selbst, angegeben. Es war nach seinen Beobach-

tungen der Mittelwerth aus der relativen Ringerweiterung und Verengerung

$$\frac{\delta d}{d} = 0{,}000387 \cdot \frac{\partial V}{\partial n}.$$

Nun folgt aus der Formel 57') annähernd:

$$\frac{\delta d}{d} = \frac{\Theta_h - \Theta_h'}{2 \sin \Theta_h^0} = \frac{\frac{1}{2} x}{\sqrt{h^2 c^2 - 1}};$$

um also x aus $\frac{\delta d}{d}$ berechnen zu können, muss man hc, somit die Dicke der Platte genau kennen. Diese giebt nun Herr Czermak nicht an; nach seinen Bemerkungen über die Herstellung der benutzten Platten scheint sie aber etwa 2 cm betragen zu haben. Dann würde für den ersten Ring, auf den sich die Messungen bezogen, $h = 3$, $c = 0{,}415$ und $\frac{x}{\partial V / \partial n} = 2 \cdot 0{,}743 \cdot 0{,}000387 = 0{,}000575$, folglich $\frac{|e_{11}| \varkappa_1}{v^2} = \frac{589 \cdot 21{,}67 \cdot 10^{-6}}{180 \cdot 3{,}68} \frac{x}{\partial V / \partial n} = \mathbf{1{,}11 \cdot 10^{-8}}$. Uebrigens ist auch nicht angegeben, ob Herr Czermak, wie hier vorausgesetzt, bei gekreuzten Nicols beobachtet hat. —

b. Kraftlinien parallel Y^0.

Hier ist $a = 0$, $b = m$, $c = 0$, folglich nach 44):

$$B_{11} - \omega_o^{0^2} = B_{22} - \omega_o^{0^2} = B_{33} - \omega_e^{0^2} = 0,$$
$$B_{23} = 0, \qquad B_{31} = -e_{41} m, \qquad B_{12} = -e_{11} m.$$

Da B_{31} und B_{12} von 0 verschieden sind, so wird das optische Symmetrieaxensystem X, Y, Z aus dem Axensystem X^0, Y^0, Z^0 durch eine Drehung um die Y^0-Axe und eine solche um die Z^0-Axe hervorgehen. Die erstere ist in Folge der starken ursprünglichen Doppelbrechung jedenfalls sehr klein, analog der Drehung um die X^0-Axe im Falle a. Daher sind die Richtungscosinus γ_1, γ_2, α_3, β_3 als kleine Grössen erster Ordnung, $1 - \gamma_3$ als eine solche zweiter Ordnung zu behandeln, und von den Gleichungen 3) zur Bestimmung der Richtungscosinus, welche zunächst lauten:

$$(\omega_e^{0^2} - \omega_o^{0^2}) \beta_3 \gamma_3 - e_{41} m (\beta_3 \gamma_1 + \beta_1 \gamma_3) - e_{11} m (\beta_2 \gamma_1 + \beta_1 \gamma_2) = 0,$$
$$(\omega_e^{0^2} - \omega_o^{0^2}) \gamma_3 \alpha_3 - e_{41} m (\gamma_3 \alpha_1 + \gamma_1 \alpha_3) - e_{11} m (\alpha_2 \gamma_1 + \alpha_1 \gamma_2) = 0,$$
$$(\omega_e^{0^2} - \omega_o^{0^2}) \alpha_3 \beta_3 - e_{41} m (\alpha_3 \beta_1 + \alpha_1 \beta_3) - e_{11} m (\alpha_1 \beta_2 + \alpha_2 \beta_1) = 0,$$

kann man die beiden ersten schreiben:

$$e_{41} m \beta_1 = (\omega_e^{0^2} - \omega_o^{0^2}) \beta_3 - (\beta_2 \gamma_1 + \beta_1 \gamma_2) e_{11} m$$
$$e_{41} m \alpha_1 = (\omega_e^{0^2} - \omega_o^{0^2}) \alpha_3 - (\gamma_2 \alpha_1 + \gamma_1 \alpha_2) e_{11} m,$$

während die dritte lehrt, dass $\alpha_1 \beta_2 + \alpha_2 \beta_1$ eine kleine Grösse erster Ordnung

d. h. wie α_3 und β_3 von der Grössenordnung der Quotienten $\frac{e_{11} m}{\omega_o^{0^2} - \omega_e^{0^2}}$ und $\frac{e_{41} m}{\omega_o^{0^2} - \omega_e^{0^2}}$ ist. Aus der letzteren Bedingung in Verbindung mit dem oben über α_3 und β_3 Gesagten folgt, dass bis auf kleine Grössen erster Ordnung

$$\alpha_1 = \beta_2 = \sqrt{\tfrac{1}{2}}, \qquad \alpha_2 = -\beta_1 = \sqrt{\tfrac{1}{2}}$$

ist. (Man könnte zwar über die Vorzeichen auch anders verfügen, doch hätte das keinen Einfluss auf das Endresultat). Hieraus folgt weiter, ebenfalls in erster Näherung, d. h. unter Vernachlässigung von $\gamma_1 e_{11} m$ und $\gamma_2 e_{11} m$,

$$\alpha_3 = -\beta_3 = +\frac{e_{41} m \sqrt{\tfrac{1}{2}}}{\omega_e^{0^2} - \omega_o^{0^2}},$$

$$\gamma_1 = \alpha_2 \beta_3 - \alpha_3 \beta_2 = -\frac{e_{41} m}{\omega_e^{0^2} - \omega_o^{0^2}},$$

während γ_2 eine kleine Grösse 2ter Ordnung wird.

Aus vorstehenden Resultaten ist ersichtlich, dass die Drehung des Axensystems um die Z^0-Axe sehr nahe gleich $+\frac{\pi}{4}$, diejenige um die Y^0-Axe gleich $\frac{+e_{41} m}{\omega_o^{0^2} - \omega_e^{0^2}}$ ist. Ferner werden die Quadrate der Hauptlichtgeschwindigkeiten, nach den allgemeinen Gleichungen 4) berechnet,

$$\omega_x^2 = \omega_o^{0^2} - e_{11} m, \qquad \omega_y^2 = \omega_o^{0^2} + e_{11} m, \qquad \omega_z^2 = \omega_e^{0^2}.$$

Die optischen Axen liegen also in der ZX-Ebene (— d. i. sehr annähernd die Halbirungsebene des Winkels zwischen den durch Z^0 und $+X^0$ bezw. $+Y^0$ gelegten Ebenen —), falls $e_{11} m < 0$ ist, in der YZ-Ebene, falls $e_{11} m > 0$ ist; jedenfalls ist der halbe Winkel zwischen den optischen Axen, Ω, bestimmt durch

$$\sin^2 \Omega = \frac{2\,|e_{11} m|}{\omega_o^{0^2} - \omega_e^{0^2}},$$

wenn $|e_{11} m|$ den absoluten Betrag von $e_{11} m$ bezeichnet.

Für die Compensatorbeobachtungen kommen hier Beobachtungsrichtungen in Betracht, die in der Z^0X^0-Ebene liegen. Für eine solche Fortpflanzungsrichtung N soll daher jetzt die Differenz $\omega_2^2 - \omega_1^2$ berechnet werden, unter der Voraussetzung, dass der Winkel $Z^0N = \vartheta$ (— positiv gerechnet, wenn N im Quadranten zwischen $+Z^0$, $+X^0$ liegt —) gross genug ist, damit man die Circularpolarisation vernachlässigen könne. Die eine Welle, deren Geschwindigkeit ω_1 sei, ist dann sehr nahe parallel Y^0, also parallel den Kraftlinien, die andere sehr nahezu in der Z^0X^0-Ebene polarisirt, und zwar gilt dies mit solcher Annäherung, dass die Abweichungen von jenen Richtungen praktisch, d. h. bei der Einstellung der Nicol- und Compensatorhauptschnitte, vollständig vernachlässigt werden können.

Für $\omega_2^2 - \omega_1^2$ hat man zunächst den Ausdruck

$$\omega_2^2 - \omega_1^2 = (\omega_o^{0^2} - \omega_e^{0^2} + |e_{11} m|) \sin(A_1 N) \sin(A_2 N),$$

gleichgültig, ob die optischen Axen A_1, A_2 in der YZ-Ebene oder in der ZX-Ebene (etwa bei A_1', A_2' in nebenstehender Figur 8) liegen.

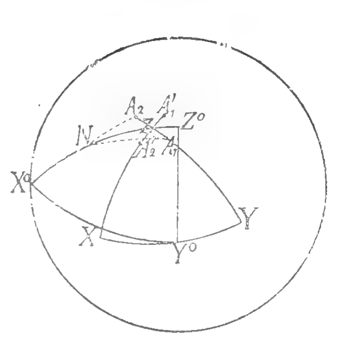


Fig. 8

Es ist nun, wie aus Fig. 8 leicht ersichtlich, da $\angle(NZA_1) = 135^0$, $\angle(NZA_2) = 45^0$ ist:

$$\cos(NA_1) = \cos(NA_1')$$
$$= \cos(NZ)\cos\Omega - \sqrt{\tfrac{1}{2}}\sin(NZ)\sin\Omega,$$
$$\cos(NA_2) = \cos(NA_2')$$
$$= \cos(NZ)\cos\Omega + \sqrt{\tfrac{1}{2}}\sin(NZ)\sin\Omega;$$

folglich jedenfalls

$$\sin^2(A_1 N)\sin^2(A_2 N) = (1-\cos^2(NZ)\cos^2\Omega)^2 - \sin^2(NZ)\sin^2\Omega + \tfrac{1}{4}\sin^4(NZ)\sin^4\Omega$$
$$- \sin^2(NZ)\cos^2(NZ)\sin^2\Omega\cos^2\Omega.$$

Hierin ist $(NZ) = (NZ^0) - \gamma_1$, da $(ZZ^0) = \sin(ZZ^0) = \gamma_1$ gesetzt werden kann. Setzt man diesen Werth ein und entwickelt nun unter Vernachlässigung aller kleinen Grössen 2ter Ordnung, wie γ_1^2, $\sin^4\Omega$, $\gamma_1\sin^2\Omega$ etc., so folgt

$$\sin^2(A_1 N)\sin^2(A_2 N) = \sin^4\vartheta - \sin^2\vartheta\{\sin^2\vartheta\sin^2\Omega + 4\gamma_1\sin\vartheta\cos\vartheta\},$$
$$\sin(A_1 N)\sin(A_2 N) = \sin^2\vartheta\{1 - \tfrac{1}{2}\sin^2\Omega - 2\gamma_1\operatorname{cotg}\vartheta\},$$

und demnach, ebenfalls bis auf Grössen 2ter Ordnung,

$$\omega_2^2 - \omega_1^2 = (\omega_o^{0^2} - \omega_e^{0^2} + |e_{11} m|)\sin^2\vartheta - \tfrac{1}{2}(\omega_o^{0^2} - \omega_e^{0^2})\sin^2\Omega\sin^2\vartheta - \gamma_1(\omega_o^{0^2} - \omega_e^{0^2})\sin 2\vartheta,$$

oder, da $(\omega_o^{0^2} - \omega_e^{0^2})\sin^2\Omega = 2|e_{11} m|$ und $\gamma_1(\omega_o^{0^2} - \omega_e^{0^2}) = e_{41} m$ ist,

$$\omega_2^2 - \omega_1^2 = (\omega_o^{0^2} - \omega_e^{0^2})\sin^2\vartheta - e_{41} m \sin 2\vartheta.$$

Das erste Glied auf der rechten Seite stellt den ursprünglichen Werth der Differenz $\omega_2^2 - \omega_1^2$ dar; die Zunahme des Gangunterschiedes in Folge der dielektrischen Polarisation m ist also gegeben durch $-e_{41} m \sin 2\vartheta$, somit allein von der Constante e_{41}, nicht von e_{11}, abhängig und übrigens am grössten für $\vartheta = \pm 45^0$, gleich Null dagegen für $\vartheta = 0^0$ und 90^0, d. h. für die Richtungen der Z^0- und X^0-Axe.

Die Compensatormessungen in der Richtung N würden demnach ohne Berücksichtigung der Dickenänderung ergeben

$$\overline{\varDelta} = -\frac{L}{\lambda}\frac{n_m'^3}{2}\frac{e_{41} m}{v^2}\sin 2\vartheta,$$

wo n_m' einen mittleren Werth des Brechungsindex bezeichnet, etwa $\frac{3}{4}n_o^0 + \frac{1}{4}n_e^0$, falls ϑ nahe $= \pm 45^0$ ist.

Die lineare Dilatation in der Richtung N ist allgemein

$$x_x \cos^2\vartheta + z_z \sin^2\vartheta + \tfrac{1}{2} z_x \sin 2\vartheta,$$

und da im vorliegenden Fall zufolge 47) $x_x = z_z = 0$, $z_x = -\delta_{14}\dfrac{m}{\varkappa_1}$ ist, so wird

$$L - L^0 = -L^0 \frac{\delta_{14}}{2} \frac{m}{\varkappa_1} \sin 2\vartheta.$$

Demnach erhält man schliesslich, da $n_1^0 - n_2^0$ wieder $= (n_e^0 - n_o^0)\sin^2\vartheta$ ist,

59) $$\overline{\Delta} = -\frac{L^0}{\lambda}\frac{m}{\varkappa_1}\left\{\frac{n_m'^3}{2}\frac{e_{41}\varkappa_1}{v^2} + (n_e^0 - n_o^0)\frac{\delta_{14}}{2}\sin^2\vartheta\right\}\sin 2\vartheta.$$

Die speciellen Werthe für $\vartheta = +45^0$ bezw. -45^0 sollen mit $\overline{\Delta}_4$ und $\overline{\Delta}_5$ bezeichnet werden; dieselben sind einander entgegengesetzt gleich, nämlich:

60) $$\overline{\Delta}_4 = -\frac{1}{2}\frac{L}{\lambda}\frac{m}{\varkappa_1}\left\{n_m'^3\frac{e_{41}\varkappa_1}{v^2} + \frac{1}{2}(n_e^0 - n_o^0)\delta_{14}\right\}$$

61) $$\overline{\Delta}_5 = +\frac{1}{2}\frac{L}{\lambda}\frac{m}{\varkappa_1}\left\{n_m'^3\frac{e_{41}\varkappa_1}{v^2} + \frac{1}{2}(n_e^0 - n_o^0)\delta_{14}\right\}.$$

c. Anmerkung.

Berechnung der optischen Wirkung der gewöhnlichen Elektrostriction im Falle der Elektrisirung parallel der X^0-Axe.

Es kann die Frage enstehen, wie weit beim Quarz die beobachteten Aenderungen der Doppelbrechung im elektrischen Felde von derjenigen Deformation beeinflusst werden konnten, welche mit der gewöhnlichen, auch in isotropen Körpern vorhandenen sog. Elektrostriction verbunden ist. Zwar würden sich diese „Wirkungen zweiter Ordnung", weil sie sich mit der Elektrisirungsrichtung nicht umkehren, jederzeit von den bisher allein berücksichtigten Wirkungen erster Ordnung trennen lassen und also die im Vorhergehenden entwickelte Bestimmung der Constanten e_{11} und e_{41} nicht stören, sofern nur für die Grössen $\dfrac{\overline{\Delta}}{m}$ immer die Mittelwerthe aus den bei positivem und negativem Moment m beobachteten Werthen genommen werden; aber es hat an und für sich Interesse, die Grössenordnung jener Wirkungen zweiter Ordnung abzuschätzen, um zu erfahren, ob sie unter den Versuchsbedingungen wahrnehmbar werden konnten oder nicht. Wir wollen dies ausführen für den günstigsten Fall, der vorkam, nämlich die Beobachtung des Gangunterschiedes in der Richtung Y^0 in einer Platte von der Länge 44,7 mm und der Dicke 3,2 mm (parallel X^0), welche in der Richtung X^0 zwischen zwei Metallplatten dielektrisch polarisirt wurde.

Es soll dabei, wie es auch bei den vorhergehenden Berechnungen immer stillschweigend geschehen ist, vorausgesetzt werden, dass die dielektrische Polarisation der Platte gleichförmig sei, eine Voraussetzung, die bei relativ dünnen Platten zulässig ist und auch durch später zu erwähnende Beobachtungen bestätigt worden ist. Dann können auch die Kraftlinien in der Nähe der schmalen Seitenflächen der Platte als diesen parallel und das elektrische Feld somit neben der Platte und innerhalb derselben als gleich stark betrachtet werden. Das Potentialgefälle $\frac{\partial V}{\partial n}$ ist im Falle direct anliegender Metallplatten gleich deren Potentialdifferenz dividirt durch die Plattendicke, oder, wenn noch zum Schutz gegen Entladungen Glimmerplatten zwischengelegt sind, nach der entsprechend vereinfachten Formel 12a) zu berechnen.

Die Elektrostriction besteht dann aus einem Drucke auf die zu den Kraftlinien senkrechten Breitseiten der Platte von der Grösse

$$X_x = \frac{K_1}{8\pi}\left(\frac{\partial V}{\partial n}\right)^2$$

und aus einem auf die Schmalseiten wirkenden, nach aussen gerichteten Zuge

$$Y_y = Z_z = -\frac{K_1 - 1}{8\pi}\left(\frac{\partial V}{\partial n}\right)^2,$$

wo K_1 die Dielektricitätsconstante für die Richtungen senkrecht zur Hauptaxe bezeichnet, also $\frac{K_1 - 1}{4\pi}$ mit der zuvor eingeführten Grösse $\varkappa_1$ übereinstimmt.

Die von diesen Drucken bezw. Spannungen hervorgerufenen Deformationen sind nun nach den Gleichungen 49), worin aber die Elasticitätsmoduln jetzt in absolutem Maasse gemessen werden müssen und deshalb durch einen Index ausgezeichnet werden sollen, folgende:

$$x_x = -\frac{1}{8\pi}\left(\frac{\partial V}{\partial n}\right)^2 \{s'_{11} K_1 - (s'_{11} + s'_{13})(K_1 - 1)\},$$

$$y_y = -\frac{1}{8\pi}\left(\frac{\partial V}{\partial n}\right)^2 \{s'_{12} K_1 - (s'_{11} + s'_{13})(K_1 - 1)\},$$

$$z_z = -\frac{1}{8\pi}\left(\frac{\partial V}{\partial n}\right)^2 \{s'_{13} K_1 - (s'_{13} + s'_{33})(K_1 - 1)\},$$

$$y_z = -\frac{1}{8\pi}\left(\frac{\partial V}{\partial n}\right)^2 \cdot s'_{14}(2K_1 - 1).$$

Die durch diese Deformationen verursachte Aenderung des Gangunterschiedes in der Richtung Y, in Wellenlängen ausgedrückt, ist nach den Gleichungen 45):

$$\frac{L}{2\lambda}\left\{\frac{\omega_o^{0^2}-B_{11}}{v^2}n_o^{0^3}-\frac{\omega_e^{0^2}-B_{33}}{v^2}n_e^{0^3}\right\}$$

$$=\frac{L}{2\lambda}\left\{\frac{1}{v^2}(a_{31}(x_x+y_y)+a_{33}z_z)n_e^{0^3}-\frac{1}{v^2}(a_{11}x_x+a_{12}y_y+a_{13}z_z+a_{14}y_z)n_o^{0^3}\right\}$$

$$=\frac{1}{8\pi}\left(\frac{\partial V}{\partial n}\right)^2\frac{Ln_m^3}{2\lambda}\left\{\frac{a_{11}}{v^2}(K_1 s'_{11}-(K_1-1)(s'_{12}+s'_{13}))\right.$$

$$+\frac{a_{12}}{v^2}(K_1 s'_{12}-(K_1-1)(s'_{11}+s'_{13}))+\frac{a_{14}}{v^2}s'_{14}(2K_1-1)$$

$$\left.-\frac{a_{31}}{v^2}(K_1(s'_{11}+s'_{12})-(K_1-1)(s'_{11}+s'_{12}+2s'_{13}))+\frac{(a_{33}-a_{13})}{v^2}((K_1-1)s'_{33}-s'_{13})\right\},$$

wo zuletzt für n_o^0 und n_e^0 ein mittlerer Werth n_m gesetzt ist.

Setzt man hierin ein $K_1 = 4{,}6$, $L = 44{,}7$, $n_m^3 = 3{,}7$, $\lambda = 589{,}2\cdot 10^{-6}$ (gültig für Na-Licht), ferner nach meinen früheren Bestimmungen[1])

$$\frac{a_{11}}{v^2}=+0{,}138,\quad \frac{a_{12}}{v^2}=+0{,}250,\quad \frac{a_{31}}{v^2}=+0{,}258,\quad \frac{a_{33}-a_{13}}{v^2}=-0{,}161,$$

$$\frac{a_{14}}{v^2}=-0{,}029,$$

und nach denjenigen von Herrn Voigt[2]):

$$s'_{11}=12{,}97\cdot 10^{-13},\quad s'_{12}=-1{,}66\cdot 10^{-13},\quad s'_{13}=-1{,}52\cdot 10^{-13},\quad s'_{33}=9{,}91\cdot 10^{-13},$$

$$s'_{14}=-4{,}31\cdot 10^{-13},$$

so wird der ganze Ausdruck:

$$-73\cdot\left(\frac{\partial V}{\partial n}\right)^2\cdot 10^{-10},$$

oder die zu erwartende Verzögerung in Umdrehungen der Compensatorschraube:

$$-1{,}74\cdot 10^{-7}\cdot\left(\frac{\partial V}{\partial n}\right)^2.$$

Berechnet für das grösste Potentialgefälle, welches zur Anwendung kam, nämlich ca. 90, giebt dies $-1{,}42\cdot 10^{-3}$, d. h. 0,14 Trommeltheile, d. i. eine Grösse, die etwa zehnmal kleiner ist, wie die Beobachtungsfehler. Damit ist gezeigt, dass die optische Wirkung der Deformationen 2ter Ordnung nicht bemerkbar sein konnte, also etwa vorkommende Abweichungen der bei positivem und negativem Moment beobachteten absoluten Werthe von Δ lediglich auf Beobachtungsfehler oder sonstige Störungen zurückzuführen sind. In der That waren jene Differenzen immer nur klein und zeigten keinerlei Regelmässigkeit, d. h. nicht etwa ein Ueberwiegen der negativen über die positiven Δ.

1) F. Pockels, Wied. Ann. **37**, p. 300. 1889.
2) W. Voigt, Wied. Ann. **31**, 701. 1887.

Bei der vorstehenden Berechnung sind freilich diejenigen Elektrostrictionsglieder, welche in reciproker Beziehung zur Aenderung des dielektrischen Verhaltens durch Deformationen stehen, nicht berücksichtigt, weil über diese beim Quarz nichts bekannt ist; es ist aber durchaus unwahrscheinlich, dass dieselben die Grösse der in Rechnung gezogenen gewöhnlichen Elektrostrictionsglieder erreichen oder gar übertreffen sollten.

§ 3. Elektrooptische Beobachtungen.

a. Elektrisirungsrichtung parallel der X^0-Axe.

Zu den Beobachtungen in den Richtungen Y^0 und Z^0 diente eine rechteckige Platte („No. 1"), welche in der Anstalt der Herren Dr. Steeg u. Reuter aus einem grossen, völlig einschlussfreien linken Quarzkrystall (wahrscheinlich aus Brasilien) unter sorgfältiger Vermeidung der verzwillingten Stellen geschnitten war. (Der Krystall besass nämlich in gewissen Theilen optisch erkennbare Zwillingsverwachsungen von Rechtsquarz.) Die Breitseiten der Platte waren senkrecht zu zwei natürlichen Prismenflächen und nahezu parallel zur Z^0-Axe geschliffen, also bis auf eine gleich zu erwähnende kleine Abweichung parallel zur $Y^0 Z^0$-Ebene bei der in § 1 getroffenen Verfügung über das Coordinatensystem. Die Breitseiten waren nur fein mattgeschliffen, die vier schmalen Seitenflächen dagegen gut polirt. Die Länge der zu Z^0 parallelen Kanten betrug 59,9 mm, diejenige der zu Y^0 parallelen 44,7 mm. Die Dicke D der Platte, welche an einer grösseren Anzahl gleichmässig über ihre Breitseite vertheilter Stellen mittelst eines Sphärometers gemessen wurde, dessen Theile 0,006478 mm entsprachen, variirte zwischen 3,115 und 3,19 mm und betrug im Mittel **3,16** mm.

Die Plattennormale hatte nicht ganz genau die beabsichtigte Orientirung parallel der X^0-Axe, sondern wich von dieser sowohl gegen die Y^0- als gegen die Z^0-Axe hin ein wenig ab. Die Abweichung in der $Z^0 X^0$-Ebene konnte direct durch Bestimmung der Auslöschungsrichtungen auf den längeren Schmalseiten ermittelt werden, da sie deren Abweichung von den Kantenrichtungen sehr nahezu gleich ist. Bei Drehung der Platte in ihrer Ebene um 180° änderten sich nun jene Auslöschungsrichtungen um $2\frac{1}{2}^0$; folglich betrug die Abweichung der Normale der Breitseiten von X^0 gegen Z^0 hin **1° 15′**. Die Abweichung in der $Y^0 X^0$-Ebene war jedenfalls noch geringer, wie aus der Schnittfläche am Krystall zu ersehen war.

Wurde die Platte senkrecht zu ihren Breitseiten (durch Ladung metallischer Belegungen derselben) dielektrisch polarisirt, so war demnach das Moment a vom Gesammtmoment $m = -\varkappa_1 \frac{\partial V}{\partial n}$ nur um den Factor $\cos 1\frac{1}{4}^0$ verschieden, welcher $= 1$ gesetzt werden kann, ferner das Moment b verschwindend klein, und $c = -\varkappa_3 \frac{\partial V}{\partial n} \cdot \sin 1\frac{1}{4}^0$; letztere Componente kommt aber für die elektro-

optische Wirkung nicht in Betracht. Demnach kommt hier die Abweichung der Plattennormale von X^0 für die dielektrische Polarisation gar nicht zur Geltung. Ebensowenig thut sie es aber für die optischen Beobachtungen, weil auf den zur Hauptaxe senkrechten Seitenflächen, wo allein sie von Einfluss sein könnte, nur Beobachtungen im convergenten Licht ausgeführt wurden, wobei sich jener Orientirungsfehler nur in excentrischer Lage der Ringe zeigte und allerdings den Nachtheil hatte, dass deren Mittelpunkt sehr nahe dem oberen oder unteren Rande der Platte erschien. Dagegen ist bei den Messungen des Gangunterschiedes auf den langen Schmalseiten noch zu berücksichtigen, dass die langen Kanten der Platte etwas von der Z^0- bezw. Y^0-Axe abwichen, entsprechend einer kleinen Drehung um die X^0-Axe. Dies hatte zur Folge, dass man bei gerader Durchsicht durch jene Seitenflächen nicht genau senkrecht zur Hauptaxe beobachtete, also nicht in einer Richtung maximalen Gangunterschiedes. Da letzteres aber bei den Compensatorbeobachtungen wünschenswerth war, damit nicht eine kleine Drehung der Platte in ihrer Ebene infolge von Erschütterungen etc. schon eine merkliche Aenderung des Gangunterschiedes hervorrief, so wurde die Platte vor Ausführung der Messungen soweit um ihre Normale (also in der Ebene der Breitseiten) gedreht, bis der Compensatorstreifen seine äusserste, dem Maximum des Gangunterschiedes entsprechende Lage erreicht hatte. Es fragt sich, in welcher Richtung dann die Lichtstrahlen (man braucht in diesem Fall nicht zwischen Strahl und Wellennormale zu unterscheiden) durch den Krystall hindurchgingen. Ist α (Fig. 9) der Winkel zwischen der Normale der langen Seitenflächen und der Y^0-Axe, β der Winkel zwischen ersterer und den Lichtstrahlen im Krystall, somit $\alpha - \beta$ die Neigung der Strahlen gegen die Y^0-Axe, so ist der Gangunterschied proportional mit $\frac{\cos^2(\alpha-\beta)}{\cos\beta}$. Soll derselbe durch Drehung der Platte in ihrer Ebene, also durch Aenderung von β, ein Maximum werden, so muss sein $\frac{\partial}{\partial\beta}\left(\frac{\cos^2(\alpha-\beta)}{\cos\beta}\right) = 0$ oder $\sin 2(\alpha-\beta)\cos\beta + \cos^2(\alpha-\beta)\sin\beta = 0$ oder auch $\cos(\alpha-\beta)(\sin(\alpha-\beta)\cos\beta + \sin\alpha) = 0$.

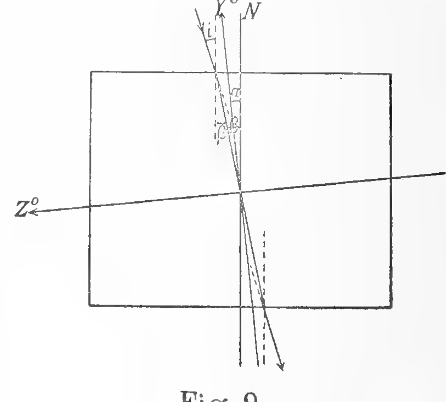


Fig. 9

Da $\cos(\alpha-\beta)$ nicht $= 0$ sein kann und die Winkel α und β sehr klein sind, so folgt hieraus

$$\sin(\alpha-\beta) = -\sin\alpha,$$
$$\beta = 2\alpha.$$

Der Einfallswinkel i, für welchen der Gangunterschied ein Maximum wird, ist also $n'_m \cdot 2\alpha$ oder nahezu 3α, und umgekehrt ist $\alpha = \frac{1}{3}i$, $\beta = \frac{2}{3}i$.

Der Winkel i, d. h. die Drehung aus der Normallage, welche der Platte zu ertheilen war, um ein Maximum des Gangunterschiedes zu erhalten, betrug nun ungefähr $2{,}6^0$, α also $0{,}85^0$ und ebensoviel die Abweichung der Lichtstrahlen, deren Gangunterschied gemessen wurde, von der Y^0-Axe; eine so kleine Abweichung kann aber vernachlässigt werden.

Wir sind also zu dem Ergebniss gelangt, dass die Orientirungsfehler dieser Platte überhaupt nicht in Rechnung gezogen zu werden brauchen.

I. Compensatorbeobachtungen in der Richtung Y^0.

Der ursprüngliche Gangunterschied $\frac{L}{\lambda}(n_e^0 - n_o^0)$ in dieser Richtung war wegen der grossen Breite ($L = 44{,}7$ mm) der Platte so gross, dass die Interferenzstreifen des Compensators auch im homogenen Lichte nicht mehr scharf erschienen, weil bei der Accomodation des Auges auf den in deutlicher Sehweite befindlichen Compensatorspalt immerhin Strahlen vereinigt wurden, die in etwas verschiedenen Richtungen durch den Krystall gegangen waren und somit im vorliegenden Fall bereits merklich verschiedene relative Verzögerungen besassen. Daher musste der ursprüngliche Gangunterschied zunächst durch einen entgegengesetzt gleichen, constanten Gangunterschied compensirt werden. Zu diesem Zwecke wurde das Krystallstück, von welchem die Platte 1 abgeschnitten worden war, zwischen letzterer und dem Analysator so aufgestellt, dass seine optische Axe vertikal, also senkrecht zur optischen Axe der horizontal liegenden Platte stand, und die beiden zur Schnittfläche senkrechten, polirten Prismenflächen des Krystallstückes ungefähr senkrecht zur Beobachtungsrichtung waren. Hierdurch war eine so vollständige Compensation erreicht, dass man auch im weissen Lichte die Compensatorstreifen sah und den mittleren, schwarzen Streifen zur Einstellung benutzen konnte, wodurch man wegen der viel grösseren Lichtintensität gegenüber der Einstellung mit Natriumlicht erheblich an Genauigkeit gewann. Dass die Beobachtung mit weissem Licht — als Lichtquelle diente eine Argand-Lampe — überhaupt zulässig war und dasselbe Resultat ergab, welches mit Natriumlicht gefunden worden wäre, zeigte sich darin, dass der schwarze Compensatorstreifen bei der Verschiebung, die er durch dielektrische Polarisation der Platte erlitt, vollständig schwarz blieb, d. h. keine farbigen Ränder bekam. Denn dies beweist, dass die Streifenverschiebung für alle im Lampenlicht intensiv vorhandenen Farben die gleiche, mithin der erzeugte Gangunterschied umgekehrt proportional der Wellenlänge war. Danach ist die erzeugte Geschwindigkeitsdifferenz, also auch die Constante $\frac{e_{11}}{v^2}$, unabhängig von der Wellenlänge bis etwa auf Unterschiede von der Ordnung der Dispersion des Quarzes. Uebrigens wurde auch durch einige später anzuführende Beobachtungen mit Natriumlicht die Uebereinstimmung der Streifenverschiebung $\varDelta$ für letzteres und für weisses Licht direct bestätigt.

Die Platte sowie der davor gestellte Krystall wurden vor den Beobachtungen successive so um die Vertikalaxe gedreht, dass sich der schwarze Compensatorstreifen nahezu in derjenigen Stellung befand, wo er bei weiterem Drehen umkehrte, also so dass der Gangunterschied in der Platte allein und im Krystallstück allein ein Maximum war (siehe S. 100). Trotzdem erwies sich die Nullstellung des Compensators, d. h. die Einstellung des Streifens bei nicht elektrisirter Platte, häufig als langsam mit der Zeit veränderlich. Dies erklärt sich durch Temperaturdifferenzen zwischen der Platte und dem compensirenden Krystallstück. welche z. B. durch die grössere Nähe des Beobachters an letzterem leicht eintreten konnten; denn eine Temperaturdifferenz jener beiden Theile von 1^0 musste, nach den von Fizeau bestimmten Aenderungen von n_o^0 und n_e^0 mit der Temperatur berechnet, schon eine merkliche Aenderung des Gangunterschiedes zur Folge haben. Gleichmässige Temperaturänderungen der Platte und des compensirenden Krystalles konnten hingegen keinen Einfluss haben; dementsprechend verschwand auch die anfangs etwa vorhandene Nullpunktsverschiebung immer einige Zeit nach der Aufstellung oder wurde doch so gering, dass sie keine Fehler mehr zur Folge haben konnte.

Die Orientirung der Nicols und des Compensators gegen die Quarzplatte erfolgte in der Weise, dass zunächst die drei ersteren um ihre horizontalen, mit der Beobachtungsrichtung zusammenfallenden Axen so gedreht wurden, dass das ganze Gesichtsfeld des Compensators möglichst gleichmässig dunkel erschien; dann fielen sowohl die zu einander senkrechten Hauptschnitte der Nicols, als die Hauptschnitte des Compensators mit den Schwingungsrichtungen in der Quarzplatte zusammen, und man brauchte nur noch den Polarisator und Analysator um 45^0 in gleichem Sinne zu drehen, um diejenige Orientirung zu erhalten, welche wir bei der Berechnung der Gangunterschiede aus den beobachteten Streifenverschiebungen $\varDelta$ immer vorausgesetzt haben. Es sei noch bemerkt, dass immer diejenige Lage des Compensators (unter den beiden um eine Drehung von 90^0 verschiedenen) gewählt war, bei welcher der schwarze Streifen und also der Spalt (nahezu) senkrecht zur Breitseite der Platte verlief, um nämlich an verschiedenen Stellen der langen Schmalseiten der Platte $\varDelta$ messen zu können.

Was nun die Erzeugung des elektrischen Feldes betrifft, so lag die Quarzplatte bei den meisten Versuchen zwischen zwei ringsum 1—2 cm überstehenden Glimmerplatten, die auf den von der Quarzplatte abgewandten Seiten mit Stanniolbelegungen, welche etwas grössere Länge und Breite als die Quarzplatte besassen, versehen waren. Wurde nun die eine Stanniolbelegung mit der auf ein bestimmtes Potential V geladenen Batterie verbunden, während die andere (untere) zur Erde abgeleitet war, so befand sich die Quarzplatte in einem fast ganz homogenen elektrischen Felde, dessen Intensität im Quarz nach der Formel 12a) war:

$$\frac{\partial V}{\partial n} = \frac{V}{D + \frac{K}{K_1} D_1},$$

wenn D die Dicke der Quarzplatte, D_1 diejenige beider Glimmerplatten zusammen, und K, K_1 die betreffenden Dielektricitätsconstanten sind. Es ist $K = 4,6$ für Quarz, $K_1 = 6,64$ für Glimmer; die Dicken waren: $D = 0,316$, $D_1 = 0,0302$ cm; folglich wird hier $\frac{\partial V}{\partial n} = \frac{V}{0,337}$.

Bei einigen späteren Beobachtungsreihen lag die Quarzplatte direct zwischen Metallplatten. In diesem Fall ist als Abstand der letzteren die maximale Dicke der Quarzplatte anzunehmen und somit zu setzen $\frac{\partial V}{\partial n} = \frac{V}{0,319}$.

Die Messung des Potentiales geschah anfänglich nur durch die Schlagweite der Maassflasche. In diesen Fällen wurde der Compensator so eingestellt, dass der schwarze Streifen unmittelbar vor der Entladung in der Mitte des Spaltes erschien, eine Einstellung, die bei langsamer Ladung hinreichend sicher ausgeführt werden konnte. Dabei wurde die Maassflasche abwechselnd mit dem positiven und negativen Pol der Influenzmaschine verbunden, und zwischen jedem Polwechsel wieder die Nullstellung des Compensators bestimmt, die meist nahezu constant war; hatte sie sich ein wenig geändert, so wurde bei Berechnung des Δ das Mittel aus der vorher und nachher beobachteten Nullstellung benutzt. — Später diente zur Potentialmessung das im § 3 des I. Theiles beschriebene Bifilar-Elektrometer, bei höheren Potentialen, die damals nicht genügend constant blieben, jedoch in der Weise, dass ebenfalls die Maassflasche mit geeignetem Kugelabstand eingeschaltet und die Streifenverschiebung im Momente vor deren Entladung beobachtet, aber vor und nach jeder derartigen Beobachtungsreihe der dem Entladungspotential entsprechende Elektrometerausschlag durch mehrere besondere Versuche ermittelt wurde.

Von den Beobachtungen, bei welchen nur die Maassflasche benutzt wurde, seien zunächst vergleichende Messungen an derselben Stelle der Platte mit weissem Licht und Natriumlicht erwähnt, welche bei einer Schlagweite $a = 0,5$ Theilen des Maassflaschen-Maassstabes im Mittel $\Delta = 5,08$ für weisses Licht, $= 5,06$ für Natriumlicht ergaben, also innerhalb der Fehlergrenzen übereinstimmende Werthe. Diese Uebereinstimmung fand sich auch noch bei einer später zu erwähnenden Beobachtungsreihe bestätigt; abgesehen von dieser, wurde aber nunmehr immer weisses Licht angewendet.

Sodann ist eine Beobachtungsreihe anzuführen, die den Zweck hatte, zu prüfen, wie die relativen Verzögerungen an verschiedenen Stellen der Platte, d. h. auf verschiedenen Parallelen zu deren mittleren Kanten (also zur Y^0-Axe), übereinstimmten, d. h. wie weit die Voraussetzung der Homogenëität der dielektrischen Polarisation der Platte bis an deren Rand hin erfüllt war. Unter der vor jeder Beobachtung angegebenen Stelle der Platte, auf welche sich die erstere bezieht, ist hier wie auch später immer diejenige Stelle der dem Beobachter zugewandten Plattenschmalseite zu verstehen, wo der Compensatorstreifen gesehen wurde, das ist also die Austrittsstelle der Wellennormalen, deren Gangunterschied gemessen wurde; deren Eintrittsstelle kann etwas (jedoch nur

sehr wenig) näher oder ferner dem Rande der Platte gelegen haben, weil die Wellennormalen aus dem S. 100 erwähnten Grunde meistens nicht genau parallel den mittleren Plattenkanten hindurchgingen. — In der nachstehenden Tabelle, wie in den späteren, sind die Compensatoreinstellungen bei abwechselnd entladener, positiv und negativ geladener Plattenbelegung in derjenigen Reihenfolge (von links nach rechts fortschreitend) angeführt, wie sie beobachtet wurden, wobei jedoch die absolute Zahl ganzer Umdrehungen, welche der Index des Compensators zufällig anzeigte, in allen Fällen um eine passend gewählte ganze Zahl vermindert worden ist, um nicht unnöthig grosse Zahlen angeben zu müssen. Die erste Zeile enthält immer die Einstellungen bei negativem Moment a (also positiver Ladung derjenigen Plattenseite, aus welcher die $+X^0$-Axe austritt), die zweite die Nullstellungen (Einstellungen bei abgeleiteten Belegungen), die dritte die Einstellungen bei positivem Moment, endlich die vierte, unter dem Strich, die Differenzen Δ, bei deren Berechnung immer der Mittelwerth aus je 2 aufeinander folgenden Nullstellungen benutzt ist. Am Schluss der vierten Zeile steht dann jedesmal das Mittel aus den absoluten Werthen der einzelnen Δ.

Schlagweite a = 0,5. V (nach S. 25) = 17,23.

	1 cm vom linken Rand.							
—		5,90				5,86		
0	3,44		3,42		3,33		3,25	
+				0,82				
Δ		+ 2,47		— 2,56		+ 2,57		2,53

	2 cm vom linken Rand.							
—		5,38				5,28		
0	2,85		2,81		2,68		2,74	
+				0,27				
Δ		+ 2,55		— 2,48		+ 2,57		2,53

	Mitte.							
—				5,74				
0	3,18		3,14		3,15		3,13	
+		0,73				0,70		
Δ		— 2,43		+ 2,60		— 2,44		2,49

	2 cm vom rechten Rand.									
—				5,99				5,94		
0	3,37		3,32		3,36		3,32		3,33	
+		0,80				0,82				
Δ		— 2,55		+ 2,65		— 2,52		+ 2,61		2,58

1 cm vom rechten Rand.

—		6,86				6,85				
0	4,17		4,22		4,23		4,25		4,24	
+				1,60				1,66		
Δ		+ 2,66		— 2,62		+ 2,61		— 2,58		2,62

0,5 cm vom rechten Rand.

—		6,40				6,46	
0	3,77		3,81		3,81		
+				1,19			
Δ		+ 2,61		— 2,62			2,62

Wieder in der Mitte.

—		6,07				6,00		
0	3,22		3,37		3,28		3,32	
+				0,76				
Δ		+ 2,72		— 2,57		+ 2,70		2,66.

Nach Drehung der Platte um 180° um die Beobachtungsrichtung und neuer Einstellung der Maassflaschenkugeln wurde im Mittel gefunden

1,5 cm vom rechten Rand	$\lvert\Delta\rvert =$	2,50
in der Mitte		2,61
1,5 cm vom linken Rand		2,58.

Die Differenzen der an den verschiedenen Stellen beobachteten Δ sind gering und überdies zum Theil wahrscheinlich der bereits S. 24 erwähnten Zunahme des Entladungspotentials mit der Zeit zuzuschreiben, wie die am Schlusse wiederholte Messung in der Plattenmitte, die 2,66 gegen 2,49 anfangs ergab, zeigt. Aus diesem Grunde ist auch der aus den gesammten vorstehenden Beobachtungen abgeleitete absolute Werth von $\frac{\Delta}{V}$, der sich zu 0,148 ergeben würde, unsicher und soll zur Berechnung von e_{11} nicht mit benutzt werden.

Besser noch geht daher die Uebereinstimmung der Gangunterschiede an verschiedenen Stellen der Platte, also die Gleichförmigkeit des elektrischen Feldes in der Platte, aus der nachstehenden Beobachtungsreihe hervor, bei welcher das Entladungspotential (ebenfalls für $a = 0{,}5$) vor und nach jedem Satze von optischen Beobachtungen in der früher angegebenen Weise mittelst des Bifilar-Elektrometers, dessen feste Kugel mit der inneren Belegung der Maassflasche verbunden war, bestimmt wurde. Die Werthe α, welche links über und unter jeder einzelnen Tabelle angegeben sind, bedeuten den mittleren bei mehreren Entladungen beobachteten Elektrometerausschlag in Scalentheilen, V das daraus

nach dem S. 18—26 erörterten Verfahren berechnete Potential; der Kugelabstand e^0 bei der Nullstellung des Elektrometers betrug 22,8 mm, der Abstand A der Scala vom Spiegel 218 cm, und die Länge der Drähte der Bifilarsuspension hatte den früher mit L_1 bezeichneten Werth. Die Beobachtungsresultate sind in der Reihenfolge angeführt, wie sie erhalten wurden.

		Mitte der Platte.													
α = 67,1. V = 17,2															
	—		5,60						5,97				6,07		
	0	3,31		3,18		3,42		3,63		3,45		3,67		3,71	
	+				0,92		1,13				1,15				
α = 69,0. V = 17,3	Δ		+2,35		—2,37		—2,40		+2,43		—2,41		+2,38		**2,40**

		2 cm vom rechten Rand.										
α = 74,0. V = 17,8												
	—		5,62					5,81				
	0	3,20		3,18		3,34	3,42		3,33		3,47	
	+				0,86					0,96		
α = 77. V = 18,1	Δ		+ 2,43		— 2,40			+ 2,44		— 2,44		**2,43**

		1,5 cm vom rechten Rand.					
α = 76. V = 18,0							
	—				5,80		
	0	3,33		3,31		3,33	
	+		0,86				
α = 78. V = 18,2	Δ		—2,46		+ 2,47		**2,47**

		6 mm vom rechten Rand.								
α = 77,5. V = 18,2										
	—		5,85							
	0	3,40		3,35		3,18	3,27		3,27	
	+				0,77			0,79		
α = 79,1. V = 18,3	Δ		+ 2,47		— 2,50			— 2,48		**2,48**

		2,5 mm vom rechten Rand.					
α = 80,9. V = 18,5							
	—				5,55		
	0	3,13		3,01		2,92	
	+		0,44				
α = 88. V = 19,1	Δ		—2,63		+ 2,56		**2,60**

Bis hierher war das Entladungspotential beständig gestiegen, vermuthlich in Folge der Oxydation der Entladungsstellen der Maassflaschenkugeln; denn als letztere jetzt gedreht wurden, ergaben sich wieder kleinere Werthe von V.

		2 cm vom linken Rand.					
$\alpha = 69{,}3$. $V = 17{,}35$	—		5,13				
	0	2,70		2,70		2,68	
$\alpha = 69{,}0$. $V = 17{,}41$	+				0,28		
	$\varDelta$		+ 2,43		− 2,41		**2,415**

		1,5 cm vom linken Rand.					
$\alpha = 70{,}1$. $V = 17{,}43$	—				5,52		
	0	3,08		3,13		3,14	
$\alpha = 67{,}6$. $V = 17{,}16$	+		0,71				
	$\varDelta$		— 2,40		+ 2,38		**2,39**

		1 cm vom linken Rand.					
$\alpha = 67{,}6$. $V = 17{,}16$	—				5,50		
	0	3,15		3,11		3,09	
$\alpha = 69{,}2$. $V = 17{,}35$	+		0,70				
	$\varDelta$		— 2,43		+ 2,40		**2,415**

		2 mm vom linken Rand.					
$\alpha = 69{,}4$. $V = 17{,}36$	—				5,13		
	0	2,65		2,67		2,76	
	+		0,17				
	$\varDelta$		— 2,49		+ 2,41		**2,45**

Nach Drehung der Platte um 180°:

		Mitte.					
$\alpha = 67{,}2$. $V = 17{,}13$	—				5,78		
	0	3,37		3,37		3,37	
$\alpha = 71{,}5$. $V = 17{,}63$	+		0,98				
			—2,39		+ 2,41		**2,40.**

Es sei zunächst darauf hingewiesen, dass sich die Werthe von $\varDelta$ bei gleicher positiver und negativer Ladung hier stets nahezu entgegengesetzt gleich ergeben haben. Anzeichen für das Vorhandensein einer optischen Wirkung 2ter Ordnung, d. h. einer solchen, die sich mit dem Moment nicht umkehrt, sind also nicht zu erkennen. — Die Nullstellung des Compensators zeigte bei den ersten Beobachtungssätzen nach jeder Entladung eine kleine Verschiebung in dem zur Streifenverschiebung bei der vorhergehenden Ladung entgegengesetzten Sinne. Dieselbe erklärt sich wahrscheinlich durch oberflächliche Leitungsfähigkeit der Quarzplatte, die es ermöglichte, dass sich zwischen letzterer und den Glimmerplatten eine elektrische Belegung von entgegengesetztem Vorzeichen, wie die Ladung der Stanniolbelege, bildete, die im Moment der Entladung nicht sofort wieder verschwand und somit in der Quarzplatte eine schwache Polarisation von entgegengesetztem Vorzeichen, wie diejenige bei der vorhergehenden Ladung war, inducirte. Im

Verlaufe der Versuche ist diese Leitungsfähigkeit offenbar fast ganz verschwunden und konnte kaum zu merklichen Fehlern der Werthe $\varDelta$ Veranlassung geben. Wir werden aber sehen, dass sie bei späteren Beobachtungen an kleineren Platten viel stärkeren Einfluss hatte.

Um die bei der obigen Versuchsreihe an den verschiedenen Stellen der Platte gefundenen Werthe $\varDelta$ mit einander vergleichen zu können, hat man sie auf gleiche Feldstärke zu reduciren, was dadurch geschieht, dass man sie durch den Mittelwerth der vor und nach dem betreffenden Beobachtungssatz bestimmten Potentiale V dividirt. Man findet dann für die verschiedenen Stellen der Platte folgende Werthe von $\frac{\varDelta}{V}$, d. h. des durch die Potentialdifferenz 1 erzeugten Gangunterschiedes in Umdrehungen der Compensatorschraube:

2 mm vom l. Rd.	1 cm vom l. Rd.	1,5 cm vom l. Rd.	2 cm vom l. Rd.	Mitte	2 cm vom r. Rd.	1,5 cm vom r. Rd.	6 mm vom r. Rd.	2,5 mm vom r. Rd.
0,1412	0,1395	0,1383	0,1395	0,1392 0,1382	0,1368	0,1365	0,1360	0,1384.

Das Gesammtmittel hieraus ist

$$\frac{\varDelta}{V} = \mathbf{0{,}1385}, \text{ woraus folgt } \frac{\varDelta}{\partial V/\partial n} = 0{,}1385 \cdot 0{,}337 = \mathbf{0{,}0466}.$$

Wie man sieht, differiren die auf verschiedene Stellen (Parallele zu Y^0) bezüglichen Werthe von $\frac{\varDelta}{V}$ nur um wenige Procente, und eine Abnahme nach den Rändern der Platte hin ist bis zum Abstand 2 mm von letzteren noch nicht zu bemerken; es ist also innerhalb dieser Grenzen einerlei, an welcher Stelle der Platte der Gangunterschied gemessen wird. Geht man dagegen noch näher an die Ränder (d. h. die nahezu zu Y^0 parallelen Schmalseiten der Platte) heran, so tritt eine merkliche Abnahme des Gangunterschiedes $\frac{\varDelta}{V}$ ein, wie folgende Beobachtungen zeigen.

$\alpha = 19{,}5$ $(e^0 = 40{,}4)$. $V = 16{,}65$
$\alpha = 19{,}5$. $V = 16{,}65$

	1 mm vom linken Rand.						
—		5,40					
0	3,47		3,35	3,64		3,76	
+					1,52		
$\varDelta$		+ 1,99			— 2,18		2,08. $\frac{\lvert\varDelta\rvert}{V} = 0{,}1257$.

$\alpha = 19{,}3$. $V = 16{,}55$
$\alpha = 19{,}2$. $V = 16{,}51$

	1 mm vom rechten Rand.								
—		4,54							
0	2,46		2,42	2,63		2,80		2,90	
+					0,73		0,82		
$\varDelta$		+ 2,10			— 1,99		— 2,03		2,04. $\frac{\varDelta}{V} = 0{,}1235$.

Da in 2 mm Entfernung noch keine Verminderung von $\frac{\varDelta}{V}$ nachweisbar war,

so wird man etwa so rechnen können, als ob in einem Streifen von 2 mm Breite an jedem Rande $\frac{\Delta}{V}$ um ca. 0,014 oder ca. 10 Procent kleiner wäre, als der Werth im Innern der Platte. Dasselbe wird aber wahrscheinlich auch für entsprechende Streifen entlang dem vorderen und hinteren Plattenrande gelten, so dass auf einer Strecke von insgesammt 4 mm die relative Verzögerung um $\frac{1}{10}$ ihres Werthes verkleinert wäre, und somit die gesammte beobachtete Verzögerung auf der Strecke von 44,7 mm um $\frac{1}{10} \cdot \frac{4}{44{,}7}$, d. i. etwas weniger als $\frac{1}{110}$, kleiner wäre, als im Falle überall bis an die Plattenränder constanter optischer Wirkung. Danach würden also die in der Richtung Y_0 an der Platte No. 1 beobachteten Gangunterschiede um etwa 0,9 Procent zu vergrössern sein, um die wahren, dem in Rechnung gezogenen Potentialgefälle entsprechenden Werthe zu erhalten. Indessen soll diese kleine Correction, da sie doch nur auf einer ziemlich unsicheren Schätzung beruht, nicht angebracht werden. — Die Ursache dieser Abnahme des Gangunterschiedes nach den Plattenrändern hin ist darin zu erblicken, dass dort die Kraftlinien wegen der Nähe der Ränder der Metallbelegungen, die nur wenige mm über die Plattenränder hinausragten, bereits etwas nach aussen ausgebogen waren, und dass auch das elektrische Feld daselbst durch eine etwa vorhandene geringe oberflächliche Leitungsfähigkeit des Quarzes in viel stärkerem Maasse geschwächt werden konnte, als im mittleren Theile der Platte. Eben aus diesem letzteren Grunde ist es sehr unsicher, ob der fraglichen Correction in allen Fällen der gleiche Betrag beizulegen wäre. Es muss daher genügen, dass durch die vorstehend besprochenen Versuche gezeigt ist, dass diese Fehlerquelle jedenfalls nur von sehr geringem Einfluss war. —

Es handelte sich nun weiter darum, die Proportionalität der relativen Verzögerung mit dem Potentialgefälle, welche in der Theorie vorausgesetzt ist, zu prüfen, also Δ bei verschieden starker Ladung zu messen. Hierzu diente zunächst eine ältere Beobachtungsreihe, bei welcher zur Potentialmessung nur die Schlagweite an der Maassflasche benutzt wurde, und die daher, weil Temperatur und Luftdruck nicht bekannt waren, allerdings keine ganz sicheren absoluten Werthe von $\frac{\Delta}{V}$ ergeben, aber doch zur Vergleichung der bei verschiedenen Potentialen gefundenen Werthe verwendet werden konnte. Ihre Resultate sind nachstehend in derselben Weise wie früher wiedergegeben; über jeder einzelnen Gruppe ist die Schlagweite in Theilen des an der Maassflasche befindlichen Maassstabes und das entsprechende Entladungspotential nach der Tabelle S. 25 angegeben. Sämmtliche Messungen wurden in der Mitte der Platte angestellt.

	$a = 0{,}47.$ $V = 16{,}4$									
—				6,03				6,02		
0	3,60		3,56		3,69		3,65			
+		1,25				1,29				
Δ		−2,33		+2,40		−2,38			**2,37.**	$\frac{\Delta}{V}$ = **0,1444.**

$a = 0{,}52. \quad V = 17{,}76.$

—		6,20				6,24				
0	3,66		3,69		3,65		3,66			
+				1,09				1,10		
$\varDelta$		+ 2,53		− 2,58		+ 2,58			2,56.	$\frac{\varDelta}{V} = 0{,}1440.$

$a = 0{,}57. \quad V = 19{,}06.$

—				6,51				6,52			
0	3,69		3,69		3,74		3,74		3,76		
+		0,97				0,95					
$\varDelta$		− 2,72		+ 2,80		− 2,79		+ 2,77		2,77.	$\frac{\varDelta}{V} = 0{,}1452.$

$a = 0{,}62. \quad V = 20{,}29.$

—				7,00				6,98		
0	3,92		3,98		4,01		4,02			
+		0,99				0,96				
$\varDelta$		− 2,96		+ 3,05		− 3,055			3,01.	$\frac{\varDelta}{V} = 0{,}1482.$

$a = 0{,}67. \quad V = 21{,}55.$

—				7,27					
0	4,06		4,08		4,10		4,12		
+		0,86				0,85			
$\varDelta$		− 3,21		+ 3,18		− 3,26		3,22.	$\frac{\varDelta}{V} = 0{,}1494.$

$a = 0{,}72. \quad V = 22{,}82.$

—		7,46				7,54			7,66			
0	4,17		4,19		4,18		4,20			4,28		
+				0,76				0,81				
$\varDelta$		+ 3,28		− 3,42		+ 3,35		− 3,39		+ 3,38	3,38.	$\frac{\varDelta}{V} = 0{,}1480.$

$a = 0{,}77. \quad V = 24{,}09.$

—		8,27				8,35					
0	4,72		4,75		4,79		4,83		4,85		
+				1,12				1,22			
$\varDelta$		+ 3,53		− 3,65		+ 3,54		− 3,62		3,58.	$\frac{\varDelta}{V} = 0{,}1484.$

$a = 0{,}82. \quad V = 25{,}34.$

—				8,74				8,74			
0	4,88		4,92		4,96		4,92		4,96		
+		1,00				1,00					
$\varDelta$		− 3,90		+ 3,80		− 3,94		+ 3,80		3,88.	$\frac{\varDelta}{V} = 0{,}153.$

$a = 0{,}87. \quad V = 26{,}6.$

—		8,90				9,06				9,09			
0	4,98		5,00		5,06		5,11		5,09		5,13		
+				0,97				1,03					
$\varDelta$		+ 3,91		— 4,06		+ 3,98		— 3,97		+ 3,98		3,98.	$\frac{\varDelta}{V} = $ **0,1495.**

$a = 0{,}92. \quad V = 27{,}85.$

—		9,28				9,28					
0	5,18		5,18		5,20		5,20		5,22		
+				1,06				0,95			
$\varDelta$		+ 4,10		— 4,13		+ 4,08		— 4,26		4,14.	$\frac{\varDelta}{V} = $ **0,1485.**

$a = 0{,}97. \quad V = 29{,}1.$

—				9,66				9,62			
0	5,33		5,37		5,38		5,40		5,38		
+		0,95				0,99					
$\varDelta$		— 4,40		+ 4,29		— 4,40		+ 4,23		4,33.	$\frac{\varDelta}{V} = $ **0,1488.**

$a = 1{,}02. \quad V = 30{,}35.$

—		9,85				9,93					
0	5,40		5,38		5,43		5,42		5,44		
+				0,85				0,87			
$\varDelta$		+ 4,46		— 4,55		+ 4,50		— 4,56		4,52.	$\frac{\varDelta}{V} = $ **0,1491.**

Die Werthe von $\frac{\varDelta}{V}$ stimmen so gut überein, dass man die Proportionalität von $\varDelta$ (also auch $\omega_1^2 - \omega_2^2$) mit V oder $\partial V / \partial n$ innerhalb der Grenzen der hier angewandten Potentialgefälle (48,7 bis 93,7) als erwiesen ansehen kann. Dies zeigt noch besser folgende Zusammenstellung der mit dem Mittelwerth aus allen hier gefundenen Werthen $\frac{\varDelta}{V}$, nämlich mit

$$\frac{\varDelta}{V} = \mathbf{0{,}1484}$$

berechneten Werthe von $\varDelta$ mit den beobachteten.

V	16,4	17,8	19,1	20,3	21,6	22,8	24,1	25,35	26,6	27,85	29,1	30,35
$\varDelta$ ber.	2,43	2,64	2,83	3,01	3,21	3,39	3,58	3,77	3,95	4,13	4,32	4,50
$\varDelta$ beob.	2,37	2,56	2,77	3,01	3,22	3,38	3,58	3,88	3,98	4,14	4,33	4,52
Differenz	+0,06	+0,08	+0,06	+0,00	—0,01	+0,01	+0,00	—0,11	—0,03	—0,01	—0,01	—0,02.

Bis auf wenige Fälle, wo wohl die Einstellung der Kugeln der Maassflasche ungenau war, liegen die Differenzen innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler.

Die Constanz von $\frac{\varDelta}{V}$ wurde durch eine Anzahl späterer Messungen bestätigt, bei denen das Potential mittelst des Bifilar-Elektrometers bestimmt wurde.

Von diesen Beobachtungsreihen beziehen sich nur zwei auf verhältnissmässig hohe Potentiale, entsprechend den Schlagweiten 0,7 und 1,0; ihre Resultate, in derselben Weise angegeben wie diejenigen der analogen Beobachtungsreihe bei der Schlagweite 0,5, sind folgende (beobachtet in der Mitte der Platte).

		$a = 0{,}7.$ $e^0 = 22{,}8$ mm.						
$\alpha = 135{,}4.$ $V = 22{,}3$								
	—		6,28					
	0	3,30		3,23		3,32		
	+				0,20			
$\alpha = 134{,}5.$ $V = 22{,}24$	$\varDelta$		+ 3,015		— 3,075		**3,045.**	$\frac{\varDelta}{V} = $ **0,1366.**

		$a = 1{,}0.$ $e^0 = 40{,}4$ mm.						
$\alpha = 66{,}4.$ $V = 29{,}5$								
	—				7,20			
	0	4,40		4,48 | 3,14		2,88		
	+		0,30					
$\alpha = 68{,}6.$ $V = 30{,}1$	$\varDelta$		— 4,14		+ 4,19		**4,17.**	$\frac{\varDelta}{V} = $ **0,140.**

Diese Werthe von $\frac{\varDelta}{V}$ stimmen nahe überein mit dem Mittelwerthe $\frac{\varDelta}{V} =$ 0,1385 aus den früher mitgetheilten, an verschiedenen Stellen der Platte bei Potentialen von 17 bis 18 angestellten Messungen.

Bei noch höheren Potentialen zu beobachten, verhinderte das dann eintretende stärkere Zurückspringen der Nullstellung des Compensators nach der Entladung, welches nach dem S. 107 Gesagten wahrscheinlich eine Folge der für so hohe Spannungen nicht mehr genügenden Isolation der Quarzplattenoberfläche ist.

Bei kleineren Potentialen (unter 15 c. g. s.) war die Elektricitätszerstreuung hinreichend langsam, dass man direct correspondirende Werthe des Gangunterschiedes $\varDelta$ und Elektrometerausschlages α beobachten konnte, statt wie vorher die Maassflasche einzuschalten und $\varDelta$ für das jeweilige Entladungspotential zu bestimmen.

Eine erste Beobachtungsreihe, bei welcher $e_0 = 22{,}8$ war, ergab folgende zusammengehörige Ausschläge α, daraus nach I § 3 *b* berechnete Potentiale V, und Verzögerungen $\varDelta$ bezw. $\frac{\varDelta}{V}$:

α	V	$\varDelta$	$\frac{\varDelta}{V}$
42,0	+ 13,94	— 1,93	} 0,1375
42,0	— 13,94	+ 1,91	
27,7	+ 11,47	— 1,58	0,1378
20,6	+ 10,0	— 1,37	0,1368
15,5	+ 8,75	— 1,23	0,1405
9,8	+ 6,98	— 1,00	} 0,1412
9,8	— 6,98	+ 0,98	
		Mittel:	**0,1387.**

Um bei noch kleineren Potentialen beobachten zu können, wurde der Kugelabstand e^0 bis auf 19,3 mm verkleinert; der Reductionsfactor $f = V : V'$ werde für diesen Fall = 0,98 angenommen. Die nachstehenden Beobachtungen wurden während einer und derselben, allmählich abnehmenden Ladung gemacht; die Einstellung des Compensators nach Entladung war dabei sehr nahe dieselbe, wie vor der Ladung geblieben.

α	V	$\varDelta$	$\frac{\varDelta}{V}$
28	10,32	1,48	0,1435
23	9,15	1,34	0,146
18,8	8,3	1,15	0,138
13	6,97	0,97	0,140
10	6,15	0,82	0,133
8	5,52	0,72	0,130
6,9	5,12	0,65	0,126
6,0	4,77	0,61	0,127

Mittel: **0,135.**

Nachstehend sind die mit dem Mittelwerth aus beiden Reihen:

$$\frac{\varDelta}{V} = \mathbf{0{,}137}$$

berechneten Werthe $\varDelta$ mit den beobachteten zusammengestellt.

V	13,94	11,47	10,3	10,0	9,15	8,75	8,3	6,98	6,97	6,15	5,52	5,12	4,77
$\varDelta$ ber.	1,91	1,57	1,41	1,37	1,25	1,20	1,14	0,96	0,96	0,84	0,75	0,70	0,65
$\varDelta$ beob.	1,92	1,58	1,48	1,37	1,34	1,23	1,15	0,99	0,97	0,82	0,72	0,65	0,61
Differenz	−0,01	−0,01	−0,07	0,00	−0,09	−0,03	−0,01	−0,03	−0,01	+0,02	+0,03	+0,05	+0,04.

Auch hier übersteigen die Abweichungen nur in wenigen Fällen die directen Beobachtungsfehler, und die relativ grossen Verschiedenheiten der Werthe $\frac{\varDelta}{V}$ bei den kleinsten angewandten Potentialen rühren wohl hauptsächlich von der Ungenauigkeit der Ablesungen von α her. Im Ganzen bestätigt sich jedenfalls auch hier für Potentiale zwischen 5 und 14 die Proportionalität von $\varDelta$ und V bezw. $\frac{\partial V}{\partial n}$. Mit dem hier gefundenen Werthe $\frac{\varDelta}{V} = 0{,}137$ erhält man für die höheren Potentiale

$$V = 22{,}27 \qquad 29{,}8$$
$$\varDelta = 3{,}05 \qquad 4{,}08$$

während beobachtet ist

$$\varDelta = 3{,}045 \qquad 4{,}17.$$

Somit kann die Proportionalität zwischen Gangunterschied und Feldstärke innerhalb der Grenzen 4,77 : 0,337 = 14 und 29,8 : 0,337 = 88,5 der letzteren als erwiesen gelten. —

Aus den Beobachtungen, bei welchen die Quarzplatte zwischen mit Stanniol belegten Glimmerplatten lag und das Potential mit dem Bifilar-Elektrometer gemessen wurde (— diejenigen, bei welchen nur die Schlagweite beobachtet wurde, müssen wegen des Einflusses der nicht mehr bekannten Temperatur und des Luftdruckes hier ausgeschlossen werden —), ergeben sich schliesslich die folgenden Mittelwerthe:
aus den Beobachtungen an zahlreichen verschiedenen Stellen der Platte bei Potentialen von ca. 18 c. g. s.

$$\frac{\Delta}{V} = \mathbf{0{,}1385},$$

aus den Beobachtungen bei höheren Potentialen (22,3 und 29,8)

$$\frac{\Delta}{V} = \mathbf{0{,}1383},$$

aus den Beobachtungen bei niedrigen Potentialen von 7 bis 14 (unter Fortlassung der zweiten, unsichereren Beobachtungsreihe bei $e^0 = 19{,}3$)

$$\frac{\Delta}{V} = \mathbf{0{,}1387}.$$

Insgesammt folgt hieraus:

$$\frac{\Delta}{V} = \mathbf{0{,}1385}, \text{ und } \frac{\Delta}{\partial V / \partial n} = \mathbf{0{,}0467}.$$

Es wurden endlich noch Beobachtungen angestellt, wobei die Quarzplatte direct zwischen den auf die Potentialdifferenz V gebrachten Belegungen, in diesem Falle zwei über die Ränder der Quarzplatte ringsum etwa 2 mm hinausragenden Kupferplatten, lag, also ohne durch Glimmerplatten von ihnen isolirt zu sein. Bei dieser Anordnung konnte sicher keine Abschwächung des Feldes in der Quarzplatte durch oberflächliche Leitungsfähigkeit stattfinden, da ja auf ihren Breitseiten jederzeit dasselbe Potential herrschen musste, wie auf den anliegenden Metallplatten. In der That wurde das Zurückgehen der Nullstellung des Compensators über ihren Anfangswerth nach der Entladung, welches bei zwischengelegten Glimmerplatten bei Anwendung hoher Spannungen beobachtet wurde und durch eine zwischen der Quarzplatte und den Glimmerplatten inducirte elektrische Schicht zu erklären ist, jetzt gar nicht mehr bemerkt. Die Potentialdifferenz konnte, damit zwischen den Rändern der Kupferplatten keine Entladungen eintraten, nicht so gross wie früher gemacht werden; sie betrug bei allen Messungen **13,1**, entsprechend einem Elektrometerausschlage $\alpha = 30$, während $A = 210{,}5$, $e^0 = 24{,}8$ mm war. Dieses Potential blieb während der einzelnen Compensatoreinstellungen genügend constant, da die Capacität noch durch Einschalten mehrerer grosser Leydener Flaschen gegen früher vergrössert war.

Eine erste Beobachtungsreihe lieferte folgende Ergebnisse.

Etwas rechts von der Mitte.

—		3,26		3,25		3,24								
0	1,36		1,36		1,38		1,38 | 1,39		1,37		1,35		1,35	
+								—0,50		—0,48		—0,54		
Δ		+1,90		+1,88		+1,86		—1,88		—1,84		—1,89		**1,875**

In der Mitte.

—								3,94		3,94		3,93		3,91	
0	2,15		2,12		2,10		2,10 | 2,09		2,09		2,055		2,055		2,05	
+		0,26		0,22		0,22									
Δ		—1,875		—1,89		—1,88		+1,85		+1,87		+1,875		+1,86		**1,873**

Etwas links von der Mitte.

—		3,95		3,91		3,895								
0	2,04		2,04		2,02		2,04		2,03		2,01		2,00	
+								0,145		0,16		0,135		
Δ		+1,91		+1,88		+1,865		—1,89		—1,86		—1,87		**1,879.**

Gesammtmittel $|\Delta| =$ **1,876.**

Eine zweite Beobachtungsreihe (nachdem die Platten neu aufgelegt waren) ergab:

In der Mitte.

—										4,00		3,96		4,00		3,97		
0	1,94		1,97		2,00		2,06		2,03		2,07		2,05		2,08		2,04	
+		0,00		0,07		0,12		0,09										
Δ		—1,955		—1,915		—1,91		—1,955		+1,95		+1,90		+1,935		+1,91		**1,929**

2 cm vom rechten Rand.

—		4,70		4,67		4,72								
0	2,80		2,83		2,75		2,75 | 2,67		2,67		2,63		2,64	
+								0,72		0,69		0,73		
Δ		+1,885		+1,88		+1,97		—1,96		—1,96		—1,895		**1,923**

1 cm vom rechten Rand.

—								4,17		4,18		4,175		
0	2,23		2,20		2,19		2,23 | 2,21		2,23		2,21		2,20	
+		0,26		0,24		0,25								
Δ		—1,955		—1,955		—1,96		+1,95		+1,96		+1,97		**1,958**

	2 cm vom linken Rand.															
—		4,215		4,22		4,23		4,19								
0	2,305		2,305		2,30		2,26		2,26		2,21		2,23		2,19	
+										0,26		0,29		0,26		
Δ		+1,91		+1,92		+1,95		+1,93		−1,975		−1,93		−1,95		**1,938**

	1 cm. vom linken Rand.															
—								3,80		3,76		3,76		3,72		
0	1,98		1,98		1,95		1,94		1,88		1,83		1,83		1,80	
+		0,01		0,04		0,035										
Δ		−1,97		−1,925		−1,91		+1,89		+1,905		+1,93		+1,905		**1,920.**

Gesammtmittel: $|\Delta| =$ **1,934.**

Ausserdem wurde noch eine Beobachtungsreihe mit Natriumlicht in der Mitte der Platte ausgeführt, welche ergab

$$\Delta = \begin{matrix} -1,935 & 1,96 & 1,90 & 1,91 & 1,875 & 1,925 & 1,98 \\ +1,915 & 1,94 & 1,91 & 1,915 \end{matrix} \Big\} \text{ Mittel } \mathbf{1,924},$$

also wieder nahezu denselben Werth, wie für weisses Licht, in Uebereinstimmung mit dem schon S. 103 erwähnten hierauf bezüglichen Resultat.

Aus allen Beobachtungen bei direct anliegenden Kupferplatten folgt:

$$\frac{|\Delta|}{V} = \frac{1,913}{13,1} = \mathbf{0,1455}.$$

Bei Berechnung des Potentialgefälles $\frac{\partial V}{\partial n} = \frac{V}{D}$ ist hier die grösste Dicke der Quarzplatte in der Mitte einzuführen: $D = 0,319$ cm, umsomehr, als die Kupferplatten thatsächlich die Quarzplatte in der Nähe der Ränder nicht ganz vollständig berührten. Man findet dann

$$\frac{\Delta}{\partial V / \partial n} = \mathbf{0,0465},$$

d. i. fast genau derselbe Werth, welcher oben aus den gesammten Beobachtungen mit Belegungen auf Glimmerplatten gewonnen wurde. Der Werth 0,0466 ist also nun zur definitiven Berechnung von $\frac{e_{11}\varkappa_1}{v^2}$ zu benutzen. Die Grösse $\overline{\Delta}_1 : \frac{m}{\varkappa_1}$ in der Formel 51) ist dem absoluten Werthe nach $= \frac{\Delta}{23,8} : \frac{\partial V}{\partial n}$, und ihr Vorzeichen ist positiv, da $\overline{\Delta}$ entgegengesetztes Vorzeichen hat wie Δ und letztere

Grösse nach den vorstehend mitgetheilten Beobachtungsresultaten negativ ist für positives Moment. Man erhält demnach

$$\bar{\Delta}_1 \cdot \frac{\varkappa_1}{m} = + \frac{0{,}0466}{23{,}8} = +\mathbf{0{,}00196}.$$

Ferner ist in 51) einzusetzen $L^0 = 44{,}7$, $\frac{1}{2} n_o^{0^3} = 1{,}841$, $n_o^0 - n_e^0 = -0{,}0091$ und nach den im nächsten Paragraph mitzutheilenden piëzoelektrischen Beobachtungen $\delta_{11} = -6{,}3 \cdot 10^{-8}$.

Da wir den Abstand der Compensatorstreifen wie für Natriumlicht gleich 23,8 gesetzt haben, so ist auch für λ die Wellenlänge des Natriumlichts zu nehmen. Sonach wird die Gleichung 51):

$$1{,}841 \cdot \frac{e_{11} \varkappa_1}{v^2} + 6{,}3 \cdot 0{,}0091 \cdot 10^{-8} = \frac{589{,}2 \cdot 10^{-6}}{44{,}7} \cdot 0{,}00196 = 2{,}58 \cdot 10^{-8},$$

woraus folgt:

$$\frac{e_{11} \varkappa_1}{v^2} = +\mathbf{1{,}370 \cdot 10^{-8}}.$$

II. Beobachtungen im convergenten Licht in der Richtung der Hauptaxe.

Wie wir schon in § 2, *a* I sahen, macht das starke Drehungsvermögen des Quarzes es unmöglich, den Gangunterschied, welcher in der Richtung Z^0 in Folge dielektrischer Polarisation parallel X^0 (oder irgend einer anderen zu Z^0 senkrechten Richtung) hervorgebracht wird und ebenfalls von der Constante e_{11} abhängt, mit Hülfe des Compensators zu messen. Dieser Gangunterschied, bezw. zunächst das Verhältniss $x = \frac{\omega_x^2 - \omega_y^2}{\omega_r^{0^2} - \omega_l^{0^2}}$, kann aber, wie in § 2, *a* II ausgeführt worden ist, dadurch ermittelt werden, dass man die Aenderungen misst, welche die Durchmesser der im convergenten polarisirten homogenen Lichte in einer zur Hauptaxe senkrechten Platte sichtbaren Interferenzringe (Curven gleichen Gangunterschiedes) bei dielektrischer Polarisation der Platte erleiden, ein Beobachtungsverfahren, welches ja schon von den Herren Röntgen, Kundt und Czermak zur qualitativen Untersuchung, von letzterem auch zu vergleichenden Messungen der elektrooptischen Erscheinungen am Quarz angewandt worden ist (vergl. die Bemerkung S. 92—93). Zu diesem Zwecke konnte dieselbe Platte Verwendung finden, an welcher die im vorigen Abschnitt mitgetheilten Compensatorbeobachtungen ausgeführt worden waren, indem man jetzt durch deren kürzere, zur Hauptaxe OZ^0 nahezu senkrechte Schmalseiten hindurch beobachtete. Die Platte wurde, wie bei den Compensatorbeobachtungen zwischen den aussen mit Stanniol belegten Glimmerplatten liegend, mit der Breitseite horizontal auf ein drehbares Tischchen gelegt (*TT* in Fig. 10, welche die Anordnung, von oben gesehen, schematisch darstellt), so dass ihre längsten Kanten zunächst ungefähr parallel

der Beobachtungsrichtung (AB) lagen. Das (in der Figur von A her) einfallende Licht einer Natriumflamme wurde zunächst durch den Polarisator vertikal polarisirt und dann durch eine hinter der Quarzplatte in passender Entfernung aufgestellte Linse (L) schwach convergent gemacht. Das Interferenzbild, welches nach dem Durchgang des Lichtes durch eine entsprechende vor der Quarzplatte aufgestellte Linse (L') und den Analysator, dessen Polarisationsebene horizontal war, zu Stande kam, wurde aus geringer Entfernung mit einem kleinen Fernrohr beobachtet.

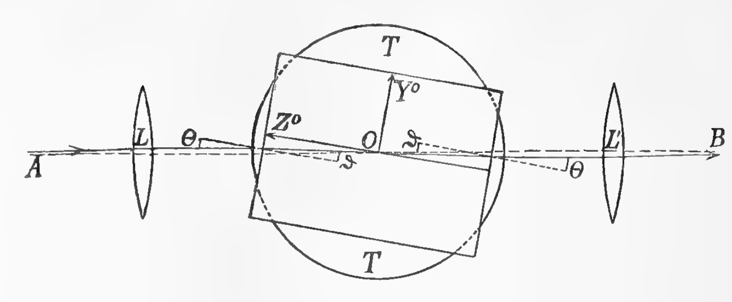


Fig. 10.

Wegen der im Verhältniss zu ihrer grossen Länge geringen Dicke der Platte konnte man nicht die ganzen Ringe sehen, sondern nur deren seitliche Segmente; dies genügte aber, weil gemäss der Orientirung der Platte der horizontale Ringdurchmesser (parallel der Y^0-Axe) ein solcher war, welcher bei der Elektrisirung parallel X^0 in die grosse oder kleine Lemniscatenhauptaxe überging. Durch Messung der Verschiebungen der Ringsegmente nach rechts oder links konnten also die in § 2 a II mit $\Theta_h - \Theta_h^0$ und $\Theta_h^0 - \Theta_h'$ bezeichneten Aenderungen des Winkelhalbmessers der Ringe ermittelt werden. Um nun diese Messung auszuführen, konnte man das Tischchen mit der darauf liegenden Platte um eine vertikale Axe um messbare Winkel drehen, und zwar mittelst einer Mikrometerschraube, deren volle Umdrehung eine Drehung des Tischchens um den Winkel $\gamma = 45{,}4'$ oder $= 0{,}0132$ in Bogenmaass hervorbrachte, und deren Kopf in 20 Theile getheilt war. Es wurde nun zunächst durch diese Drehung der Platte das eine seitliche Segment desjenigen Ringes, dessen Erweiterung und Verengerung gerade gemessen werden sollte, zur Berührung mit dem vertikalen Faden des Fernrohres gebracht und die entsprechende Stellung der Mikrometerschraube abgelesen. Wurde dann die mit der Influenzmaschine und der inneren Belegung der Maassflasche (und eventuell noch anderer Leydener Flaschen) verbundene obere Plattenbelegung geladen, während die untere immer zur Erde abgeleitet war, so verschob sich das Ringsegment im Gesichtsfeld des Fernrohres seitwärts, und es musste der Platte eine gewisse Drehung ertheilt werden, um die Berührung des Ringes mit dem Faden wieder herzustellen. Es wurde nun jedesmal diejenige Drehung ausprobirt, die erforderlich war, damit die Berührung gerade im Momente vor der Entladung der Maassflasche bei einer bestimmten Schlagweite eintrat; war die Richtigkeit dieser Einstellung bei einer Reihe von Entladungen controllirt, so wurde die Platte soweit zurückgedreht, dass der Ring bei entladener Plattenbelegung wieder auf dem Faden einstand. Die hierbei

abgelesene Drehung der Platte — oder das Mittel aus der Drehung hin und zurück — ist dann, je nachdem der Ring eine Erweiterung oder Verengerung erfuhr, der in § 2 *a* II mit $\Theta_h - \Theta_h^0$ oder $\Theta_h^0 - \Theta_h'$ bezeichnete Winkel. Es wurden immer jene beiden Winkel bestimmt, indem die Messung sowohl bei positiver als bei negativer Ladung der oberen Plattenbelegung ausgeführt wurde. Auch der ganze ursprüngliche horizontale Ringdurchmesser $2\Theta^0$ konnte durch Drehung der Platte gemessen werden, indem man erst das linke, dann das rechte Segment desselben Ringes auf den vertikalen Faden einstellte. Uebrigens konnte der Werth von Θ^0 auch nach der aus 56) folgenden Formel

$$\sin \Theta_h^0 = n_o^0 \sin \vartheta_h^0 = \frac{n_o^0 \sqrt[4]{\left(h \frac{2\pi}{L\delta^0} \cos \vartheta_h^0\right)^2 - 1}}{\sqrt{k^0}}$$

berechnet werden, worin hier $L = 59{,}9$ zu setzen ist und somit h den Werth 8 annimmt für den ersten Ring, 9 für den zweiten u. s. w. Dabei ergab sich gute Uebereinstimmung mit den gemessenen Werthen; so wurde z. B. berechnet $\Theta_1^0 = 5^0 25'$, $\Theta_2^0 = 6^0 47'$, gemessen $\Theta_1^0 = 7{,}2\gamma = 5^0 27\frac{1}{2}'$, $\Theta_2^0 = 9{,}03\gamma = 6^0 50'$. Bezüglich der folgenden Tabellen ist noch zu bemerken, dass die auf den 1ten, 2ten und 3ten Ring bezüglichen Grössen Θ^0, Θ und Θ' entsprechend mit den Indices 1, 2, 3 bezeichnet sind statt mit den Indices h.

Zunächst seien die Resultate einer älteren Beobachtungsreihe mitgetheilt, bei welcher lediglich die Schlagweite zur Potentialmessung diente, und die nach S. 25 angenommenen absoluten Potentialwerthe wieder einer gewissen Unsicherheit wegen des unbekannten Luftzustandes unterliegen.

Schlagweite $a = 0{,}5$. ($V = 17{,}2$.)

1. Ring: $\Theta_1 - \Theta_1' = 0{,}55\gamma$
2. „ : $\Theta_2 - \Theta_2' = 0{,}45\gamma$.

Schlagweite $a = 1{,}0$. ($V = 29{,}85$.)

1. Ring: $\Theta_1 - \Theta_1' = 0{,}96\gamma$ auf der einen, $= 1{,}00\gamma$ auf der anderen Seite, im Mittel $0{,}98\gamma$.
2. „ : $\Theta_2 - \Theta_2' = 0{,}79\gamma$ „ „ „ , $0{,}82\gamma$ „ „ „ „ , „ „ $0{,}805\gamma$.

Nach Formel 57') berechnet: $x = 0{,}0364$ aus $\Theta_1 - \Theta_1'$ für $a = 0{,}5$, $\frac{x}{V} = 2{,}11 \cdot 10^{-3}$
$= 0{,}0649$ „ „ „ $a = 1{,}0$, „ $2{,}10 \cdot 10^{-3}$
$= 0{,}0373$ „ $\Theta_2 - \Theta_2'$ „ $a = 0{,}5$, „ $2{,}16 \cdot 10^{-3}$
$= 0{,}0670$ „ „ „ $a = 1{,}0$, „ $2{,}175 \cdot 10^{-3}$

Mittelwerth von $\frac{x}{V}$: $\mathbf{2{,}136 \cdot 10^{-3}}$.

Später wurde das Entladungspotential vor und nach jedem Satze optischer Messungen mittelst des Bifilar-Elektrometers bestimmt, in der Weise wie es schon bei den Compensatorbeobachtungen geschah. In der nachstehenden Tabelle sind

in der ersten Columne die dem Entladungspotential (beim Scalenabstand $A = 284{,}5$ cm und dem Kugelabstand $e^0 = 40{,}4$ mm) entsprechenden Elektrometerausschläge α angegeben, in der zweiten die daraus berechneten Potentialwerthe, in den folgenden die beobachteten Ringerweiterungen und Verengerungen $\Theta - \Theta^0$ und $\Theta^0 - \Theta'$, sowie deren Summe $\Theta - \Theta'$ in Theilen von γ, dann in der vorletzten Columne die daraus nach der Formel 57'), worin für Θ_1^0, Θ_2^0, Θ_3^0 ihre für $L = 59{,}9$ berechneten Werthe: $5^0 25'$, $6^0 47'$, $7^0 46'$ gesetzt wurden, abgeleiteten Werthe von x, und endlich in der letzten die durch Division mit dem Mittelwerthe der vor und nach dem betreffenden Versuch gefundenen Potentiale berechneten Werthe von $\frac{x}{V}$.

	α	V	$\frac{\Theta - \Theta^0}{\gamma}$	$\frac{\Theta^0 - \Theta'}{\gamma}$	$\frac{\Theta - \Theta'}{\gamma}$	x	$\frac{x}{V}$
1. Ring, links.	85,7 85	29,5 29,4	0,45	0,575	1,025	0,0665	0,00226
2. Ring, links.	93,3	30,56	0,35	0,425	0,775	0,0640	0,00213
3. Ring, links.	89,0 89,0	30,0	0,33	0,37	0,70	0,0662	0,00221
1. Ring, rechts.	89,0 86,3	30,0 29,46	0,45	0,475	0,925	0,0610	0,00204
2. Ring, rechts.	(86,3) 86,8	29,46 29,56	0,36	0,36	0,72	0,0594	0,00202
3. Ring, rechts.	(86,8) 89,2	29,56 30,0	0,325	0,30	0,625	0,0590	0,001975
1. Ring, links, rep.	89,2	30,0	0,44	0,52	0,96	0,0632	0,00211
2. Ring, links, rep.	(89,2) 88,0	30,0 29,72	0.35	0,40	0,75	0,0620	0,00208

Mittelwerthe von $\frac{x}{V}$ aus den Messungen

am 1ten,	2ten,	3ten Ring:
0,00214	0,00208	0,00209,

insgesammt:

$$\frac{x}{V} = \mathbf{0{,}00210}.$$

Nachdem die Platte umgedreht war, so dass jetzt die vorher geladene Fläche zur Erde abgeleitet war und umgekehrt, wurde folgende zweite Beobachtungsreihe erhalten.

	α	V	$\frac{\Theta-\Theta^0}{\gamma}$	$\frac{\Theta^0-\Theta'}{\gamma}$	$\frac{\Theta-\Theta'}{\gamma}$	x	$\frac{x}{V}$
1. Ring, links.	80,7 80,2	28,64	0,45	0,50	0,95	0,0618	0,00216
2. Ring, links.	82,3	28,92	0,33	0,38	0,71	0,0586	0,00204
3. Ring, links.	82,3	28,92	0,30	0,325	0,625	0,0590	0,00204
1. Ring, rechts.	84,4	29,25	0,475	0,475	0,95	0,0621	0,00212
2. Ring, rechts.	84,0	29,18	0,36	0,39	0,75	0,0618	0,002125
3. Ring, rechts.	82,8	29,0	0,35	0,31	0,66	0,0623	0,00214

Mittelwerth von $\frac{x}{V}$ aus den Messungen

am 1ten,	2ten,	3ten Ring:
0,00214	0,00208	0,00209,

insgesammt:

$$\frac{x}{V} = \mathbf{0,00210},$$

ebenso aus beiden Beobachtungsreihen zusammen.

Hieraus ergiebt sich nach Formel 58):

$$\frac{e_{11}\varkappa_1}{v^2} = \frac{589,2 \cdot 21,67}{3,68 \cdot 180} \cdot 0,00210 \cdot 0,337 \cdot 10^{-6} = \mathbf{1,36 \cdot 10^{-8}};$$

dagegen folgt aus der ersten, wegen der Potentialmessung mit der Maassflasche allein unsichereren Beobachtungsreihe (S. 119): $\frac{e_{11}\varkappa_1}{v^2} = \mathbf{1,38 \cdot 10^{-8}}$.

Dieses Resultat stimmt sehr gut mit demjenigen der Compensatormessungen: $\frac{e_{11}\varkappa_1}{v^2} = \mathbf{1,37 \cdot 10^{-8}}$ überein. Dass auch der Sinn der beobachteten Aenderungen dem früher bestimmten positiven Vorzeichen von e_{11} entspricht, ergiebt sich wie folgt. Beobachtet wurde eine Abnahme des horizontalen Ringdurchmessers

bei positiver Ladung derjenigen Seite der Platte, aus welcher die negative X^0-Axe austritt, also bei positivem Moment m; in diesem Falle war also die Ebene der optischen Axen vertikal, d. h. parallel X^0, und folglich $\omega_x > \omega_y$. Nun ist nach den Formeln 50′) $\omega_x^2 - \omega_y^2 = +2e_{11}m$, folglich ergiebt sich aus obiger Beobachtung in der That positives Vorzeichen von e_{11}.

Diese Uebereinstimmung der in I und II gefundenen Resultate liefert eine Bestätigung der allgemeinen Theorie der Aenderung der Doppelbrechung des Quarzes im elektrischen Felde.

III. Compensatorbeobachtungen in Richtungen, welche die Winkel zwischen der Y^0- und Z^0-Axe nahezu halbiren.

Zu diesen Beobachtungen diente eine nahezu quadratische Platte (No. 2) von 3,51 mm Dicke und 20,5 bezw. 20,75 mm Kantenlänge, deren Breitseiten ebenfalls parallel der Y^0Z^0-Ebene und deren Schmalseiten unter 45° gegen die Z^0-Axe geneigt sein sollten, aber in Wirklichkeit ein wenig von dieser Orientirung abwichen. Die Abweichung der Plattennormale und somit der Elektrisirungsrichtung von der X^0-Axe bestand in einer Neigung von ca. $2\frac{1}{2}^0$ gegen die Z^0-Axe hin, wie durch Beobachtung der Auslöschungsrichtungen auf den Schmalseiten constatirt wurde. Dieselbe hat sowohl für die wirksame Componente a des inducirten Momentes, als für die Neigung der Beobachtungsrichtungen (Normalen der Schmalseiten) gegen die Z^0-Axe, und somit auch für die beobachteten Gangunterschiede nur Fehler 2ter Ordnung (nämlich von der Grössenordnung von $\sin^2 2\frac{1}{2}^0$) zur Folge und braucht daher nicht berücksichtigt zu werden. Dagegen hat die Abweichung der Neigung der Kanten gegen die Z^0-Axe von dem Winkel $\pm 45^0$ einen merklichen Einfluss und muss, wie es in den Formeln 52) und 53) schon vorgesehen ist, in Rechnung gezogen werden. Jene Neigung der Kanten gegen Z^0 ist nun sehr annähernd gleich der „Auslöschungsschiefe“ auf der Breitseite, da deren eine Auslöschungsrichtung mit der Durchschnittslinie der Plattenebene und der Z^0X^0-Ebene zusammenfällt. Auf diese Weise wurde der in § 2, a, S. 87 mit ϑ bezeichnete Winkel für die eine Kantenrichtung $= -44^0 10'$, für die andere $= +45^0 50'$ gefunden. Für die erstere Richtung war $L = 20{,}5$, für die letztere $= 20{,}75$ mm.

Um den ursprünglichen Gangunterschied in einer dieser Beobachtungsrichtungen soweit zu compensiren, dass man mit weissem Licht beobachten konnte, mussten hier zwei andere Platten in den Weg der Lichtstrahlen eingeschaltet werden in der Weise, wie in nebenstehender Figur angedeutet ist, nämlich: erstens eine der zu untersuchenden Platte ganz ähnliche (No. 2′) in solcher Lage, dass ihre Hauptaxe zu derjenigen der ersten Platte senkrecht lag, zweitens eine Platte (1′)

Fig. 11.

von ebenfalls 20,5 mm Länge, in welcher die Hauptaxe Z^0 vertikal, also parallel der X^0-Axe der beiden ersteren Platten lag. Da der Gangunterschied in jeder der Platten (2) und (2′) auf gleicher Weglänge halb so gross und von entgegengesetztem Vorzeichen ist, wie in der Platte (1′), so muss der Gangunterschied der beiden Wellen nach Durchgang durch alle drei Platten sehr gering sein und zwar ein absolutes Minimum für die Richtung senkrechten Durchganges. Dass der Gangunterschied ein Minimum (oder Maximum) wird für die Beobachtungsrichtung, ist wesentlich, damit der schwarze Compensatorstreifen scharf und gerade erscheint; daher genügte es nicht, die zweite Platte etwa mit um 90° gedrehten Schwingungsrichtungen vor die erste zu stellen, obgleich ja dadurch der Gangunterschied für die Beobachtungsrichtung selbst hätte vollständig compensirt werden können. Vor den Beobachtungen wurden die Schwingungsrichtungen in den drei Platten und im Compensator möglichst gut zur Coincidenz gebracht, und die Nicolhauptschnitte wie früher unter $\pm 45^0$ dagegen gestellt; dann war in der That im weissen Licht ein guter schwarzer Streifen (in einem Falle schwach farbig gesäumt) sichtbar. — Als zunächst versucht wurde, die beschriebene Platte ebenso, wie früher die grosse Platte (1), zwischen mit Stanniol belegten Glimmerplatten dielektrisch zu polarisiren, zeigte sich ein starkes Zurückspringen des Compensatorstreifens nach jeder Entladung über diejenige Lage hinaus, welche er vor der betreffenden Ladung gehabt hatte, eine Erscheinung, die, wie schon früher erörtert wurde, auf eine leitende Oberflächenschicht der Quarzplatte zurückzuführen ist, welche sich hier wegen der ungünstigeren Jahreszeit stärker geltend machte. Ausserdem wurde eine starke Abnahme des Gangunterschiedes gegen den Rand der Platte hin beobachtet, so dass dort das elektrische Feld, ebenfalls wohl durch die eben erwähnte Ursache, erheblich geschwächt zu sein schien. Um diese Störungen durch oberflächliche Leitung sicher zu vermeiden, wurde daher bei den unten anzuführenden Messungen die Platte zwischen zwei ihre Breitseiten direct berührende quadratische, ringsum etwa 1 mm überstehende Messingplatten gelegt, deren untere mit der Erde und deren obere mit der auf ein bestimmtes Potential geladenen Leydener Batterie von 3 oder 4 grossen Flaschen leitend verbunden war. Dank der grossen Capacität der letzteren blieb das Potential während der Einstellungen des Compensators genügend constant. Dasselbe wurde immer auf denjenigen Werth gebracht, bei welchem das Bifilar-Elektrometer einen Ausschlag von 30 mm gab, und welcher sich, da $A = 210{,}5$ und $e^0 = 24{,}8$ mm (sowie $L = L_1$) war, gleich **13,13** (c. g. s.) ergiebt; das Potentialgefälle in der Platte war demnach immer $= \dfrac{13{,}13}{0{,}351} = 37{,}4$. Die Resultate sind nachstehend in analoger Weise, wie unter I diejenigen der Compensatormessungen an der Platte No. 1, zusammengestellt. Das den Zeilen, welche die Compensatorablesungen enthalten, vorangestellte Vorzeichen ist dasjenige des Momentes a. —

Beobachtungsrichtung $\vartheta = +45^{0}50'$.

	ca. 3 mm vom rechten Rand.														
—		3,10		3,15		3,17									
0	1,55		1,57		1,57		1,62	1,59		1,61		1,55		1,55	
+									—0,01		—0,05		—0,04		
$\varDelta$		+1,54		+1,58		+1,575			—1,61		—1,585		—1,59		**1,580**

	ca. 7 mm vom rechten Rand.													
—								3,82		3,73		3,76		
0	2,19		2,16		2,16		2,19		2,20		2,18		2,18	
+		0,60		0,62		0,61								
$\varDelta$		—1,575		—1,54		—1,565		+1,625		+1,54		+1,58		**1,571**

	Mitte.													
—		3,53		3,48		3,53								
0	1,97		1,97		1,97		1,99		1,99		2,03		2,04	
+								0,42		0,46		0,45		
$\varDelta$		+1,56		+1,51		+1,55		—1,57		—1,55		—1,585		**1,554**

	7 mm vom linken Rand.														
—									3,48		3,47		3,46		
0	1,78		1,78		1,74		1,73	1,85		1,88		1,87		1,88	
+		0,17		0,15		0,14									
$\varDelta$		—1,61		—1,61		—1,605			+1,615		+1,595		+1,585		**1,603**

	3 mm vom linken Rand.														
—		3,53		3,49		3,51									
0	1,88		1,89		1,89		1,89	1,78		1,78		1,73		1,74	
+									0,21		0,17		0,11		
$\varDelta$		+1,645		+1,60		+1,62			—1,57		—1,585		—1,625		**1,608.**

Gesammtmittel: $|\varDelta| = \mathbf{1,583}$,

daraus mit Rücksicht auf das Vorzeichen: $\overline{\varDelta}_2 = +\mathbf{0,0666}$,

$$\frac{\overline{\varDelta}_2 \lambda}{L^0 \cdot \frac{m}{\varkappa_1}} = \frac{0,0666 \cdot 589,2}{20,5 \cdot 37,4} \cdot 10^{-6} = +\mathbf{5,11 \cdot 10^{-8}}.$$

Dass auch hier die Berechnung mit den für Natriumlicht gültigen Constanten 23,8 und $589,2 \cdot 10^{-6}$ zulässig ist, d. h. dass es einerlei ist, ob man die Verschiebung des schwarzen Streifens mit weissem Licht oder Natriumlicht beobachtet, zeigt folgende mit Natriumlicht erhaltene Beobachtungsreihe, die bei gleichem Ladungspotential in der Mitte der Platte ausgeführt wurde.

—		3,69		3,68		3,72												
0	2,14		2,16		2,16		2,20		2,06		2,04		2,10		2,09		2,03	
+								0,55		0,54		0,56		0,49		0,46		
Δ		+1,54		+1,52		+1,54		—1,58		—1,51		—1,51		—1,605		—1,60		1,545.

Der Unterschied zwischen diesem Werthe und dem entsprechenden für weisses Licht gefundenen: 1,554 liegt innerhalb der Fehlergrenzen. Somit kann man auch hier die Gangunterschiede $(\omega_1 - \omega_2)$, welche mit weissem Licht bestimmt sind, als für Natriumlicht gültig ansehen. Da dieselben nun (nach S. 88) nahe proportional mit $\frac{3}{2} e_{11} + e_{41}$ sind, und die Beobachtungen an der grossen Platte (No. 1) gezeigt hatten, dass die Constante e_{11} für mittleres „weisses" Licht und für Natriumlicht sehr nahe übereinstimmende Werthe besitzt, so kann letzteres aus dem jetzt gefundenen Resultat auch bezüglich der anderen elektrooptischen Constante des Quarzes, e_{41}, gefolgert werden. — Alle folgenden Beobachtungen beziehen sich auf weisses Licht.

Beobachtungsrichtung $\vartheta = -44^0 10'$.

	ca. 3½ mm vom linken Rand.														
—										2,25		2,21		2,17	
0	1,25		1,26		1,28		1,26		1,27		1,27		1,27		1,27
+		0,36		0,35		0,32									
Δ		—0,895		—0,92		—0,95				+0,98		+0,94		+0,90	**0,921**

	7 mm vom linken Rand.													
—		2,80		2,81		2,79								
0	1,86		1,85		1,88		1,88		1,90		1,91		1,92	
+								1,04		1,03		1,05		
Δ		+0,945		+0,945		+0,91		—0,85		—0,875		—0,865		**0,898**

	Mitte.																
—										2,25			2,20		2,24		
0	1,23		1,27		1,29		1,28		1,27		1,31	1,27		1,28		1,32	
+		0,27		0,36		0,31		0,36									
Δ		—0,98		—0,92		—0,975		—0,915		+0,96			+0,925		+0,94		**0,945**

	7 mm vom rechten Rand.													
—		2,67		2,73		2,73								
0	1,76		1,78		1,77		1,77		1,79		1,75		1,78	
+								0,87		0,82		0,83		
Δ		+0,90		+0,955		+0,960		—0,91		—0,95		—0,935		**0,935**

	3½ mm vom rechten Rand.															
—									2,11		2,15			2,16		
0	1,18		1,18		1,18		1,18	1,22		1,20		1,20 |	1,22		1,26	
+		0,25		0,30		0,26										
$\varDelta$		−0,93		−0,88		−0,92			+0,90		+0,95			+0,92		**0,917**

	Knapp 1 mm vom rechten Rand.							
—		1,88		1,85		1,87		
0	1,02		0,97		0,96		0,97	
		+ 0,885		+ 0,885		+ 0,905		0,892.

Wie man sieht, ist die Abnahme des Gangunterschiedes gegen den Rand der Platte hin hier sehr gering und braucht nicht weiter berücksichtigt zu werden. Ausserdem zeigen beide Tabellen, dass die Einstellung des Compensators für entladene Belegungen auch nach mehrmaliger Ladung meist sehr gut constant blieb, also keinerlei Nachwirkung der dielektrischen Polarisation vorhanden war; und ferner, dass die absoluten Werthe der positiven und negativen $\varDelta$ durchschnittlich nahe gleich waren.

Der Mittelwerth aus allen $|\varDelta|$ für die letzte Beobachtungsrichtung ist **0,923**, woraus folgt

$$\bar{\varDelta}_3 = +\mathbf{0{,}0388},$$

$$\frac{\bar{\varDelta}_3 \lambda}{L^0 \cdot \frac{m}{\varkappa_1}} = + \frac{0{,}0388 \cdot 589{,}2}{20{,}75 \cdot 37{,}4} \cdot 10^{-6} = +\mathbf{2{,}94 \cdot 10^{-8}}.$$

Relativ ist $\bar{\varDelta}_3$ wegen seiner erheblich geringeren Grösse natürlich weniger genau bestimmt als $\bar{\varDelta}_1$ und $\bar{\varDelta}_2$. Das Vorzeichen ist in allen 3 Fällen dasselbe, da stets bei positivem Moment der Compensator, dessen Spalt immer parallel den Kraftlinien war, auf kleinere Zahlen gedreht werden musste, entsprechend positivem $\bar{\varDelta}$.

Nach den Formeln 52) und 53), in welchen $\delta\vartheta = +50' \cdot \frac{\pi}{10800'} = +0{,}01454$, ferner nach den im folgenden § mitzutheilenden Bestimmungen $\delta_{11} = -6{,}27 \cdot 10^{-8}$, $\delta_{14} = +1{,}93 \cdot 10^{-8}$ zu setzen ist, erhält man jetzt folgende zwei Gleichungen für $\frac{e_{11}\varkappa_1}{v^2}$ und $\frac{e_{41}\varkappa_1}{v^2}$:

$$+5{,}11 \cdot 10^{-8} = \frac{e_{11}\varkappa_1}{v^2}(2{,}77 - 1{,}86 \cdot 0{,}0145) + \frac{e_{41}\varkappa_1}{v^2} \cdot 1{,}858 + 0{,}0091 \cdot 2{,}05 \cdot 10^{-8}$$

$$+2{,}94 \cdot 10^{-8} = \frac{e_{11}\varkappa_1}{v^2}(2{,}77 + 1{,}86 \cdot 0{,}0145) - \frac{e_{41}\varkappa_1}{v^2} \cdot 1{,}858 + 0{,}0091 \cdot 1{,}09 \cdot 10^{-8}.$$

Aus denselben folgt durch Addition (wobei das vom Orientirungsfehler herrührende Glied fortfällt):

$$8{,}05 \cdot 10^{-8} - 0{,}0091 \cdot 3{,}14 \cdot 10^{-8} = 5{,}54 \cdot \frac{e_{11} \varkappa_1}{v^2},$$

$$\frac{\boldsymbol{e_{11} \varkappa_1}}{\boldsymbol{v^2}} = \mathbf{+1{,}448 \cdot 10^{-8}},$$

während aus den Compensatorbeobachtungen parallel Y^0 an der grossen Platte No. 1 der Werth $\mathbf{+1{,}370 \cdot 10^{-8}}$ gefunden war (dagegen 1,468 aus der weniger sicheren Beobachtungsreihe, welche zufolge S. 109 u. 114 nicht definitiv berücksichtigt werden sollte). Der Werth $1{,}37 \cdot 10^{-8}$ muss als der zuverlässigere gelten, theils weil die Bestimmung von $\varDelta_1$ an sich relativ genauer war, als die von $\varDelta_2$ und $\varDelta_3$, theils weil letztere Grössen durch Abweichungen der Beobachtungsrichtung von der Plattennormale, die bis zum Betrage von 1 bis 2^0 wohl möglich waren, merklich und zwar in verschiedenem Grade beeinflusst sein können, da im Falle solcher Abweichungen die Correctionsgrösse $\delta\vartheta$ in 52) und 53) nicht den oben vorausgesetzten Werth hätte. —

Durch Subtraction der zweiten der obigen Gleichungen von der ersten folgt:

$$2{,}17 \cdot 10^{-8} = -1{,}86 \cdot 0{,}029 \cdot \frac{e_{11} \varkappa_1}{v^2} + 2 \cdot 1{,}858 \cdot \frac{e_{41} \varkappa_1}{v^2} + 0{,}0091 \cdot 0{,}96 \cdot 10^{-8},$$

oder, wenn man $\frac{e_{11} \varkappa_1}{v^2} = +1{,}4 \cdot 10^{-8}$ einsetzt:

$$\frac{e_{41} \varkappa_1}{v^2} \cdot 2 \cdot 1{,}858 = (2{,}17 + 0{,}076 - 0{,}00875) \cdot 10^{-8} = 2{,}237 \cdot 10^{-8},$$

$$\frac{\boldsymbol{e_{41} \varkappa_1}}{\boldsymbol{v^2}} = \mathbf{+0{,}602 \cdot 10^{-8}}.$$

b. Elektrisirungsrichtung parallel der Y^0-Axe.

In § 2, *b* sahen wir, dass bei dielektrischer Polarisation parallel der Y^0-Axe eine Drehung der optischen Symmetrieaxen um die Y^0-Axe stattfindet, welche durch die Constante e_{41} bestimmt ist und deren Beobachtung daher zur Ermittelung dieser Constante dienen kann. Diese Drehung äussert sich in proportionalen Aenderungen des Gangunterschiedes in Richtungen, welche die Winkel zwischen Z^0 und X^0 (ungefähr) halbiren; aus jenen Aenderungen $\varDelta_4$, $\varDelta_5$ kann also e_{41} berechnet werden, und zwar nach den in § 2, *b* aufgestellten Formeln 59), 60), 61).

Zum Zwecke der Beobachtung dieser Grössen $\varDelta_4$, $\varDelta_5$ war aus demselben Krystall, der das Material zu den zuvor benutzten Platten geliefert hatte, eine Platte No. 3 hergestellt worden, deren Breitseiten bis auf eine zu vernachlässigende Abweichung von $1{,}4^0$ senkrecht zur Y^0-Axe, und deren Schmalseiten fast genau unter 45^0 gegen die Z^0- und X^0-Axe geneigt waren; die Abweichungen von letzterer Orientirung, welche durch Messung der Auslöschungsschiefe auf

den Breitseiten festgestellt wurden, waren ebenfalls so gering, dass sie keine Correction nöthig machten. Zur Unterscheidung der Flächen und Kantenrichtungen war auf derjenigen Breitseite, aus welcher die $-Y^0$-Axe austrat, ein Pfeil parallel denjenigen Kanten, deren Richtung den Winkel $(+X^0, +Z^0)$ halbirte, eingeritzt. Im Folgenden soll die letztere Richtung mit $+45^0$, die der anderen langen Kanten mit -45^0 bezeichnet werden, entsprechend den Werthen des Winkels ϑ in der Formel 59). Die Länge der ersteren Kanten betrug 20,6, die der letzteren 20,55, die Dicke der Platte 3,54 mm. — Die Versuchsanordnung war genau dieselbe, wie bei den Beobachtungen an der Platte No. 2, sowohl was die Compensation des ursprünglichen Gangunterschiedes und die Compensatoreinstellung, als was die Herstellung des elektrischen Feldes und Messung seiner Intensität betrifft. Das Potential wurde wieder bei allen Beobachtungen auf den Werth **13,13** gebracht, so dass $\frac{\partial V}{\partial n}$ oder $\frac{m}{\varkappa_1}$ dem absoluten Werthe nach immer gleich **37,1** war.

In der nachstehenden tabellarischen Zusammenstellung der Beobachtungsresultate ist vor den Zeilen wieder das Vorzeichen des jetzt mit b zu bezeichnenden Momentes, bei dem die betreffenden Compensatoreinstellungen erhalten wurden, angegeben; dasselbe ist positiv, wenn die mit dem Pfeil bezeichnete Fläche positiv geladen war. — An einer Stelle besass die Platte einen kleinen, der Kantenrichtung $+45^0$ parallel verlaufenden Sprung, in dessen Nähe bei Beobachtung in letzterer Richtung der Compensatorstreifen etwas gestört erschien und ein augenscheinlich zu kleiner Werth von $\varDelta$ beobachtet wurde; aus diesem Grunde fehlt die Beobachtung an der Stelle „7 mm vom rechten Rand" in der Beobachtungsreihe für $\vartheta = +45^0$. —

Beobachtungsrichtung $\vartheta = +45^0$.

Mitte.

—		0,43		0,42		0,415			0,43		0,45											
0	0,71		0,73		0,73		0,71	0,74		0,73		0,75	0,65		0,61		0,64		0,62		0,64	
+														0,93		0,94		0,97		0,96		
$\varDelta$		−0,29		−0,31		−0,305			−0,305		−0,29			+0,30		+0,315		+0,34		+0,33		**0,3105**

7 mm vom linken Rand.

—		0,46		0,48		0,47											
0	0,78		0,80		0,81		0,81	0,84		0,83		0,81		0,78		0,78	
+									1,14		1,15		1,08		1,10		
$\varDelta$		−0,33		−0,325		−0,34			+0,305		+0,33		+0,285		+0,32		**0,3215**

$3\frac{1}{2}$ mm vom linken Rand.

—		0,47		0,52		0,52		0,52									
0	0,81		0,81		0,83		0,84		0,86	0,02		0,03		0,03		0,02	
+											0,35		0,345		0,36		
$\varDelta$		−0,34		−0,30		−0,315		−0,33			+0,325		+0,315		+0,335		**0,323**

3½ mm vom rechten Rand.

—		0,60		0,60		0,60									
0	0,95		0,95		0,95		0,93	0,96		0,98		0,97		0,97	
+									1,31		1,28		1,29		
$\varDelta$		—0,35		—0,35		—0,34			+0,34		+0,305		+0,32		0,3345.

Gesammtmittel von $|\varDelta|$: $\varDelta_4 = \mathbf{0,3224}$.

Da hier $\varDelta$ das gleiche Vorzeichen hat, wie das inducirte Moment, so hat $\bar{\varDelta} = -\frac{\varDelta}{23,8}$ das entgegengesetzte, d. h. $\frac{\bar{\varDelta}}{m} = \frac{\bar{\varDelta}}{b}$ ist negativ, und man erhält

$$\bar{\varDelta}_4 = -\mathbf{0,01354},$$

$$\frac{\bar{\varDelta}_4 \lambda}{L \cdot \frac{m}{\varkappa_1}} = -\frac{0,01354 \cdot 589,2}{20,6 \cdot 37,1} \cdot 10^{-6} = -\mathbf{1,043 \cdot 10^{-8}}.$$

Beobachtungsrichtung $\vartheta = -45^0$.

3½ mm vom rechten Rand.

—											1,13		1,13		1,14		
0	0,77		0,77		0,735		0,75		0,74	0,77		0,775		0,78		0,80	
+		0,43		0,40		0,41		0,42									
$\varDelta$		—0,34		—0,352		—0,332		—0,325			+0,358		+0,352		+0,35		0,345

7 mm vom rechten Rand.

—		0,65		0,67		0,68		0,69									
0	0,32		0,32		0,35		0,35		0,35		0,35		0,37		0,37		0,38
+										0,02		0,05		0,05		0,05	
$\varDelta$		+0,33		+0,335		+0,33		+0,34		—0,33		—0,31		—0,32		—0,325	0,3275

Mitte.

—		1,495		1,51		1,49		1,51										
0	1,155		1,155		1,17		1,16		1,18	1,15		1,15		1,16		1,16		1,17
+											0,83		0,83		0,82		0,84	
$\varDelta$		+0,34		+0,347		+0,325		+0,34			—0,32		—0,325		—0,34		—0,325	0,333

7 mm vom linken Rand.

—									0,79			0,49		0,49		
0	0,44		0,45		0,43		0,43	0,44		0,44	0,14		0,17		0,15	
+		0,13		0,11		0,08										
$\varDelta$		—0,315		—0,33		—0,35			+0,35			+0,335		+0,33		0,3355

	3½ mm vom linken Rand.													
—		0,92		0,91		0,91								
0	0,57		0,59		0,58		0,58		0,58		0,55		0,54	
+								0,23		0,22		0,22		
Δ		+0,34		+0,325		+0,33		−0,35		−0,345		−0,325		**0,336.**

Gesammtmittel von $|\Delta|$: $\Delta_5 =$ **0,3354.**

Das Vorzeichen ist entgegengesetzt wie im vorigen Falle, somit $\overline{\Delta}_5 = +\mathbf{0{,}01408}$,

$$\frac{\overline{\Delta}_5 \lambda}{L \cdot \frac{m}{\varkappa_1}} = + \frac{0{,}01408 \cdot 589{,}2}{20{,}55 \cdot 37{,}1} \cdot 10^{-6} = +\mathbf{1{,}085 \cdot 10^{-8}}.$$

Nach den Formeln 60) und 61) müssen die Grössen $\frac{-\overline{\Delta}_4 \lambda}{L \cdot \frac{m}{\varkappa_1}}$ und $\frac{+\overline{\Delta}_5 \lambda}{L \cdot \frac{m}{\varkappa_1}}$ beide denselben Werth haben, nämlich gleich dem Ausdruck

$$\tfrac{1}{2} n_m'^3 \frac{e_{41} \varkappa_1}{v^2} + \tfrac{1}{4} (n_e^0 - n_o^0)\, \delta_{14}$$

sein. Die Werthe, welche wir für obige Grössen soeben gefunden haben: $+1{,}043 \cdot 10^{-8}$ und $+1{,}085 \cdot 10^{-8}$ stimmen in der That so gut überein, wie bei der geringen Grösse der gemessenen relativen Verzögerungen nur irgend erwartet werden kann. Nimmt man das Mittel aus beiden Werthen: $+1{,}064 \cdot 10^{-8}$, so erhält man zur Berechnung von $\frac{e_{41} \varkappa_1}{v^2}$ die Gleichung

$$\frac{e_{41} \varkappa_1}{v^2} \cdot n_m'^3 = +2{,}128 \cdot 10^{-8} - \tfrac{1}{2} \cdot 0{,}0091 \cdot 1{,}93 \cdot 10^{-8} = +2{,}12 \cdot 10^{-8},$$

worin $n_m' = \frac{3}{4} n_o^0 + \frac{1}{4} n_e^0 = 1{,}5465$ gesetzt werden kann. Daraus folgt

$$\mathbf{\frac{e_{41} \varkappa_1}{v^2} = +0{,}570 \cdot 10^{-8}}.$$

Die Werthe der elektrooptischen Constanten, zu welchen die Compensatorbeobachtungen an den drei verschiedenen Platten geführt haben, sind also folgende:

$$\frac{e_{11} \varkappa_1}{v^2} \begin{cases} = +1{,}370 \cdot 10^{-8} & \text{aus den Beobachtungen an Platte (1),} \\ = +1{,}448 \cdot 10^{-8} & \text{,, ,, ,, ,, ,, (2),} \end{cases}$$

$$\frac{e_{41} \varkappa_1}{v^2} \begin{cases} = +0{,}602 \cdot 10^{-8} & \text{,, ,, ,, ,, ,, (2),} \\ = +0{,}570 \cdot 10^{-8} & \text{,, ,, ,, ,, ,, (3).} \end{cases}$$

Danach werden wir (indem wir dem ersten Werth von $\frac{e_{11}\varkappa_1}{v^2}$ aus dem früher erwähnten Grunde etwas grösseres Gewicht beilegen, als dem an Platte (2) gefundenen) als definitive Werthe annehmen können:

$$\frac{e_{11}\varkappa_1}{v^2} = +1{,}40 \cdot 10^{-8},$$

$$\frac{e_{41}\varkappa_1}{v^2} = +0{,}586 \cdot 10^{-8}.$$

Die mit diesen Werthen nach den Formeln 51), 52), 53), 60) und 61) berechneten Werthe der Grössen $\varDelta' = \frac{\overline{\varDelta}\lambda}{L \cdot \frac{m}{\varkappa_1}} \cdot 10^{-8}$ sind nachstehend mit den beobachteten zusammengestellt.

	$\varDelta_1'$	$\varDelta_2'$	$\varDelta_3'$	$-\varDelta_4'$	$\varDelta_5'$
Berechnet	2,64	4,95	2,84	1,091	1,091
Beobachtet	2,58	5,11	2,94	1,043	1,085
Differenz in Procenten	+2,3	—3,1	—3,4	+4,4	+0,55

§ 4. Piëzoelektrische Beobachtungen.

Die piëzoelektrischen Constanten des Quarzes sind zwar bereits von den Herren E. Riecke und W. Voigt[1]) bestimmt worden, und der Werth der einen derselben (δ_{11}), welcher sich schon aus den Beobachtungen von P. Curie berechnen liess, stimmte nach diesen beiden Bestimmungen auch annähernd überein; aber es schien mir doch sicherer, beide Constanten an demselben Material, welches zur elektrooptischen Untersuchung gedient hatte, noch einmal zu bestimmen, da es immerhin wohl nicht ausgeschlossen ist, dass dieselben bei Quarzkrystallen verschiedenen Ursprunges etwas verschiedene Werthe haben können.

Die piëzoelektrische Untersuchung wurde im Wesentlichen ebenso ausgeführt, wie diejenige der Herren Riecke und Voigt am Quarz und Turmalin, also auch wie die in § 4 des II. Theiles beschriebene am Natriumchlorat. Ueber die Aufstellung der Platten etc. gilt alles a. a. O. (S. 70) Gesagte auch hier, da, wie bei der Dodekaëderplatte des Natriumchlorates, die Elektricitätsentwicklung auf einem zur Druckrichtung parallelen Flächenpaar der comprimirten rechtwinkligen Parallelepipeda zu messen war.

Etwas abweichend war nur die Bestimmung der abgelenkten Ruhelage der Nadel des Quadrantelektrometers aus den bei den ersten Schwingungen nach

1) E. Riecke und W. Voigt, Wied. Ann. **45**, 523—552. 1892.

der Belastung oder Entlastung des Krystallprismas beobachteten Umkehrpunkten, und zwar erstens deshalb, weil noch nicht die Einrichtung zum Belasten und Entlasten vom Sitze des Beobachters aus getroffen und es daher nicht möglich war, schon die beiden ersten Umkehrpunkte zu beobachten, zweitens aber deshalb, weil wegen der guten Isolation des Quarzes der Elektricitätsverlust und somit das Zurückgehen der Ruhelage während der Dauer der beobachteten Schwingungen als gleichförmig angesehen werden konnte. Wenn β die Dämpfungsconstante und ξ die constante Grösse ist, um welche die abgelenkte Ruhelage während der Dauer einer Schwingung zurückgeht, so sind dann die von dem Nullpunkt (d. h. der Ruhelage bei zur Erde abgeleiteten Quadranten) aus gerechneten Ausschläge, bei denen die Nadel umkehrt:

$$\begin{aligned}
\varphi_1 &= \varphi_0 + \varphi_0 \beta - \xi, \\
\varphi_2 &= \varphi_0 - \varphi_0 \beta^2 - 2\xi, \\
\varphi_3 &= \varphi_0 + \varphi_0 \beta^3 - 3\xi, \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots \\
\varphi_h &= \varphi_0 - (-1)^h \beta^h - h\xi.
\end{aligned}$$

Darin bezeichnet φ_0 die Ablenkung, bei welcher das Elektrometer sich ruhig einstellen würde, wenn gar keine Elektricitätszerstreuung stattfände, und welche also aus den Schwingungsbeobachtungen abgeleitet werden soll. Hat man nun, wie es bei den vorliegenden Beobachtungen der Fall war, den 3ten, 4ten, 6ten und 7ten Umkehrpunkt abgelesen, so berechne man zunächst die zwei Grössen

62) $$\varphi' = \frac{\varphi_3 \beta + \varphi_4}{1+\beta}, \qquad \varphi'' = \frac{\varphi_6 \beta + \varphi_7}{1+\beta}$$

mit Hülfe der durch besondere Beobachtungen der Schwingungen um den Nullpunkt gefundenen Dämpfungsconstante β. Nach den obigen Formeln für die φ_h ist nun

$$\varphi' = \varphi_0 - \xi \cdot \frac{4+3\beta}{1+\beta}, \qquad \varphi'' = \varphi_0 - \xi \cdot \frac{7+6\beta}{1+\beta},$$

folglich

$$\varphi' - \varphi'' = \frac{3+3\beta}{1+\beta} \cdot \xi = 3\xi.$$

Setzt man nun diesen Werth von ξ in den Ausdruck für φ' ein, so ergiebt sich

63) $$\varphi_0 = \varphi' + (\varphi' - \varphi'') \cdot \frac{4+3\beta}{3+3\beta}.$$

Bei den vorliegenden Beobachtungen war β durchschnittlich $= \frac{2}{3}$, so dass sich ergiebt:

63′) $$\varphi_0 = \varphi' + (\varphi' - \varphi'') \cdot \tfrac{6}{5}.$$

Nach dieser Formel sind die in den Tabellen angegebenen Werthe φ_0 berechnet. Ausser diesen sind die nach 62) gebildeten Werthe φ' und φ'' angeführt, deren Differenz ein Maass für die Stärke des Elektricitätsverlustes ist, da $\varphi' - \varphi'' = 3\xi$ der Betrag ist, um welchen die Ablenkung der Nadel während der Dauer dreier Schwingungen, also vom Moment der Ladung bis zum dritten Umkehrpunkt, abgenommen hat. Der Nullpunkt des Elektrometers wurde vor und nach jedem Belastungs- oder Entlastungsversuch bestimmt, und etwaige Verschiebungen desselben, die aber höchstens in sehr geringem Betrage vorkamen, wurden bei der Berechnung der Ablenkungen φ durch Interpolation des augenblicklichen Nullpunktes berücksichtigt. —

Eins der Präparate, welche zur Untersuchung gelangten, war die schon bei den optischen Beobachtungen an den Platten (2) und (3) zur Compensation benutzte Platte (1'), deren längste, der Y^0-Axe parallele Kanten jetzt aber durch Abschneiden eines Stückes auf $L = 15$ mm verkürzt worden waren. Die Dicke D dieser Platte, parallel der X^0-Axe, betrug 3,51 mm, die Breite B (parallel Z^0) etwa 9 mm. Wurde dieselbe parallel den längsten Kanten einem Drucke $p = \frac{P}{BD}$ unterworfen, so waren die elastischen Druckcomponenten alle Null bis auf $Y_y = p$, folglich nach dem Ansatz 46) die erregten Momente:

64) $$a_{90^0} = + \delta_{11} p, \qquad b = 0.$$

Der Index 90^0 bei a soll andeuten, dass dieser Werth für eine den $\angle\, 90^0$ mit der Z^0-Axe bildende Druckrichtung gilt. Liefert somit diese Platte die Constante δ_{11} allein, so war mindestens eine Platte mit gegen die Y^0- und Z^0-Axe geneigten Kanten nothwendig, um δ_{14} zu bestimmen. Es wurden zu diesem Zwecke aus dem von Zwillingsbildungen freien Theile desselben grossen Krystalles, welcher das Material zu allen früheren Präparaten geliefert hatte, zwei Prismen gefertigt, die je ein Flächenpaar parallel der Y^0Z^0-Ebene besassen, auf welchem das Moment a gemessen werden konnte, während die anderen Flächen unter 45^0 gegen die Y^0- und Z^0-Axe geneigt waren. Bei dem einen dieser Prismen, welches als No. 4 bezeichnet werden möge, lagen die längsten Kanten von der Länge $L = 14{,}95$ mm parallel der Halbirungslinie des Winkels $(+Z^0, +Y^0)$, beim anderen, No. 5, wo sie die Länge 14,97 mm besassen, halbirte ihre Richtung den Winkel $(+Z^0, -Y^0)$. Diese Richtungen besass also auch der Druck bei der piëzoelektrischen Untersuchung; sie sollen als $+45^0$ im ersten Falle und -45^0 im zweiten Falle unterschieden werden, und entsprechend die in den beiden Fällen erregten Momente als a_{+45^0} und a_{-45^0}.

Nach den Formeln 46) wird für die Druckrichtung $+45^0$, bei der $Y_y = Z_z = Y_z = \frac{1}{2} p$ ist,

65) $$a_{+45^0} = \tfrac{1}{2} p (\delta_{11} - \delta_{14}), \qquad b = 0,$$

und für die Druckrichtung -45^0, bei der $Y_z = -\frac{1}{2} p$ wird,

66) $$a_{-45^0} = \tfrac{1}{2} p (\delta_{11} + \delta_{14}), \qquad b = 0.$$

Dabei ist $p = \frac{P}{BD}$, wenn P das zur Belastung benutzte Gewicht und B die Breite, D die Dicke (letztere $\parallel X^0$ gerechnet) der Platte bezeichnet, welche Dimensionen bei beiden Prismen 6,0 mm betrugen.

Ist das erregte Moment gleich a, so wird das Quadrantenpaar des Elektrometers, welches mit der einen zur X^0-Axe senkrechten, mit Stanniol belegten Prismenfläche verbunden ist, auf das Potential $\pm \frac{aBL}{C}$ geladen, falls C seine Capacität nebst derjenigen der betreffenden Stanniolbelegung und der Verbindungsdrähte bezeichnet; denn $\pm aBL$ ist die auf der belegten Prismenfläche entwickelte Elektricitätsmenge, wobei das obere Vorzeichen für diejenige Fläche gilt, aus welcher die $+X^0$-Axe austritt.

Jenes Potential ist aber proportional φ_0, und zwar $= \frac{\varphi_0}{\Phi} \cdot 0{,}478 \cdot 10^{-2}$, wenn Φ der der Potentialdifferenz eines Clarkelementes entsprechende Elektrometerausschlag ist, welcher vor und nach jeder längeren Versuchsreihe bestimmt wurde. Somit ist das für den Druck $p = 1$ in absolutem elektrostatischen Maasse berechnete Moment, falls P in Grammen gemessen ist:

67) $$\pm \frac{a}{p} = \frac{D}{LP} \cdot \frac{\varphi_0}{\Phi} \cdot \frac{0{,}478}{9{,}81} C \cdot 10^{-4}.$$

Am Schlusse jeder die Resultate einer Versuchsreihe enthaltenden Tabelle ist jedesmal die aus dem Mittelwerth $\bar{\varphi}_0$ der einzelnen bei Belastung und Entlastung beobachteten absoluten Werthe von φ_0 berechnete Grösse

$$\mu = \frac{D}{LP} \frac{\bar{\varphi}_0}{\Phi},$$

welche ein relatives Maass für $\frac{a}{p}$ ist, mitgetheilt, und zwar mit demjenigen Vorzeichen, welches die durch Belastung hervorgebrachte elektrische Ladung der gerade mit dem Elektrometer verbundenen Fläche besass. Welches die Richtung der äusseren Normale dieser letzteren Fläche war, ist durch das über jeder Beobachtungsreihe stehende Zeichen $+X^0$ oder $-X^0$ angezeigt. Bezüglich der Vorzeichen von φ, die jedesmal aus den ersten beiden Columnen ersichtlich sind, ist zu bemerken, dass negative Ausschläge positiver Ladung entsprachen. Die Buchstaben E und B über den einzelnen Columnen bedeuten wie früher, ob die darunter stehenden Ausschläge bei Entlastung oder Belastung des Krystallprismas beobachtet wurden.

Prisma 4.

$-X^{0}$.

$P = 2344.\quad 2\Phi = 201{,}1.$

	B	E	B	E	B	E	B	E	B	E
φ'	−73,1	+74,4	73,6	74,8	73,8	76,8	74,0	74,1	72,7	75,4
φ''	−70,1	+72,1	70,6	74,1	72,4	76,1	72,7	74,0	71,8	74,7
φ_0	−76,7	+77,2	77,2	75,6	75,5	77,6	75,6	74,2	73,8	76,2

$$\overline{\varphi}_0 = 75{,}96.\qquad \frac{\overline{\varphi}_0}{\Phi} = 0{,}755.$$

$$\mu = +1{,}291\cdot 10^{-4}.$$

$+X_0$.

$P = 1000.\quad 2\Phi = 197{,}7.$

	B	E	B	E	B	E	B	E	B	E
φ'	+32,4	−30,5	32,5	31,7	32,5	30,7	32,3	30,5	32,3	30,7
φ''	+32,6	−30,6	32,5	31,7	32,6	30,7	32,4	30,2	32,0	30,6
φ_0	+32,5	−30,6	32,5	31,7	32,5	30,7	32,4	30,9	32,6	30,8

$$\overline{\varphi}_0 = 31{,}72.\qquad \frac{\overline{\varphi}_0}{\Phi} = 0{,}321.$$

$$\mu = -1{,}287\cdot 10^{-4}.$$

In der letzten Beobachtungsreihe ist bisweilen φ'' grösser als φ', so dass der Ausschlag nicht nur nicht ab-, sondern sogar noch zugenommen hat, allerdings nur äusserst wenig, und wohl nur scheinbar in Folge einer kleinen Unregelmässigkeit beim ersten Ausschlage. In solchen Fällen, die auch bei der Platte 5 noch einigemal vorkommen, ist für φ_0 einfach das arithmetische Mittel aus φ' und φ'' angenommen.

An dem Prisma 4 (sowie an 1′) wurden zum Zwecke der Bestimmung der Capacität ferner bei sonst unveränderter Anordnung Messungen ausgeführt, wobei mit dem Quadrantenpaar des Elektrometers noch ein Luftcondensator verbunden war, dessen Platten (kreisförmige Kupferscheiben von ca. 10 cm Radius) durch drei kleine Quarzplatten von 0,249 cm Dicke und je 0,75 cm² Querschnitt von einander getrennt waren. Die bei diesen Messungen gefundenen Werthe von μ sollen durch einen oberen Index ausgezeichnet werden.

$-X_0$.

$P = 2344.\quad 2\Phi = 201.$

	B	E	B	E	B	E	B	E
φ'	−28,6	+28,5	28,4	28,7	28,3	28,8	28,7	28,6
φ''	−28,1	+28,3	27,9	28,0	27,5	28,6	28,1	28,4
φ_0	−29,2	+28,7	29,0	29,5	29,2	29,0	29,4	28,9

$$\overline{\varphi}_0 = 29{,}13.\qquad \frac{\overline{\varphi}_0}{\Phi} = 0{,}2895.$$

$$\mu' = +0{,}495\cdot 10^{-4}.$$

$+X_0$.

$P = 2344. \quad 2\Phi = 198.$

	B	E	B	E	B	E	B	E
φ'	+ 29,0	— 28,1	28,9	28,4	28,6	28,6	28,4	28,1
φ''	+ 28,4	— 27,6	28,6	28,0	28,3	28,3	28,3	27,9
φ_0	+ 29,75	— 28,7	29,2	28,8	29,0	29,0	28,5	28,3

$$\bar{\varphi}_0 = 28{,}91. \quad \frac{\bar{\varphi}_0}{\Phi} = 0{,}292.$$

$$\mu' = -\mathbf{0{,}499 \cdot 10^{-4}}.$$

Das arithmetische Mittel aus den an beiden Flächen erhaltenen absoluten Werthen von μ bezw. μ' ist

$$|\mu|_{+45} = \mathbf{1{,}289 \cdot 10^{-4}}, \quad |\mu'|_{+45} = \mathbf{0{,}497 \cdot 10^{-4}}.$$

Bei Berücksichtigung des Vorzeichens von $\frac{a}{p}$ folgt aus ersterem Werthe nach 67):

$$\frac{a_{+45^0}}{p} = -\mathbf{0{,}0629 \cdot 10^{-8}} \cdot C.$$

Prisma 5.

$+X^0$.

$P = 2344. \quad 2\Phi = 200{,}0.$

	B	E	B	E	B	E	B	E	B	E
φ'	+ 38,9	— 42,5	38,3	41,5	41,4	40,2	41,0	39,7	40,5	41,5
φ''	+ 38,3	— 41,1	37,5	40,9	40,7	40,0	40,3	39,5	40,1	41,3
φ_0	+ 39,6	— 44,2	39,3	42,1	42,2	40,4	41,8	39,9	40,9	41,7

$$\bar{\varphi}_0 = 41{,}2. \quad \frac{\bar{\varphi}_0}{\Phi} = 0{,}412.$$

$$\mu = -\mathbf{0{,}704 \cdot 10^{-4}}.$$

$-X^0$

$P = 2344. \quad 2\Phi = 200.$

	B	E	B	E	B	E	B	E	B	E
φ'	— 38,1	+ 38,7	38,7	41,8	38,2	40,5	38,8	41,1	39,4	40,1
φ''	— 38,0	+ 38,7	38,0	41,8	38,5	40,9	38,4	41,4	38,9	40,2
φ_0	— 38,2	+ 38,7	39,5	41,8	38,35	40,7	39,3	41,25	40,0	40,15

$$\bar{\varphi}_0 = 39{,}80. \quad \frac{\bar{\varphi}_0}{\Phi} = 0{,}398.$$

$$\mu = +\mathbf{0{,}680 \cdot 10^{-4}}.$$

Gesammtmittel: $|\mu|_{-45} = \mathbf{0{,}697 \cdot 10^{-4}}, \quad \frac{a_{-45^0}}{p} = -\mathbf{0{,}0340 \cdot 10^{-8}}\, C.$

Prisma 1'.

$+X^0$.

	$P = 1000$		$P = 500.\quad 2\Phi = 200{,}9.$							
	B	E	B	E	B	E	B	E	B	E
φ'	+80,6	−79,6	41,1	39,3	40,0	39,5	40,25	39,8	40,7	39,5
φ''	+80,9	−78,6	40,4	38,9	39,8	39,2	40,2	39,6	40,6	39,4
φ_0	+80,8	−80,8	41,9	39,8	40,2	39,8	40,3	40,0	40,8	39,6

$$\bar{\varphi}_0 = 40{,}32. \qquad \frac{\bar{\varphi}_0}{\Phi} = 0{,}4015.$$

$$\mu = -\mathbf{1{,}875 \cdot 10^{-4}}.$$

$-X^0$.

$P = 500.\quad 2\Phi = 200{,}9.$

	B	E	B	E	B	E	B	E	B	E
φ'	−38,8	+40,4	39,6	41,1	39,4	40,9	39,8	41,1	39,2	40,7
φ''	−39,1	+40,6	39,7	41,2	39,5	41,0	40,0	41,2	39,1	40,9
φ_0	−39,0	+40,5	39,7	41,2	39,5	41,0	39,9	41,2	39,1	40,8

$$\bar{\varphi}_0 = 40{,}19. \qquad \frac{\bar{\varphi}_0}{\Phi} = 0{,}3985.$$

$$\mu = +\mathbf{1{,}869 \cdot 10^{-4}}.$$

Gesammtmittel: $|\mu|_{90^0} = \mathbf{1{,}872 \cdot 10^{-4}}, \qquad \frac{a_{90^0}}{p} = -\mathbf{0{,}0913 \cdot 10^{-8}}\,C.$

Bei eingeschaltetem Luftcondensator, dessen Platten wieder durch 3 Quarzstückchen von 0,249 cm Dicke und je 0,75 cm² Querschnitt getrennt waren, fand sich:

$+X^0$.

$P = 1000.\quad 2\Phi = 200{,}7.$

	B	E	B	E	B	E	B	E	B	E
φ'	+28,5	−27,9	29,0	28,9	29,3	29,2	30,0	29,6	29,9	29,7
φ''	+27,3	−26,7	27,8	27,6	28,3	28,2	29,0	28,8	29,0	28,9
φ_0	+29,9	−29,3	30,4	30,5	30,5	30,4	31,2	30,6	31,0	30,7

$$\bar{\varphi}_0 = 30{,}45. \qquad \frac{\bar{\varphi}_0}{\Phi} = 0{,}3034.$$

$$\mu' = -\mathbf{0{,}7105 \cdot 10^{-4}}.$$

$-X^0$.

P und Φ wie zuvor.

	B	E	B	E	B	E	B	E	B	E
φ'	$-29,2$	$+29,7$	29,7	29,9	29,3	30,1	29,8	30,4	29,8	30,3
φ''	$-28,8$	$+29,2$	29,1	29,5	28,8	29,6	29,3	30,0	29,4	29,8
φ_0	$-29,7$	$+30,3$	30,4	30,4	29,9	30,7	30,4	30,9	30,3	30,9

$$\overline{\varphi}_0 = 30,39. \qquad \frac{\overline{\varphi}_0}{\Phi} = 0,3028.$$

$$\mu' = +\mathbf{0,7095 \cdot 10^{-4}}.$$

Gesammtmittel: $|\mu'|_{90} = \mathbf{0,710 \cdot 10^{-4}}$.

Ferner bei eingeschaltetem Luftcondensator, wenn zwischen dessen Platten 3 Quarzstückchen von 0,5 cm Höhe und je 0,375 cm² Querschnitt lagen:

$-X^0$.

$P = 1000. \quad 2\Phi = 200,8.$

	B	E	B	E	B	E	B	E
φ'	$-42,4$	$+42,0$	41,8	42,3	41,9	42,2	41,6	42,6
φ''	$-42,1$	$+41,4$	41,2	41,9	41,3	41,6	41,2	42,1
φ_0	$-42,7$	$+42,7$	42,5	42,8	42,6	42,9	42,1	43,2

$$\overline{\varphi}_0 = 42,69. \qquad \frac{\overline{\varphi}_0}{\Phi} = 0,4255.$$

$$\mu'' = +\mathbf{0,995 \cdot 10^{-4}}.$$

$+X^0$.

$P = 1000. \quad 2\Phi = 200,6.$

	B	E	B	E	B	E	B	E
φ'	$+43,6$	$-42,4$	43,4	42,1	43,2	42,7	43,3	42,5
φ''	$+42,9$	$-41,8$	42,75	41,5	42,5	42,1	42,6	41,8
φ_0	$+44,5$	$-43,15$	44,2	42,8	44,1	43,45	44,2	43,4

$$\overline{\varphi}_0 = 43,73. \qquad \frac{\overline{\varphi}_0}{\Phi} = 0,4355.$$

$$\mu'' = -\mathbf{1,018 \cdot 10^{-4}}.$$

Gesammtmittel: $|\mu''|_{90} = \mathbf{1,006 \cdot 10^{-4}}$.

Die Beobachtungen bei verschiedenem Plattenabstand des Luftcondensators waren erforderlich, um die unbekannte Capacität der Drähte und Klemmen, durch welche die Verbindung mit der isolirten Condensatorplatte hergestellt wurde, zu eliminiren, wie unten näher ausgeführt werden wird. Da aber die Quarzstückchen, welche bei den beiden vorhergehenden Versuchsreihen die Con-

densatorplatten trennten, durch ihre grosse Dielektricitätsconstante selbst eine nicht ganz unerhebliche Vermehrung der Capacität bewirkten, welche nur annähernd berechnet werden kann, so wurden noch zwei weitere Beobachtungsreihen an der Platte 1′ angestellt, wobei zwischen die Condensatorplatten drei Hartgummistückchen von viel kleinerem Querschnitt, wie die vorher benutzten Quarzstückchen, gelegt worden waren. Zunächst wurde zum Vergleich noch einmal ohne angeschlossenen Condensator beobachtet und dabei gefunden:

$$-X^0.$$

$$P = 500. \quad 2\Phi = 200{,}9.$$

	B	E	B	E	B	E	B	E	B	E
φ'	—36,9	+40,7	39,5	41,3	39,3	41,2	39,8	40,9	39,1	41,9
φ''	—35,3	+40,4	39,1	41,0	39,1	41,0	39,5	40,7	38,9	41,8
φ_0	—38,8	+41,1	40,0	41,65	39,5	41,4	40,1	41,1	39,3	42,0

$$\bar{\varphi}_0 = 40{,}52. \qquad \frac{\bar{\varphi}_0}{\Phi} = 0{,}403.$$

$$\mu = +1{,}880 \cdot 10^{-4}.$$

$$+X^0.$$

$$P = 500. \quad 2\Phi = 200{,}4.$$

	B	E	B	E	B	E	B	E	B	E
φ'	+40,7	—39,4	40,4	39,4	40,4	39,6	40,7	39,5	40,6	39,4
φ''	+40,9	—39,6	40,7	39,6	40,7	39,9	41,1	39,6	40,9	39,5
φ_0	+40,8	—39,5	40,6	39,5	40,6	39,8	40,9	39,6	40,8	39,5

$$\bar{\varphi}_0 = 40{,}16. \qquad \frac{\bar{\varphi}_0}{\Phi} = 0{,}401.$$

$$\mu = +1{,}875 \cdot 10^{-4}.$$

Gesammtmittel: $|\mu| = \mathbf{1{,}878 \cdot 10^{-4}}$

und zusammen mit dem Resultat der früheren Beobachtungen

$$|\mu|_{90} = \mathbf{1{,}875 \cdot 10^{-4}},$$

$$\frac{a_{90^0}}{p} = \mathbf{0{,}09145 \cdot C \cdot 10^{-8}}.$$

Bei angeschlossenem Luftcondensator mit zwischengelegten Hartgummistückchen von 0,477 cm Dicke und zusammen 0,31 cm² Querschnitt ergab sich:

$$+X^0.$$

$$P = 1000\,\text{g}. \quad 2\Phi = 200{,}4.$$

	B	E	B	E	B	E	B	E	B	E	B	E
φ'	+41,2	—43,0	42,1	42,0	42,4	42,0	43,1	42,1	42,8	41,7	42,5	42,05
φ''	+40,7	—42,8	41,8	41,8	42,2	42,0	42,8	42,1	42,5	41,7	42,5	42,0
φ_0	+41,8	—43,2	42,4	42,2	42,6	42,0	43,5	42,1	43,2	41,7	42,5	42,1

$$\overline{\varphi}_0 = 42{,}44. \qquad \frac{\overline{\varphi}_0}{\Phi} = 0{,}4235.$$

$$|\mu'''|_{90} = \mathbf{0{,}991 \cdot 10^{-4}}.$$

Desgleichen, aber mit Hartgummistücken von 0,257 cm Dicke und zusammen 0,3 cm^2 Querschnitt:

$+ X^0$.

P und 2Φ wie oben.

	B	E	B	E	B	E	B	E	B	E	B	E
φ'	+ 31,5	− 31,5	31,6	31,7	32,0	31,5	31,85	31,8	32,05	31,15	32,0	31,3
φ''	+ 31,5	− 31,4	31,6	31,6	31,9	31,4	31,7	31,8	32,1	31,15	31,9	31,2
φ_0	+ 31,5	− 31,6	31,6	31,8	32,1	31,6	32,05	31,8	32,1	31,15	32,1	31,4

$$\overline{\varphi}_0 = 31{,}73. \qquad \frac{\varphi_0}{\Phi} = 0{,}3167.$$

$$|\mu''''|_{90} = \mathbf{0{,}741 \cdot 10^{-4}}.$$

Berechnung der Capacität C.

Durch Vergleichung der Werthe μ, welche an derselben Quarzplatte einerseits ohne angeschlossenen Condensator, andererseits mit Condensator bei verschiedenem Plattenabstand des letzteren beobachtet sind, lässt sich die Capacität C der Elektrometerquadranten nebst den Verbindungsdrähten und der belegten Quarzplatte ermitteln, da man diejenige des Luftcondensators theoretisch in absolutem Maasse berechnen kann. — Es möge bezeichnen

C_0 die Capacität der Elektrometerquadranten nebst den sie mit der belegten Fläche des Krystallprismas verbindenden Drähten,

C'_{+45}, C'_{-45}, C'_{90} die Capacitäten der belegten Flächen der drei untersuchten Quarzprismen,

C_{+45} die Summe $C_0 + C'_{+45}$, (analog $C_{-45} = C_0 + C'_{-45}$, $C_{90} = C_0 + C'_{90}$),

c die unten berechnete Capacität des Luftcondensators, je nach den zwischengelegten Isolatorstückchen ebenso durch obere Indices unterschieden, wie die Grössen μ', μ'', μ''', μ'''',

c_0 die unbekannte Capacität der Drähte etc., welche die Zuleitung zum Condensator bilden.

Dann besteht die Proportion

$$\mu : \mu' = c' + c_0 + C_0 + C' : C_0 + C',$$

ebenso $$\mu : \mu'' = c'' + c_0 + C_0 + C' : C_0 + C' \text{ und 2 analoge.}$$

Dabei ist es einerlei, für welches Quarzprisma die Grössen μ gelten, sofern sie sich nur beide auf ein und dasselbe beziehen; deshalb ist der untere Index (+ 45 etc.) fortgelassen, ebenso bei den C', die allerdings nicht genau gleich, aber

überhaupt relativ klein sind. Es müsste sich also für $\mu:\mu'$ aus den Beobachtungen an Platte 1′ derselbe Werth ergeben, wie aus denen an Platte 4. Diese Werthe waren

$$|\mu|_{+45} : |\mu'|_{+45} = 1{,}289 : 0{,}497 = 2{,}590,$$
$$|\mu|_{90} : |\mu'|_{90} = 1{,}875 : 0{,}710 = 2{,}642.$$

Im Mittel können wir also $\mu:\mu' = \mathbf{2{,}62}$ annehmen.

Die anderen Verhältnisse sind nur an der Platte 1′) bestimmt worden, und zwar

$$\mu:\mu'' = 1{,}875 : 1{,}006 = \mathbf{1{,}864}$$
$$\mu:\mu''' = 1{,}875 : 0{,}991 = \mathbf{1{,}892}$$
$$\mu:\mu'''' = 1{,}875 : 0{,}741 = \mathbf{2{,}53}.$$

Man erhält somit folgende 4 Gleichungen:

68)
$$\left|\begin{aligned} c_0 + c' &= 1{,}62\ (C_0 + C'_{90}) \\ c_0 + c'' &= 0{,}864\,(C_0 + C'_{90}) \\ c_0 + c''' &= 0{,}892\,(C_0 + C'_{90}) \\ c_0 + c'''' &= 1{,}53\ (C_0 + C'_{90}). \end{aligned}\right.$$

Es handelt sich nun darum, die hierin vorkommenden Grössen c', c'', c''', c'''' zu berechnen. Hierzu dient folgende, von Kirchhoff[1]) abgeleitete Formel für die Capacität eines Luftcondensators, der aus zwei parallelen kreisförmigen Platten vom Radius R, der Dicke b und dem gegenseitigen Abstand $2a$ besteht:

69)
$$c = \frac{R^2}{8a} + \frac{R}{4\pi}\left\{1 + \log\frac{4\pi R(2a+b)}{a^2} + \frac{b}{2a}\log\frac{2a+b}{b}\right\}.$$

Bei dem hier benutzten Condensator war jedoch $2a$ nicht genau bekannt, weil seine Kupferplatten mit einer dünnen Firnissschicht überzogen waren; ist die Dicke der letzteren oder vielmehr einer äquivalenten Luftschicht $\frac{1}{2}\delta$ und die gemessene Dicke der zwischengelegten Quarz- oder Hartgummistückchen d (bezw. d', d'', d''', d'''' in den verschiedenen Fällen), so wird $2a = d + \delta$. Setzt man dies ein und entwickelt nach δ, indem man das Quadrat des sehr kleinen Bruches $\frac{\delta}{d}$ vernachlässigt, so wird

69′)
$$c = \frac{R^2}{4d} + \frac{R}{4\pi}\left\{1 + \log\frac{16\pi R(d+b)}{d^2} + \frac{b}{d}\log\frac{b+d}{b}\right\} - \delta\left\{\frac{R^2}{4\pi d} + \frac{R^2}{4d^2} + \frac{Rb}{4\pi d^2}\log\frac{b+d}{b}\right\}.$$

Endlich ist noch die Vermehrung der Capacität durch die Isolatorstückchen, welche die Kupferplatten auseinander hielten, zu berücksichtigen. Dieselbe besteht, wenigstens annähernd, darin, dass diejenigen Stücke f der Condensator-

1) G. Kirchhoff, Monatsber. d. Berl. Akademie 1877, 155; Gesammelte Abhandlungen (Leipzig 1882), 101—112.

platten, welche den Isolatorstückchen von der Dielektricitätsconstante K anliegen, K-mal so viel Elektricität aufnehmen, als wenn sie nur durch Luft getrennt wären. Demnach ist die fragliche Capacitätsvermehrung sehr annähernd gleich $\frac{f(K-1)}{4\pi d}$, wo für f der Querschnitt der trennenden Isolatorstückchen zusammengenommen zu setzen ist, und die Grössen c sind zu berechnen aus der Formel

69″) $$c = \frac{1}{4d}\left\{R^2 + \frac{K-1}{\pi}f\right\} + \frac{R}{4\pi}\left\{1 + \log\frac{16\pi R(d+b)}{d^2} + \frac{b}{d}\log\frac{d+b}{b}\right\} - \delta\left\{\frac{R^2}{4d^2} + \frac{R}{4\pi d} + \frac{R}{4\pi d}\cdot\frac{b}{d}\log\frac{d+b}{b}\right\}.$$

Bei dem benutzten Condensator war $R = 9{,}88$ cm, $b = 0{,}31$ cm, ferner in den einzelnen Fällen (nach der Reihenfolge der oberen Indices geordnet)

$d =$	0,249	0,50	0,477	0,257 cm
$f =$	2,25	1,125	0,31	0,30 cm²
$K =$	4,6	4,6	2,5	2,5.

Man findet hiermit aus 69″)

$$c' = 108{,}6 - 397\,\delta,\quad c'' = 56{,}8 - 100\,\delta,\quad c''' = 58{,}3 - 110\,\delta,\quad c'''' = 102{,}7 - 373\,\delta.$$

Setzt man diese Werthe in die Gleichungen 68) ein, so enthalten dieselben noch die 3 Unbekannten c_0, δ und $C_0 + C'$. Durch Elimination der letzteren aus der ersten und zweiten Gleichung einerseits, aus der dritten und vierten andererseits ergeben sich folgende zwei Gleichungen für c_0 und δ:

$$0{,}87\,c_0 + 209\,\delta = 2{,}4 \text{ und } 0{,}715\,c_0 + 184{,}4\,\delta = 2{,}7.$$

Dieselben sind nun zwar in Folge der Art, wie ihre Coefficienten aus denen der ursprünglichen Gleichungen gebildet sind, zu einer wirklichen Berechnung von c_0 und δ nicht geeignet, und dasselbe gilt von den Relationen für c_0 und δ, die man durch anderweitige Combination der Gleichungen 68) bilden könnte. Sie zeigen aber, dass jene beiden Grössen nur relativ kleine Beträge haben können, und zwar wird ihnen annähernd genügt durch die auch nach anderweitiger Abschätzung wahrscheinlichen Werthe

$$c_0 = 2{,}5,\qquad \delta = 0{,}005.$$

Unter dieser Annahme wird

$$c' = 106{,}6\qquad c'' = 56{,}2\qquad c''' = 57{,}75\qquad c'''' = 100{,}84,$$

und die 4 Gleichungen 68) ergeben, für $C_0 + C'_{90}$ aufgelöst, der Reihe nach

$$C_0 + C'_{90} = 67{,}5,\quad 67{,}9,\quad 67{,}5,\quad 67{,}5,$$

also gut übereinstimmende Werthe, als deren Durchschnitt angenommen werden kann

$$C_0 + C'_{90} = \mathbf{67{,}6}.$$

Die Capacität C'_{90} ist diejenige eines Condensators, dessen Platten (nämlich die Stanniolbelegungen der Quarzplatte 1') die Oberfläche 1,35 cm² und den Abstand 0,35 cm haben und für dessen Dielektricum (Quarz) $K = 4,6$ ist, woraus sich ergiebt

$$C'_{90} = 1,45,$$

und somit

$$C_0 = 66,15.$$

Für die Quarzprismen 4) und 5) findet man durch eine analoge Berechnung, wie sie eben für das Prisma 1') angestellt wurde,

$$C'_{+45} = C'_{-45} = 0,55.$$

Demnach hat die Gesammtcapacität folgende Werthe:

$C = 66,7$ bei den Beobachtungen an den Prismen 4 und 5,
$C = 67,6$ „ „ „ an der Platte 1'.

Setzt man dieselben in die Resultate, welche wir für a_{45}, a_{-45} und a_{90} gefunden hatten, ein, so werden diese:

$$\frac{a_{+45}}{p} = -4,19 \cdot 10^{-8},$$

$$\frac{a_{-45}}{p} = -2,265 \cdot 10^{-8},$$

$$\frac{a_{90}}{p} = -6,18 \cdot 10^{-8}.$$

Nach den Formeln 64), 65), 66) ist nun

$$\frac{a_{90}}{p} = +\delta_{11}, \qquad \frac{a_{+45}}{p} = \tfrac{1}{2}(\delta_{11} - \delta_{14}), \qquad \frac{a_{-45}}{p} = \tfrac{1}{2}(\delta_{11} + \delta_{14});$$

somit erhält man

$$\delta_{11} = \tfrac{1}{3}\left(\frac{a_{+45}}{p} + \frac{a_{-45}}{p}\right) + \tfrac{2}{3}\frac{a_{90}}{p}, \qquad \delta_{14} = \frac{a_{-45}}{p} - \frac{a_{+45}}{p},$$

und nach Einsetzen der obigen Zahlen folgende definitive Werthe der piëzoelektrischen Moduln des Quarzes in absolutem Maass:

$$\delta_{11} = -6,27 \cdot 10^{-8}, \qquad \delta_{14} = +1,925 \cdot 10^{-8}.$$

Die hieraus rückwärts berechneten Werthe der Grössen $\frac{a}{p}$ sind:

$$\frac{a_{+45}}{p} = -4,10 \cdot 10^{-8}, \qquad \frac{a_{-45}}{p} = -2,173 \cdot 10^{-8}, \qquad \frac{a_{90}}{p} = -6,27 \cdot 10^{-8},$$

unterscheiden sich also von den aus den Beobachtungen abgeleiteten, welche wir der Berechnung zu Grunde legten, nur um wenige Procente.

Der Werth von δ_{11} stimmt dem absoluten Betrage nach mit dem von Curie gefundenen ($6{,}32 \cdot 10^{-8}$) und auch annähernd mit demjenigen der Herren Riecke und Voigt ($6{,}45 \cdot 10^{-8}$) überein, der absolute Werth von δ_{14} ist jedoch erheblich grösser, als derjenige ($1{,}45 \cdot 10^{-8}$), zu welchem letztere beiden Beobachter gelangt sind. Ferner sind nach den Bestimmungen der letzteren die Vorzeichen der beiden Constanten entgegengesetzt, wie die von mir gefundenen, was seinen Grund aber lediglich darin haben dürfte, dass bei der Untersuchung der Herren Riecke und Voigt, bei der es nicht auf die Vorzeichen ankam, die positive Richtung der X^0-Axe nicht bezeichnet worden war. Das oben festgestellte negative Vorzeichen von δ_{11} zeigt, dass das positive Ende der X^0-Axe durch einen parallel der letzteren ausgeübten Druck positiv elektrisch wurde. Bei einem linken Krystall ist nun zufolge unserer Festlegung des Coordinatensystems die positive Seite der X^0-Axe dasjenige Ende einer zweizähligen Symmetrieaxe, an welchem die Rhombenfläche S nicht auftritt. (Vergl. Fig. 12, welche die Projection eines linken Krystalles auf die Basis, von $+Z^0$ her gesehen, darstellt). Dieses letztere soll nun nach den Beobachtungen von J. und P. Curie sowohl bei linken, als bei rechten Krystallen durch Druck positiv elektrisch werden. Somit steht die obige Vorzeichenbestimmung im Einklang mit der Angabe von J. und P. Curie. —

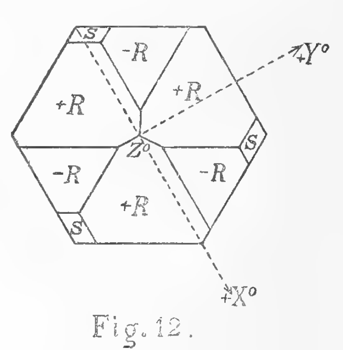


Fig. 12.

§ 5. Piëzooptische Beobachtungen.

In den Ausdrücken 48), welche im § 1 für diejenigen Constanten e'_{11}, e'_{41} abgeleitet wurden, welche die Aenderung der Doppelbrechung durch die im elektrischen Felde stattfindende Deformation bestimmen, kommen ausser den piëzoelektrischen Moduln noch die piëzooptischen Constanten $a_{11} - a_{12}$, a_{14}, a_{41} und a_{44} vor; diese müssen also noch bekannt sein, damit man die e'_{hk} berechnen und mit den beobachteten e_{hk} vergleichen kann. Nun sind zwar die sämmtlichen Constanten a_{hk} für Quarz bereits früher bestimmt worden[1]); allein da bisher noch keine Erfahrungen darüber vorlagen, wie grossen Schwankungen dieselben bei Quarzkrystallen verschiedenen Ursprungs etwa unterworfen sind, so schien es mir sicherer, an dem zur vorhergehenden Untersuchung benutzten Material eine Neubestimmung der vier hier in Betracht kommenden Constanten vorzunehmen. Es genügten hierzu Beobachtungen der durch einseitigen Druck erzeugten relativen Verzögerungen an denselben Prismen 1'), 4) und 5), welche zur piëzoelektrischen Untersuchung dienten. Die Combinationen der Constanten a_{hk}, welche

1) F. Pockels, Wied. Ann. **37**, 269—305. 1889.

man auf diese Weise finden kann, sind nämlich folgende. Wird das Prisma 1') parallel seinen längsten Kanten, also parallel der Y^0-Axe, dem Drucke p unterworfen, so ist (wie aus dem Ansatz 45) S. 84 folgt):

$$70)\qquad \frac{\omega_x^2-\omega_y^2}{pv^2} = C_1 = \frac{a_{11}-a_{12}}{v^2}(s_{11}-s_{12})+2\frac{a_{14}}{v^2}s_{14},$$

und diese Grösse kann man ermitteln, indem man die Aenderungen der im convergenten Licht auf den zu Z^0 (d. i. zu den mittellangen Kanten) senkrechten Schmalseiten der Platte sichtbaren Interferenzringe misst und daraus zunächst nach den Formeln 54) und 54') die Grösse $x = \frac{\omega_x^2-\omega_y^2}{\omega_r^{0^2}-\omega_l^{0^2}}$ berechnet. Diese Beobachtungen wurden in der Weise ausgeführt, dass die unter dem schon bei den piëzooptischen Beobachtungen am Natriumchlorat erwähnten Hebel aufgestellte Platte zwischen die Linsensysteme eines horizontal gelegten Polarisationsapparates gebracht, und die Zunahme der vertikalen scheinbaren Ringdurchmesser bei Belastung des Hebels an einem Glasmaassstab, der sich im Ocular des Polarisationsapparates befand, abgelesen wurde.

An den Prismen 4) und 5) wurden bei Compression derselben parallel ihren langen Kanten die Gangunterschiedsänderungen in den Richtungen senkrecht zu den langen Seitenflächen mit dem Compensator in der gewöhnlichen Weise gemessen. Die aus den so beobachteten $\frac{\bar{\Delta}}{p}$ nach der Formel 11), worin das von der Dickenzunahme herrührende Glied in jedem Falle nach den Formeln der Elasticitätstheorie leicht bestimmt werden kann, zu berechnende Grösse $\frac{1}{p}\left(\frac{\omega_2^2-\omega_2^{0^2}}{v^2}n_2^{0^3}-\frac{\omega_1^2-\omega_1^{0^2}}{v^2}n_1^{0^3}\right)$ liefert dann folgende Combinationen der Constanten $\frac{a_{hk}}{v^2}$:

Prisma 4, Beobachtungsrichtung die X^0-Axe:

$$71)\qquad \tfrac{1}{2}(C_2+C_4)n_o^{0^3}-\tfrac{1}{2}(C_3+C_5)n_e^{0^3}-\frac{n_o^{0^3}}{2}\left\{\frac{a_{11}-a_{12}}{v^2}s_{14}+\frac{a_{14}}{v^2}s_{44}\right\};$$

Prisma 5, Beobachtungsrichtung die X^0-Axe:

$$72)\qquad \tfrac{1}{2}(C_2+C_4)n_o^{0^3}-\tfrac{1}{2}(C_3+C_5)n_e^{0^3}+\frac{n_o^{0^3}}{2}\left\{\frac{a_{11}-a_{12}}{v^2}s_{14}+\frac{a_{14}}{v^2}s_{44}\right\};$$

Prisma 4, Beobachtungsrichtung die Halbirungslinie des Winkels $(-Y^0, +Z^0)$:

$$73)\qquad \begin{aligned} &\tfrac{1}{4}(C_2+C_4)(2n_o^{0^3}-n_m^3)-\tfrac{1}{4}(C_3+C_5)n_m^3-\tfrac{1}{2}C_1 n_o^{0^3}+\frac{2n_o^{0^3}+n_m^3}{4}\left\{\frac{a_{11}-a_{12}}{v^2}s_{14}+\frac{a_{14}}{v^2}s_{44}\right\} \\ &\quad+\tfrac{1}{2}n_m^3\left\{\frac{a_{41}}{v^2}(s_{11}-s_{12})+\frac{a_{44}}{v^2}s_{14}\right\}-\tfrac{1}{2}n_m^3\left\{2\frac{a_{41}}{v^2}s_{14}+\frac{a_{44}}{v^2}s_{44}\right\};\end{aligned}$$

Prisma 5, Beobachtungsrichtung die Halbirungslinie des Winkels $(+Y^0, +Z^0)$:

$$\text{74)}\quad \begin{aligned} &\tfrac{1}{4}(C_2+C_4)(2n_o^{0^3}-n_m^3)-\tfrac{1}{4}(C_3+C_5)n_m^3-\tfrac{1}{2}C_1 n_o^{0^3}-\frac{2n_o^0\cdot+n_m^3}{4}\left\{\frac{a_{11}-a_{12}}{v^2}s_{14}+\frac{a_{14}}{v^2}s_{44}\right\} \\ &-\tfrac{1}{2}n_m^3\left\{\frac{a_{41}}{v^2}(s_{11}-s_{12})+\frac{a_{44}}{v^2}s_{14}\right\}-\tfrac{1}{2}n_m^3\left\{2\frac{a_{41}}{v^2}s_{14}+\frac{a_{44}}{v^2}s_{44}\right\}. \end{aligned}$$

Darin sind C_2, C_3, C_4, C_5 gewisse, in der oben citirten Abhandlung angegebene Aggregate der $\frac{a_{hk}}{v^2}$ und s_{hk}, welche man im vorliegenden Falle nicht zu kennen braucht, weil sie aus den vorstehenden Ausdrücken eliminirt werden können; denn es ist sehr annähernd $(2n_o^{0^3}-n_m^3):n_m^3 = n_o^{0^3}:n_e^{0^3}$, da n_m den Mittelwerth aus n_o^0 und n_e^0 bedeutet, und es kommen daher jene Constanten C_h in allen vier Ausdrücken 71) bis 74) nur in einer und derselben Verbindung

$$(C_2+C_4)n_o^{0^3}-(C_3+C_5)n_e^{0^3}$$

vor. Man kann demnach aus den durch die Compensatormessungen gefundenen Werthen der Ausdrücke 70) bis 74) folgende Constantencombinationen berechnen:

$$\text{75)}\quad \begin{aligned} \frac{a_{11}-a_{12}}{v^2}(s_{11}-s_{12})+2\frac{a_{14}}{v^2}s_{14} &= c_1, \\ \frac{a_{11}-a_{12}}{v^2}s_{14}+\frac{a_{14}}{v^2}s_{44} &= c_2, \\ \frac{a_{41}}{v^2}(s_{11}-s_{12})+\frac{a_{44}}{v^2}s_{14} &= c_3, \\ 2\frac{a_{41}}{v^2}\cdot s_{14}+\frac{a_{44}}{v^2}s_{44} &= c_4, \end{aligned}$$

und hieraus, nach Einsetzung der durch die Untersuchung von Herrn W. Voigt bekannten Werthe der Elasticitätsmoduln:

$$s_{11} = 12{,}73\cdot10^{-8},\quad s_{12} = -1{,}63\cdot10^{-8},\quad s_{14} = -4{,}23\cdot10^{-8},\quad s_{44} = 19{,}67\cdot10^{-8},$$

schliesslich die Constanten $\frac{a_{11}-a_{12}}{v^2}$, $\frac{a_{14}}{v^2}$, $\frac{a_{41}}{v^2}$, $\frac{a_{44}}{v^2}$ selbst.

Ueber die Ausführung der Compensatorbeobachtungen an den Prismen 4) und 5) sei nur noch Folgendes bemerkt. Die Orientirung der Compensatorhauptschnitte parallel den Schwingungsrichtungen im Krystall und der Nicolhauptschnitte unter den Winkeln $\pm 45^0$ dagegen wurde in derselben Weise bewerkstelligt, wie es bei den elektrooptischen Beobachtungen am Quarz beschrieben ist. Bei Beobachtung in den unter 45^0 gegen die Hauptaxe geneigten Richtungen musste die starke Aenderung des Gangunterschiedes, welche durch eine bei der Compression etwa eintretende kleine Neigung des Prismas nach vorn oder hinten

verursacht wurde, compensirt werden. Dies geschah dadurch, dass mit dem zu comprimirenden Prisma das andere in derjenigen Stellung, bei welcher seine optische Axe zu der des ersten gekreuzt und die X^0-Axe in beiden parallel lag, vermittelst zweier durch Gummiringe zusammengehaltener Glasstreifen verbunden wurde, so dass es, vor dem ersten Prisma stehend, wohl an dessen etwaiger Neigung, nicht aber an dessen Compression theilnahm. Da bei dieser Anordnung der gesammte Gangunterschied sehr gross war, so wurde derselbe durch ein drittes Quarzprisma mit horizontal und quer zur Beobachtungsrichtung liegender Hauptaxe zum grössten Theil compensirt, damit der Compensatorstreifen (hier immer im Natriumlicht) wieder hinreichend scharf erschien. — Die Messungen wurden immer an mehreren Stellen der Prismen (nahe der linken Seite, in der Mitte und nahe der rechten Seite) ausgeführt, um die Ungleichförmigkeit des Druckes möglichst zu verringern. Zur Belastung des Hebelendes diente ein Gewicht von 5002 g. —

Es erscheint überflüssig, die Beobachtungsresultate hier ausführlich wiederzugeben, da es sich nur um eine Wiederholung der früheren Bestimmungen handelt, und die Anordnung der Beobachtungsreihen ganz analog war wie bei letzteren.

Die Gesammtresultate für die durch den Druck $p = 1$ g auf der Weglänge 1 mm hervorgebrachten Gangunterschiede $\bar{\Delta}$, in Theilen der Wellenlänge des Na-Lichtes ausgedrückt, sind folgende:

Prisma 4, Beobachtungsrichtung parallel X^0: $\bar{\Delta} = -0{,}0122 \cdot 10^{-4}$,

Prisma 5, „ „ „ „ : $\bar{\Delta} = +0{,}0393 \cdot 10^{-4}$,

Prisma 4, Beobachtungsrichtung Halbirende des $\angle(-Y^0, Z^0)$: $\bar{\Delta} = +0{,}306 \cdot 10^{-4}$,

Prisma 5, „ „ „ „ $\angle(+Y^0, Z^0)$: $\bar{\Delta} = +0{,}445 \cdot 10^{-4}$.

In den beiden letzten Fällen bedeutet das positive Vorzeichen eine Verzögerung der parallel zur Druckrichtung polarisirten Welle gegen die senkrecht dazu polarisirte, in den beiden ersten Fällen eine relative Verzögerung der parallel Y^0 polarisirten Welle gegen die parallel Z^0 polarisirte.

Für die Ausdrücke 71) bis 74) folgen hieraus der Reihe nach die Werthe:

$$-0{,}1545 \cdot 10^{-8}, \quad +0{,}530 \cdot 10^{-8}, \quad +3{,}60 \cdot 10^{-8}, \quad +5{,}25 \cdot 10^{-8}.$$

Dazu kommt noch der aus der Aenderung der Ringdurchmesser abgeleitete und daher weniger sichere Werth

$$C_1 = -1{,}39 \cdot 10^{-8}.$$

Man erhält daraus zunächst folgende Werthe der unter 75) angegebenen Constantencombinationen:

$$c_1 = -1{,}39 \cdot 10^{-8}, \quad c_2 = -0{,}185 \cdot 10^{-8}, \quad c_3 = -0{,}351 \cdot 10^{-8}, \quad c_4 = -0{,}944 \cdot 10^{-8},$$

und hieraus schliesslich die nachstehenden Resultate für die gesuchten piëzooptischen Constanten selbst:

$$\frac{a_{11}-a_{12}}{v^2} = -\mathbf{0{,}117}, \quad \frac{a_{14}}{v^2} = -\mathbf{0{,}035}, \quad \frac{a_{41}}{v^2} = -\mathbf{0{,}044}, \quad \frac{a_{44}}{v^2} = -\mathbf{0{,}067}.$$

Die frühere Untersuchung (vergl. a. a. O. p. 300) hatte ergeben:

$$\frac{a_{11}-a_{12}}{v^2} = -0{,}112, \quad \frac{a_{14}}{v^2} = -0{,}029, \quad \frac{a_{41}}{v^2} = -0{,}042, \quad \frac{a_{44}}{v^2} = -0{,}0685.$$

Die Abweichungen dürften wohl grösstentheils nur von den bei diesen Bestimmungen relativ grossen Beobachtungsfehlern herrühren, welche namentlich auf die kleinen Grössen $\frac{a_{41}}{v^2}$ und $\frac{a_{14}}{v^2}$ starken Einfluss haben können. —

§ 6. **Schlussfolgerungen aus den erhaltenen Resultaten.**

Setzt man die im letzten Paragraphen gefundenen Werthe der piëzooptischen Constanten und die in § 4 erhaltenen der piëzoelektrischen Moduln: $\delta_{11} = -6{,}27 \cdot 10^{-8}$, $\delta_{14} = +1{,}925 \cdot 10^{-8}$ in die Relationen 48), S. 85, ein, so erhält man folgende Werthe der Constanten $\frac{e'_{11}\varkappa_1}{v^2}$ und $\frac{e'_{41}\varkappa_1}{v^2}$, welche gemäss den Formeln 44) die optische Wirkung der im elektrischen Felde stattfindenden Deformation, berechnet wie die Wirkung einer gleichen mechanisch hervorgebrachten Deformation, bestimmen:

$$\frac{e'_{11}\varkappa_1}{v^2} = +\mathbf{0{,}669 \cdot 10^{-8}},$$

$$\frac{e'_{41}\varkappa_1}{v^2} = +\mathbf{0{,}423 \cdot 10^{-8}}.$$

(Nur wenig hiervon verschiedene Werthe würde man erhalten haben, wenn man die bei den älteren Bestimmungen gefundenen piëzooptischen und piëzoelektrischen Constanten benutzt hätte.)

Andererseits haben die elektrooptischen Beobachtungen ergeben (cf. S. 131):

$$\frac{e_{11}\varkappa_1}{v^2} = +\mathbf{1{,}40 \cdot 10^{-8}},$$

$$\frac{e_{41}\varkappa_1}{v^2} = +\mathbf{0{,}586 \cdot 10^{-8}}.$$

Demnach stimmen zwar die Vorzeichen der beobachteten und berechneten Constanten überein, aber e_{11} ist mehr als doppelt so gross wie e'_{11}, und auch e_{41} übertrifft e'_{41} um einen Betrag, welcher die Unsicherheit dieser Werthe erheblich übersteigt. Dies bedeutet, dass die Aenderungen der Doppelbrechung des Quarzes im elektrischen Felde thatsächlich zwar

gleichsinnig, aber viel grösser sind, wie diejenigen, welche die Deformation des Krystalles, die sich durch sein piezoelektrisches Verhalten bestimmt, allein zur Folge hat. Dieses Resultat, welches analog ist dem im II. Theile für Natriumchlorat gefundenen, führt zu dem Schlusse,

> dass das elektrostatische Feld eine **directe**, der Feldintensität proportionale Einwirkung auf die Lichtbewegung im Quarz ausübt[1]).

Diese directe Wirkung ist gegeben durch die Formeln 44), wenn man darin den Constanten e_{11} und e_{41} die Werthe $(1,40-0,67)\frac{v^2}{\varkappa_1}10^{-8} = +0,255 \cdot 10^{-8} v^2$ und $(0,586-0,423)\frac{v^2}{\varkappa_1}10^{-8} = +0,0475 \cdot 10^{-8} v^2$ beilegt anstatt der — ebenfalls bei der Annahme $1 + 4\pi\varkappa_1 = \varkappa_1 = 4,6$ — für die Gesammtwirkung geltenden Werthe $e_{11} = 0,49 \cdot 10^{-8} v^2$ und $e_{41} = 0,205 \cdot 10^{-8} v^2$.

IV. Theil.

Turmalin.

§ 1. Allgemeine Formeln.

Für die zweite hemimorphe Tetartoëdrie des hexagonalen Systems (oder auch Hemimorphie des rhomboëdrischen Systems nach anderer Bezeichnungsweise), welcher die Krystalle des Turmalins angehören, nimmt der allgemeine Ansatz 6) für die Aenderung der Doppelbrechung im elektrischen Felde nachstehende specielle Form an:

$$76)\quad \left|\begin{aligned} B_{11} - \omega_o^{0^2} &= -e_{22}b + e_{13}c, \\ B_{22} - \omega_o^{0^2} &= +e_{22}b + e_{13}c, \\ B_{33} - \omega_e^{0^2} &= e_{33}c, \\ B_{23} &= e_{42}b, \\ B_{31} &= e_{42}a, \\ B_{12} &= -e_{22}a, \end{aligned}\right.$$

wobei vorausgesetzt ist, dass die Z^0-Axe die dreizählige Symmetrieaxe und die Y^0Z^0-Ebene eine der drei Symmetrieebenen ist. Speciell für den Turmalin soll noch festgesetzt werden, dass die positive Z^0-Axe nach dem antilogen Pol hin gerichtet ist, und dass die positive Y^0-Axe aus einer der am letzteren liegenden Flächen des Rhomboëders $+R$, oder, was dasselbe sagt, aus einer Kante des trigonalen Prismas austritt. Diese Verfügung ist nämlich auch bei der Untersuchung der Herren E. Riecke und W. Voigt über das piëzoelektrische Ver-

1) Es sei anlässlich dieses Resultates daran erinnert, dass beim Quarz auch die optische Wirkung einer thermischen Dilatation von derjenigen einer gleichen, durch mechanische Einwirkung erzeugten verschieden ist, wie ich in Wied. Ann. 37, p. 305 gezeigt habe.

halten des Turmalins getroffen worden. — Der Ansatz 7) für die durch elastische Drucke erregten elektrischen Momente lautet dann

77)
$$\left|\begin{array}{l} a = -\delta_{15} Z_x + 2\delta_{22} X_y, \\ b = \delta_{22}(X_x - Y_y) - \delta_{15} Y_z, \\ c = -\delta_{31}(X_x + Y_y) - \delta_{33} Z_z, \end{array}\right.$$

(worin für δ_{15} auch δ_{24} geschrieben werden könnte), und die Gleichungen 8) für das reciproke Phänomen, d. h. die Deformation in Folge der dielektrischen Polarisation a, b, c, werden:

78)
$$\left|\begin{array}{l} x_x = -\delta_{22}\dfrac{b}{\varkappa_1} + \delta_{31}\dfrac{c}{\varkappa_3}, \\ y_y = +\delta_{22}\dfrac{b}{\varkappa_1} + \delta_{31}\dfrac{c}{\varkappa_3}, \\ z_z = \delta_{33}\dfrac{c}{\varkappa_3}, \\ y_z = \delta_{15}\dfrac{b}{\varkappa_1}, \\ z_x = \delta_{15}\dfrac{a}{\varkappa_1}, \\ x_y = -2\delta_{22}\dfrac{a}{\varkappa_1}, \end{array}\right.$$

worin $\varkappa_1$ ($= \varkappa_2$) und $\varkappa_3$ die Constanten der dielektrischen Polarisation für die Richtungen senkrecht bezw. parallel zur Hauptaxe (Z^0) bezeichnen.

Die Grundformeln für die Berechnung der Aenderungen der Doppelbrechung durch elastische Deformationen haben dieselbe Form, wie beim Quarz, wo sie als Formelsystem 45), S. 84, bereits angegeben sind. Ebenso stimmen die Relationen zwischen den elastischen Deformationen und Drucken mit den beim Quarz unter 49), S. 85, angeführten völlig überein.

Die Ausdrücke, welche für die elektrooptischen Constanten im Falle nur indirecter, d. h. durch die Deformation des Krystalles vermittelter optischer Wirkung des elektrischen Feldes gelten würden, und deren allgemeine Form in 9), S. 8, angegeben ist, gehen hier zufolge der speciellen Form der Gleichungen 78) und 45) über in:

79)
$$\left|\begin{array}{l} e'_{22} = \dfrac{1}{\varkappa_1}\{(a_{11} - a_{12})\delta_{22} - a_{14}\delta_{15}\}, \\ e'_{42} = \dfrac{1}{\varkappa_1}\{-2a_{41}\delta_{22} + a_{44}\delta_{15}\}, \\ e'_{13} = \dfrac{1}{\varkappa_3}\{(a_{11} + a_{12})\delta_{31} + a_{13}\delta_{33}\}, \\ e'_{33} = \dfrac{1}{\varkappa_3}\{2a_{31}\delta_{31} + a_{33}\delta_{33}\}. \end{array}\right.$$

§ 2. Elektrooptische Beobachtungen.

Die piëzoelektrischen Moduln sowohl als die Elasticitätsmoduln sind durch die Untersuchungen der Herren E. Riecke und W. Voigt bereits bekannt für dunkelgrünen brasilianischen Turmalin, und es wäre daher, um die durch 79) gegebenen Grössen $e'_{mn} \varkappa_n$ berechnen und mit den beobachteten $e_{mn} \varkappa_n$ vergleichen zu können, wünschenswerth gewesen, die elektrooptische und piëzooptische Untersuchung ebenfalls an jenem Material auszuführen. Dies war aber leider ganz unmöglich in Folge der starken Absorption des ordentlichen Strahles, welcher nur in so dünnen Lamellen noch durchgelassen wird, dass eine Messung der Aenderungen des Gangunterschiedes ausgeschlossen ist. Dasselbe gilt überhaupt von den meisten Turmalinvarietäten.

Hinreichend durchsichtig auch für den ordentlichen Strahl sind die hellgrünen und rosenrothen Krystalle von Elba, von denen ich mir daher (durch Herrn Mineralienhändler Pech in Berlin) eine Anzahl schöner Exemplare verschaffte. Die aus denselben hergestellten Präparate erwiesen sich aber selbst an den ganz einschluss- und sprungfreien Stellen als so stark optisch gestört, dass sie zur optischen Untersuchung ganz unbrauchbar waren. Geringer waren die optischen Anomalien an einer kleinen senkrecht zur optischen Axe geschnittenen Platte eines blauen Turmalins, welche sich in der Sammlung optischer Präparate des Göttinger physikalischen Institutes vorfand und welche, wenngleich sie ziemlich stark absorbirend war, bei Anwendung weissen Lichtes noch die Wahrnehmung der Interferenzringe zwischen gekreuzten Nicols gestattete. Aus zwei ganz ähnlichen, wahrscheinlich von Mursinsk stammenden blauen Krystallen, welche mir Herr Prof. Liebisch freundlichst zur Verfügung gestellt hatte, wurden zwei weitere Präparate, eins für Beobachtungen parallel der optischen Axe und eins für solche in einer dazu senkrechten Richtung, hergestellt. Doch waren die ungestörten Theile dieser Krystalle zu klein, um die Herstellung aller der Präparate zu ermöglichen, welche zur Bestimmung sämmtlicher Constanten e_{mn} und a_{hk} erforderlich gewesen wären. Ausserdem war es fraglich, ob die Elasticitätsconstanten, welche man ja zur Bestimmung der a_{hk} kennen muss, für diese Turmalinvarietät mit denjenigen des von Herrn Voigt untersuchten Krystalles übereinstimmten, und es musste daher auf die Ermittelung der piëzooptischen Constanten überhaupt verzichtet werden. Ueber das elektrooptische Verhalten gelang es aus dem angeführten Grunde auch nur, einige wesentlich qualitative Resultate zu erhalten. Dieselben betreffen erstens die in der Richtung der Hauptaxe auftretende Doppelbrechung bei dielektrischer Polarisation senkrecht zur Hauptaxe, zweitens die Aenderung des Gangunterschiedes in einer zur Hauptaxe senkrechten Richtung bei dielektrischer Polarisation parallel der Hauptaxe, und sollen im Folgenden näher erörtert werden.

a. Kraftlinien senkrecht zur Hauptaxe.

Liegt die Richtung der Kraftlinien in der zur Hauptaxe senkrechten X^0Y^0-Ebene, so fällt mit ihr die Richtung des inducirten Momentes m zusammen, da das Inductionsellipsoid hier ein Rotationsellipsoid ist. Bildet ihre Richtung den Winkel ψ mit der Y^0-Axe — positiv gerechnet gegen die $-X^0$-Axe hin —, so ist also $a = -m \sin\psi$, $b = m \cos\psi$, und die Gleichungen 76) werden:

80) $$\begin{vmatrix} B_{11} - \omega_o^{0^2} = -(B_{22} - \omega_o^{0^2}) = -e_{22} m \cos\psi, \quad B_{33} - \omega_e^{0^2} = 0, \\ B_{23} = e_{42} m \cos\psi, \quad B_{31} = -e_{42} m \sin\psi, \quad B_{12} = e_{22} m \sin\psi. \end{vmatrix}$$

Wegen der starken natürlichen Doppelbrechung des Turmalins sind die Grössen B_{23} und B_{31} jedenfalls sehr klein gegen $B_{22} - B_{33}$ und $B_{11} - B_{33}$, folglich auch die durch $\frac{B_{23}}{B_{22} - B_{33}}$ bezw. $\frac{B_{31}}{B_{33} - B_{11}}$ gegebenen Abweichungen der optischen Symmetrieaxe Z von der Hauptaxe Z^0 gegen die $-Y^0$- bezw. X^0-Axe hin so verschwindend klein, dass sie für Beobachtungen in der Richtung Z^0 (und auch für solche senkrecht dazu) gar nicht in Betracht kommen, und man also annehmen kann, dass die optischen Symmetrieaxen X und Y in der X^0Y^0-Ebene liegen. Der Winkel φ, welchen die eine von ihnen, etwa X, mit X^0 bildet, ist dann zufolge der dritten von den allgemeinen Gleichungen 3) gegeben durch

$$\operatorname{tg} 2\varphi = \frac{2B_{12}}{B_{11} - B_{22}},$$

d. i. nach Einsetzung der Ausdrücke 80):

$$\operatorname{tg} 2\varphi = \frac{2\, e_{22}\, m \sin\psi}{-2\, e_{22}\, m \cos\psi} = -\operatorname{tg}\psi;$$

folglich ist, unabhängig von der Stärke des inducirten Momentes und von dem Werthe der Constante e_{22},

81) $$\varphi = -\tfrac{1}{2}\psi.$$

Da nun die Symmetrieaxen X, Y die Polarisationsrichtungen der beiden Wellen sind, welche sich in der Richtung der Hauptaxe Z^0 fortpflanzen, so gilt für dieselben folgender Satz:

Dreht sich die Richtung der Kraftlinien in der X^0Y^0-Ebene von einer polaren Nebenaxe Y^0 aus um einen Winkel ψ nach links, so dreht sich die eine Schwingungsrichtung Y, welche bei der Anfangslage $\psi = 0$ mit ersterer zusammenfiel, um die Hälfte jenes Winkels nach rechts.

Dieses Verhalten ist ganz analog demjenigen, welches der Quarz bei dielektrischer Polarisation senkrecht zur Hauptaxe zeigen würde, mit dem einzigen

Unterschiede, dass hier die Y^0-Axe dieselbe Rolle spielt, wie beim Quarz die X^0-Axe, weil hier die erstere, beim Quarz die letztere eine polare Richtung ist. Beim Quarz würden jedoch wegen seiner Circularpolarisation die oben bestimmten „Schwingungsrichtungen" die grossen Hauptaxen der Schwingungsellipsen und daher nicht direct als Auslöschungsrichtungen im polarisirten Lichte nachweisbar sein, wie dies bei nicht circularpolarisirenden Krystallen der Fall ist. Daher muss sich der Turmalin zur Beobachtung der in Rede stehenden Erscheinung an und für sich viel besser eignen, und in der That konnte dieselbe an der oben erwähnten blauen Turmalinplatte trotz deren geringer Dicke wahrgenommen werden, wenn intensives weisses Licht angewandt wurde. Diese Platte besass als seitliche Begrenzung noch die natürlichen Krystallflächen und zwar die Flächen des hexagonalen Prismas in alternirender Combination mit denen des trigonalen Prismas, so dass sich ihr Umriss als ein (etwas verzerrtes) Sechseck mit 3 spitzeren und 3 stumpferen Ecken darstellte, ungefähr wie in nebenstehender Figur angedeutet ist. Die Verbindungslinien der gegenüberliegenden Ecken des Sechsecks sind dann die polaren Nebenaxen, und zwar entspricht diejenige Richtung einer solchen Verbindungslinie, welche nach der spitzeren Ecke hinführt, nach unserer Festlegung des Axensystems der positiven Y^0-Axe. — Im senkrecht zu den Breitseiten, also parallel zur optischen Axe einfallenden Licht wurde die Platte zwischen gekreuzten Nicols nicht vollständig dunkel, sondern zeigte in Folge anomaler Doppelbrechung drei von ihrem Mittelpunkt nach den spitzeren Ecken hin verlaufende schmale helle Streifen (durch punktirte Linien in Fig. 13 angedeutet). Die zwischen diesen Streifen liegenden drei Sectoren löschten aber nahezu vollständig aus, und es konnte daher die Aufhellung derselben bei dielektrischer Polarisation der Platte und die Stellung der Nicols, bei welcher diese Aufhellung verschwand, beobachtet werden. Um diese Auslöschungsrichtungen bei verschiedener Richtung der Kraftlinien in der Platte bestimmen zu können, war folgende Anordnung getroffen. Die Platte war mit etwas Wachs vor das eine Ende einer Glasröhre von etwas kleinerem inneren Durchmesser geklebt, deren anderes, offenes Ende mittelst eines Korkes in der centralen Durchbohrung eines vertikalen, drehbaren Theilkreises so befestigt war, dass die Axe der Röhre mit der Drehungsaxe des Theilkreises zusammenfiel. Diese Vorrichtung wurde zwischen den beiden schon früher erwähnten, mit drehbaren Theilkreisen versehenen grossen Nicol'schen Prismen so aufgestellt, dass man der Länge nach durch die Glasröhre hindurchsehen, und dass sich das durch die Turmalinplatte verschlossene Ende der letzteren frei zwischen zwei horizontalen, durch Hartgummistücke von geeigneter Höhe von einander getrennten Metallplatten drehen konnte. Von diesen Metallplatten stand die untere mit der Erde, die obere mit dem einen Pol der Influenzmaschine in leitender Verbindung, so dass durch langsames Drehen der letzteren zwischen

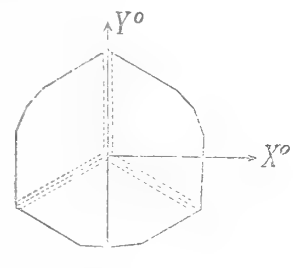


Fig. 13

ihnen ein elektrisches Feld erzeugt wurde, dessen Intensität in Folge des Ueberspringens der Funken zwischen den Elektroden der Maschine wechselte, und dessen Kraftlinien von oben nach unten durch die Turmalinplatte parallel zu deren Breitseiten, also in der $X^0 Y^0$-Ebene, hindurchgingen. Durch Drehen des die Glasröhre tragenden Theilkreises konnte dann die Richtung der X^0- und Y^0-Axe relativ zu der festbleibenden Kraftlinienrichtung um beliebige messbare Winkel geändert werden.

Zunächst wurde die Turmalinplatte so justirt, dass sie zwischen gekreuzten Nicols möglichst dunkel erschien und bei Drehung der Glasröhre um ihre Axe auch blieb. Dann beobachtete man die Aufhellung bezw. die Helligkeitsänderungen der Platte, welche beim Drehen der Influenzmaschine auftraten. Es zeigte sich zunächst, dass die Helligkeitsänderungen ein Maximum erreichten, wenn eine der oben erwähnten hellen Linien, also eine polare Nebenaxe der Platte, vertikal und somit parallel den Kraftlinien, und die Nicol-Hauptschnitte unter $\pm 45^0$ dagegen geneigt standen, sowie auch dann, wenn jene Nebenaxe horizontal und der eine Nicol-Hauptschnitt ebenfalls horizontal, der andere vertikal stand; dies steht mit dem S. 152 ausgesprochenen theoretischen Satze in Einklang. Nun wurden bei verschiedenen Stellungen des die Glasröhre tragenden Theilkreises T diejenigen Stellungen der Nicols bestimmt, bei welchen die Intensitätsänderung verschwand, und zwar in der Weise, dass die Stellungen von T aufgesucht wurden, bei welchen dieselbe eben noch wahrnehmbar war, und das Mittel aus je zwei solchen Ablesungen genommen wurde; denn dieses letztere giebt dann die Stellung an, bei welcher völliges Verschwinden der Aufhellung eintritt, also die eine Schwingungsrichtung der durch dielektrische Polarisation doppeltbrechend gewordenen Turmalinplatte mit der des Analysators zusammenfällt. Auf diese Weise wurden folgende zusammengehörige Stellungen des Theilkreises T und des Analysators A, zu welchem der Polarisator immer gekreuzt gestellt war, gefunden.

A	246^0	231^0	226^0	222^0	216^0	210^0	201^0
T	30^0	$\underbrace{15^0,\ 24^0}_{19\frac{1}{2}^0}$	$\underbrace{10^0,\ 19^0}_{14\frac{1}{2}^0}$	$\underbrace{8^0,\ 15^0}_{11\frac{1}{2}^0}$	$\underbrace{6^0,\ 14^0}_{10^0}$	$\underbrace{2^0,\ 10^0}_{6^0}$	$\underbrace{-5^0,\ +4^0}_{-\frac{1}{2}^0}$

Bei der ersten Stellung ($A = 246^0$, $T = 30^0$) war sowohl die Polarisationsebene des Analysators, als die eine polare Nebenaxe Y^0 des Turmalins vertikal, also parallel den Kraftlinien; die dabei abgelesenen Winkel seien mit A^0, T^0 bezeichnet. Der von dieser Stellung aus gerechnete Drehungswinkel $T - T^0$ ergiebt die relative Drehung der Kraftlinien gegen die Y^0-Axe, also den in den Formeln 80) und 81) mit ψ bezeichneten Winkel (vergl. nebenstehende Figur). Ferner ist $A^0 - A$ der Winkel zwischen der Schwingungsrichtung Y und der hier fest-

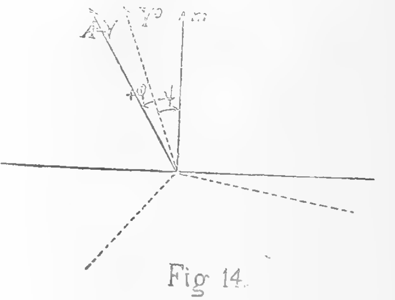


Fig 14.

bleibenden Richtung m der Kraftlinien, somit nach der früheren Bezeichnung mit Berücksichtigung des Vorzeichens $= -\psi + \varphi$. Nun ist nach der Formel 81) $\varphi = -\frac{1}{2}\psi$, $\psi - \varphi = \frac{3}{2}\psi$; also muss der Theorie zufolge

$$T^0 - T = \tfrac{2}{3}(A^0 - A)$$

sein. Die beobachteten und hiernach berechneten Winkel sind folgende:

$A^0 - A$ beobachtet:	15°	20°	24°	30°	36°	45°
$T^0 - T$ beobachtet:	$10\frac{1}{2}$°	$15\frac{1}{2}$°	$18\frac{1}{2}$°	20°	24°	$30\frac{1}{2}$°
$T^0 - T$ berechnet:	10°	$13\frac{1}{3}$°	16°	20°	24°	30°.

Die Abweichungen von den theoretischen Werthen sind nicht grösser, als die durch die geringe Intensität der Aufhellung der Platte bedingte Unsicherheit der Einstellung, welche, wie die oben angegebenen Grenzen von T zeigen, leicht einige Grade betragen konnte. — Ueber das Intervall von $A^0 - A = 0$ bis $A^0 - A = 45^0$ hinaus brauchten die Beobachtungen nicht fortgesetzt zu werden, weil bei $A^0 - A = 45^0$, $T^0 - T = 30^0$ bereits eine der beiden anderen polaren Nebenaxen horizontal liegt und sich somit bei weiterer Drehung der Platte dieselben relativen Lagen des Krystalles gegen die Kraftlinien, welche schon im Intervall $T^0 - T = 0$ bis 30^0 vorkamen, in umgekehrter Reihenfolge wiederholen würden. (Vergl. Fig. 14, worin die positiven Richtungen der zwei anderen polaren Nebenaxen durch punktirte Linien angedeutet sind.)

Eine senkrecht zur Hauptaxe eines der oben erwähnten blauen Krystalle geschnittene Platte von 2,18 mm Dicke zeigte in Bezug auf die Auslöschungsrichtungen ebenfalls das der Theorie entsprechende Verhalten. An dieser Platte wurden auch einige Versuche gemacht, um die Stärke der durch dielektrische Polarisation hervorgerufenen Doppelbrechung in der Richtung der Hauptaxe zu bestimmen. Zu diesem Zwecke wurde die Platte zwischen den früher erwähnten Metallplatten so aufgestellt, dass die eine polare Nebenaxe Y^0 vertikal, also parallel den Kraftlinien des elektrischen Feldes stand; die Hauptschnitte der Nicols wurden unter $\pm 45^0$ gegen diese Richtung geneigt, und der Compensator in der gewöhnlichen Stellung, d. h. mit vertikalem Spalt, hinter die Platte gebracht. Wurde nun diejenige Metallplatte, gegen welche hin die $+Y^0$-Axe gerichtet war, negativ geladen, so musste der Compensator im Sinne abnehmender Zahlen gedreht werden, es war also Δ negativ; bei Umkehrung der Ladung kehrte sich auch die Streifenverschiebung um, so dass Δ positiv wurde. Der absolute Betrag von Δ war 0,18 Umdrehungen bei einer (durch die Schlagweite der Maassflasche gemessenen) Potentialdifferenz von nahe 30 absoluten Einheiten. Der Abstand der Metallplatten war dabei $= 5{,}5$ mm, folglich das Potentialgefälle in Luft $\frac{30}{0{,}55} = 54{,}5$, und von diesem Werthe konnte auch das Potentialgefälle in der Turmalinplatte, da ihre Dicke gering war gegen ihre Höhe, nicht sehr verschieden sein. Demnach findet man für die durch das Potentialgefälle

$\frac{\partial V}{\partial y} = 1$ erzeugte relative Verzögerung, bezogen auf die Weglänge von 1 mm und ausgedrückt in Wellenlängen mittleren weissen Lichtes, für welches der Streifenabstand des Compensators = 23 und $\lambda = 570 \cdot 10^{-6}$ gesetzt werden kann:

$$\frac{\bar{\varDelta}}{L\,\partial V/\partial y} = \frac{-0{,}18}{23} \cdot \frac{1}{2{,}18 \cdot 54{,}5} = \mathbf{-0{,}66 \cdot 10^{-4}}.$$

Nun gilt, da die Y-Axe parallel dem Compensatorspalt und da hier $\omega_1^0 = \omega_2^0 = \omega_o^0$ ist,

$$\frac{\bar{\varDelta}}{L} = \frac{n_o^{0^3}}{2\lambda}\,\frac{\omega_y^2 - \omega_x^2}{v^2};$$

ferner wird zufolge den Formeln 80), worin $\psi = 0$ zu setzen ist,

$$\omega_y^2 - \omega_x^2 = B_{22} - B_{11} = 2\,e_{22}\,m = -2\,e_{22}\,\varkappa_1 \frac{\partial V}{\partial y};$$

folglich

$$\frac{\bar{\varDelta}}{L\,\partial V/\partial y} = -\frac{n_o^{0^3}}{\lambda} \cdot \frac{e_{22}\,\varkappa_1}{v^2}$$

und nach Einsetzung des obigen Zahlenwerthes:

$$\frac{e_{22}\,\varkappa_1}{v^2} = +\frac{\lambda}{n_o^{0^3}} \cdot 0{,}66 \cdot 10^{-4}.$$

Der ordentliche Brechungsindex des Turmalins n_o^0 ist = 1,637, ferner ist, wie oben gesagt, $\lambda = 570 \cdot 10^{-6}$ anzunehmen, und somit erhält man schliesslich:

$$\frac{e_{22}\,\varkappa_1}{v^2} = \mathbf{+0{,}85 \cdot 10^{-8}}.$$

Andere Beobachtungen, bei welchen eine der anderen polaren Nebenaxen (von 4,95 mm Länge) den Kraftlinien parallel gerichtet und der Abstand der Metallplatten = 5,7 mm war, ergaben für $V = \pm 30$ im Mittel

$$\varDelta = +0{,}185 \text{ bezw. } -0{,}20,$$

woraus sich ergiebt

$$\frac{\bar{\varDelta}}{L\,\partial V/\partial y} = -0{,}73 \cdot 10^{-4}$$

und

$$\frac{e_{22}\,\varkappa_1}{v^2} = \mathbf{+0{,}95 \cdot 10^{-8}}.$$

Als wahrscheinlichen Werth dieser Constante können wir somit annehmen

$$\frac{e_{22}\,\varkappa_1}{v^2} = \mathbf{+0{,}9 \cdot 10^{-8}},$$

welches Resultat allerdings wegen der geringen Grösse der beobachteten Gangunterschiede $\varDelta$ und der unsicheren Kenntniss von $\partial V/\partial y$ auf grosse Genauigkeit keinen Anspruch machen kann.

Hiernach ist die Constante $e_{22}\varkappa_1$ etwas kleiner als die analoge $e_{11}\varkappa_1$ des Quarzes, aber doch von derselben Grössenordnung. Die elektrooptische Constante e_{22} selbst hingegen ist erheblich kleiner als diejenige e_{11} des Quarzes; denn man findet mit Benutzung der von J. Curie bestimmten Dielektricitätsconstanten für Polarisationsrichtungen senkrecht zur Hauptaxe:

$$\text{für Quarz} \quad \frac{e_{11}}{v^2} = \frac{1{,}40 \cdot 4\pi}{4{,}55 - 1} \cdot 10^{-8} = \mathbf{4{,}95 \cdot 10^{-8}},$$

$$\text{für Turmalin} \quad \frac{e_{22}}{v^2} = \frac{0{,}9 \cdot 4\pi}{7{,}1 - 1} \cdot 10^{-8} = \mathbf{1{,}85 \cdot 10^{-8}}.$$

Für die Vergleichung der beobachteten elektrooptischen Wirkung mit der aus der Deformation berechneten kommt nur das Product $e_{22}\varkappa_1$ in Frage. Dieses müsste im Falle nur indirecter optischer Wirkung der dielektrischen Polarisation nach den Relationen 79) den Werth haben:

$$\frac{e'_{22}\varkappa_1}{v^2} = \frac{a_{11} - a_{12}}{v^2}\delta_{22} - \frac{a_{14}}{v^2}\delta_{15}.$$

Diese Formel zeigt — was vielleicht besonders hervorgehoben zu werden verdient —, dass für die Doppelbrechung in der Richtung der Hauptaxe, welche durch ein irgendwie senkrecht zu letzterer gerichtetes elektrisches Moment erzeugt wird, keineswegs die piëzoelektrische Erregung durch Druck senkrecht zur Hauptaxe, also die Constante δ_{22}, allein maassgebend ist, sondern ausserdem auch das durch die Constante δ_{15} charakterisirte piëzoelektrische Verhalten bei schief gegen die Hauptaxe gerichtetem Druck.

Nimmt man an, dass die piëzoelektrischen Eigenschaften der hier untersuchten blauen Turmalinvarietät mit denjenigen des brasilianischen Turmalins übereinstimmen, welcher von den Herren E. Riecke und W. Voigt untersucht worden ist[1]), so wäre zu setzen:

$$\delta_{22} = +0{,}67 \cdot 10^{-8}, \qquad \delta_{15} = -11 \cdot 10^{-8}.$$

Soll $e_{22} = e'_{22}$ sein, so muss also die Relation erfüllt sein:

$$82) \qquad 0{,}67 \cdot \frac{a_{11} - a_{12}}{v^2} + 11 \cdot \frac{a_{14}}{v^2} = 0{,}9.$$

Dieselbe zu prüfen, ist nun leider nicht möglich, da die piëzooptischen Constanten $\frac{a_{11} - a_{12}}{v^2}$ und $\frac{a_{14}}{v^2}$ aus dem früher angeführten Grunde nicht bestimmt werden konnten. Man kann jedoch aus der bekannten Thatsache, dass eine

1) E. Riecke und W. Voigt, Wied. Ann. **45**, 549. 1892.

Turmalinplatte durch einseitigen Druck senkrecht zur Hauptaxe in der Art optisch zweiaxig wird, dass die Ebene der optischen Axen zu der Druckrichtung senkrecht steht, eine Ungleichung zwischen jenen beiden Constanten herleiten, und es wäre an sich der Fall denkbar, dass deren Vereinbarkeit mit der obigen Gleichung wenigstens sehr unwahrscheinlich wäre. Wir wollen daher prüfen, wie es sich hiermit verhält.

Wirkt der einseitige Druck $p = 1$ parallel der X^0-Axe, so ist $\omega_y^2 - \omega_z^2 = B_{22} - B_{11}$, und für letztere Grösse ergiebt sich aus den Gleichungen 45) und 49) der Ausdruck

$$(a_{11} - a_{12})(s_{11} - s_{12}) + 2\,a_{14}\,s_{14}.$$

Nach der erwähnten Beobachtungsthatsache ist dann aber die ZY-Ebene die Ebene der optischen Axen, und, da im Turmalin ω_z die grösste Hauptlichtgeschwindigkeit ist, $\omega_x > \omega_z > \omega_y$, somit $\omega_y^2 - \omega_z^2 < 0$. Folglich ist auch

$$\frac{a_{11} - a_{12}}{v^2}(s_{11} - s_{12}) + 2\,\frac{a_{14}}{v^2}\,s_{14} < 0.$$

Setzt man noch die von Herrn Voigt[1]) für brasilianischen Turmalin gefundenen Werthe der Elasticitätsmoduln ein, so wird die gesuchte Ungleichung:

83) $$4{,}9\,\frac{a_{11} - a_{12}}{v^2} + 1{,}14 \cdot \frac{a_{14}}{v^2} < 0.$$

Dieselbe ist nun offenbar mit 82) verträglich, wenn man annimmt, dass $\frac{a_{11} - a_{12}}{v^2}$ einen negativen Werth besitzt, was nach Analogie des Quarzes wahrscheinlich ist, und dass $\frac{a_{14}}{v^2}$ positiv und dem absoluten Betrage nach kleiner wie $\frac{a_{11} - a_{12}}{v^2}$ ist. Letzteres gilt nämlich für die Constante $\frac{a_{14}}{v^2}$ des Quarzes, dagegen besitzt dieselbe negatives Vorzeichen; es ist aber nach der Bedeutung dieser Constante ein positiver Werth von vornherein nicht weniger wahrscheinlich. Der absolute Werth von a_{14} müsste dann allerdings zufolge 82) ein viel grösserer sein, wie beim Quarz; doch auch dies erscheint nicht gerade besonders unwahrscheinlich. Es ist also aus dieser Betrachtung kein Grund zu dem Schlusse, dass e_{22} und e'_{22} nicht übereinstimmen könnten, zu entnehmen. —

b. Kraftlinien parallel der Hauptaxe.

Da die Hauptaxe beim Turmalin eine polare Symmetrieaxe ist, so muss nach den allgemeinen Formeln auch eine der Hauptaxe parallele dielektrische Polarisation die Doppelbrechung beeinflussen, was beim Quarz nicht der Fall

---

1) W. Voigt, Nachrichten d. K. Ges. d. Wiss. zu Göttingen, 1890, 255—71.

ist. Nach Symmetrie muss dabei der Krystall optisch einaxig bleiben, und in der That ergeben die Formeln 76), wenn nur ein Moment c vorhanden ist,

$$B_{11} - \omega_o^{0^2} = B_{22} - \omega_o^{0^2} = e_{13}\,c, \qquad B_{33} - \omega_e^{0^2} = e_{33}\,c,$$
$$B_{23} = B_{31} = B_{12} = 0.$$

Die Aenderung der Stärke der Doppelbrechung ist demnach gegeben durch

84) $$(\omega_e^2 - \omega_o^2) - (\omega_e^{0^2} - \omega_o^{0^2}) = (e_{33} - e_{13})\,c = -(e_{33} - e_{13})\,\varkappa_3 \frac{\partial V}{\partial z}.$$

Diese Aenderung muss nachweisbar sein durch die Aenderung des Gangunterschiedes in irgend einer Richtung senkrecht zur Hauptaxe in einem Turmalinprisma, welches mit zu den Kraftlinien paralleler Hauptaxe in ein elektrisches Feld gebracht wird. Zu diesem Zwecke war aus einem der blauen Krystalle ein rechtwinkliges Parallelepipedon geschnitten, dessen eine Kantenrichtung der Hauptaxe Z^0 parallel war. Da dasselbe in Folge optischer Störungen keine Beobachtungen mit dem Compensator auf den zu Z^0 parallelen Seitenflächen gestattete, so musste zum Nachweis der fraglichen Gangunterschiedsänderung die Beobachtung der Interferenzcurven im convergenten homogenen Lichte, welche wenigstens in der Richtung der kürzesten Kanten noch leidlich gut sichtbar waren, herangezogen werden. Das Prisma wurde daher zwischen zwei horizontal übereinanderliegenden und von einander durch Hartgummistücke isolirten kleinen Metallplatten, welche ebenso wie bei den unter a beschriebenen Versuchen zur Erzeugung des elektrischen Feldes dienten, mit vertikaler Hauptaxe und dem Beobachter zugewendeter Breitseite aufgestellt, und diese ganze Vorrichtung zwischen die beiden Linsensysteme eines Axenwinkelapparates, d. h. eines Polarisationsapparates für convergentes Licht mit horizontal liegender Axe, gebracht. Dann sah man die Curven gleichen Gangunterschiedes, — in diesem Falle gleichseitige Hyperbeln, deren Hauptaxen parallel und senkrecht zur Z^0-Axe liegen —, auf einen im Ocularrohr des Apparates angebrachten Glasmaassstab projicirt, so dass man die etwa eintretenden Verschiebungen derselben gut beurtheilen konnte.

Dasjenige Ende des Prismas, für welches ein besonderer Versuch gezeigt hatte, dass es durch Druck ($\| Z^0$) positiv elektrisch wurde, und aus welchem demnach nach unserer Festsetzung die positive Z^0-Axe austrat, befand sich oben. Wurde nun die obere Metallplatte positiv geladen, mithin ein negatives Moment c inducirt, so näherten sich die seitlichen Hyperbeln ein wenig dem Centrum des Gesichtsfeldes, während die oberen und unteren Hyperbeln etwas auseinanderrückten; umgekehrt verhielt es sich bei negativer Ladung der oberen Platte. Nun nimmt bei der vorausgesetzten Stellung der Krystallplatte der Gangunterschied nach oben und unten, d. h. bei Neigung der Fortpflanzungsrichtung von der Plattennormale aus gegen die Z^0-Axe hin ab, nach seitwärts zu, so dass einer Annäherung der Scheitel der seitlichen Hyperbeln und einer Entfernung derjenigen der oberen und unteren von einander eine Zunahme des

Gangunterschiedes entspricht. Somit wurde durch ein negatives Moment c eine Zunahme der Doppelbrechung, also, da der Turmalin negativ einaxig ist, ein positiver Werth von $(\omega_e^2-\omega_o^2)-(\omega_e^{0^2}-\omega_o^{0^2})$ hervorgerufen. Daraus folgt nach 84) die Ungleichung:

$$e_{33}-e_{13}<0.$$

Nun ist nach 79)

$$e'_{33}-e'_{13} = \frac{1}{\varkappa_3}\{(2a_{31}-a_{11}-a_{12})\delta_{31}+(a_{33}-a_{13})\delta_{33}\};$$

wenn die e_{mn} mit den e'_{mn} identisch sind, so muss also die Ungleichung bestehen

$$(2a_{31}-a_{11}-a_{12})\delta_{31}+(a_{33}-a_{13})\delta_{33}<0$$

oder nach Einsetzung der von den Herren E. Riecke und W. Voigt gefundenen Werthe der piëzoelektrischen Moduln $\delta_{31} = -0{,}88\cdot 10^{-8}$ und $\delta_{33} = -5{,}71\cdot 10^{-8}$:

85) $$0{,}88(2a_{31}-a_{11}-a_{12})+5{,}71(a_{33}-a_{13})>0.$$

Eine zweite Ungleichung zwischen denselben Aggregaten der piëzooptischen Constanten liefert das durch einen Versuch an dem oben erwähnten rechteckigen Turmalinprisma (welches dabei unter dem früher beschriebenen Compressionshebel zwischen den Linsen des Axenwinkelapparates aufgestellt war) gefundene Beobachtungsresultat, dass einseitiger Druck parallel der Z^0-Axe ebenfalls die negative Doppelbrechung verstärkt. Aus den Formeln 49) und 45) findet man für diesen Fall, wo $Z_z = p$ ist und alle anderen Druckcomponenten verschwinden,

$$(\omega_e^2-\omega_o^2)-(\omega_e^{0^2}-\omega_o^{0^2}) = B_{33}-B_{11}-(\omega_e^{0^2}-\omega_o^{0^2})$$
$$= -p\{(2a_{31}-a_{11}-a_{12})s_{13}+(a_{33}-a_{13})s_{33}\};$$

folglich ist

$$(2a_{31}-a_{11}-a_{12})s_{13}+(a_{33}-a_{13})s_{33}<0,$$

oder, da nach den schon citirten Bestimmungen von Herrn W. Voigt (a. a. O. p. 269) $s_{13} = -0{,}16\cdot 10^{-8}$, $s_{33} = +6{,}12\cdot 10^{-8}$ ist,

86) $$0{,}16(2a_{31}-a_{11}-a_{12})-6{,}12(a_{33}-a_{13})>0.$$

Auch diese beiden Ungleichungen 85) und 86) können gleichzeitig erfüllt sein, wenn nämlich $a_{33}-a_{13}$ einen negativen und $2a_{31}-a_{11}-a_{12}$ einen bedeutend grösseren positiven Werth besitzt, was nicht als unmöglich oder besonders unwahrscheinlich bezeichnet werden kann.

Demnach kann auch aus der Beobachtung über die Aenderung der Doppelbrechung des Turmalins durch dielektrische Polarisation parallel seiner Hauptaxe kein Schluss in Betreff der Frage, ob das elektrische Feld ausser der durch die Deformation bedingten noch eine directe optische Wirkung ausübt, gezogen

werden. Immerhin dürfte es von Interesse sein, dass die für diesen Fall von der allgemeinen Theorie der elektrooptischen Erscheinungen an piëzoelektrischen Krystallen vorausgesagte Aenderung der Doppelbrechung überhaupt nachgewiesen und ihr Vorzeichen festgestellt worden ist. —

V. Theil.

Seignettesalz.

Das rechtsweinsaure Kali-Natron, $KNaH_4C_4O_6 + 4H_2O$, gewöhnlich Seignettesalz genannt, krystallisirt in grossen prismatischen Krystallen, welche der sphenoidisch-hemiëdrischen Gruppe des rhombischen Systems angehören, also keine andern Symmetrieelemente als drei zu einander senkrechte zweizählige Symmetrieaxen besitzen. Sie können demnach piëzo- und pyroelektrische Erregbarkeit zeigen, und in der That ist eine solche von J. und P. Curie[1]) und Hankel und Lindenberg[2]) beobachtet worden. Letztere haben die Krystalle einem auf die Kanten zwischen (110) und (001) wirkenden Drucke ausgesetzt und gefunden, dass diejenigen Kanten, welche durch die linken Sphenoidflächen $\varkappa_l(111)$ abgestumpft würden, dabei positiv elektrisch werden. Bei Druck auf die Ecken eines Krystalles der Combination (110), (001) ergab sich dagegen keine Elektricitätsentwicklung, wie auch theoretisch vorauszusehen ist. Weitere Schlüsse lassen sich aus jenen Beobachtungen wegen der Ungleichförmigkeit der durch den Druck auf die Krystallkanten bewirkten Deformation nicht ziehen.

Die von mir untersuchten Krystalle, die von Herrn Goldbach stammten und mir durch Herrn Prof. Voigt freundlichst zur Verfügung gestellt wurden, waren begrenzt von den Flächen (110), (210), (010), (001), $\varkappa_l(111)$ und $\varkappa_r(211)$, letztere beiden als schmale Abstumpfungen ausgebildet. Dabei ist die von Müttrich (Pogg. Ann. **121**, 193. 1864) gewählte Aufstellung zu Grunde gelegt, bei welcher das Axenverhältniss ist: $a : b : c = 0{,}832 : 1 : 0{,}433$. Die Krystalle waren parallel den Prismenkanten $2^1/_2$ bis 3 cm lang und besassen 1 bis 2 cm Durchmesser; die Prismenzone war nur etwa zur Hälfte ausgebildet, da die Krystalle mit einer Fläche dieser Zone aufgelegen hatten. Zwar enthielten die Krystalle streckenweise kleine Einschlüsse von Bläschen, aber es waren doch grosse ganz homogene Partien vorhanden. Leider gelang es trotzdem nicht, Präparate von der wünschenswerthen Grösse und Güte der Flächen zu erhalten, weil die Bearbeitung infolge der grossen Sprödigkeit der Krystalle — welche bisweilen schon durch die Handwärme zerspringen und deshalb nicht aufgekittet werden können — äusserst schwierig war.

---

1) J. u. P. Curie, Compt. rend. **91**, 294—95; 383—87. 1880.

2) Hankel u. Lindenberg, Abhandl. d. K. sächs. Ges. d. Wiss. **18**, 361—405. 1892.

Für die optischen Constanten, soweit sie zur Rechnung gebraucht wurden, habe ich die von Müttrich[1]) bestimmten Werthe angenommen. Derselbe fand folgende Hauptbrechungsindices für Na-Licht („gelbes" Licht):

	α	β	γ
bei 15°	1,49155	1,49333	1,49683
„ 25°	1,49134	1,49314	1,49659

und den Axenwinkel

$$2\Omega = 70^0\,56' \text{ bei } 15^0, \quad = 72^0\,10' \text{ bei } 25^0.$$

Die erste Mittellinie ist die krystallographische Axe a (die „Brachydiagonale"), die zweite Mittellinie die Axe c, und somit, wenn wir festsetzen, dass die Coordinatenaxen X^0, Y^0, Z^0 der Reihe nach mit a, b, c zusammenfallen, nach unserer üblichen Bezeichnungsweise:

$$n_x = 1{,}49671, \qquad n_y = 1{,}49324, \qquad n_z = 1{,}49145 \text{ für } 20^0,$$

also

$$\omega_x < \omega_y < \omega_z.$$

Die Differenzen der Hauptbrechungsindices sind:

	$n_y - n_z$	$n_x - n_z$	$n_x - n_y$
bei 15°	0,00178	0,00528	0,00350
„ 35°	0,00185	0,00520	0,00335

folglich die Aenderungen für 1° Temperaturzunahme:

$$\frac{d(n_y - n_z)}{dt} = +0{,}0000035,$$

$$\frac{d(n_x - n_z)}{dt} = -0{,}000004,$$

$$\frac{d(n_x - n_y)}{dt} = -0{,}0000075.$$

Die Haupt-Dielektricitätsconstanten sind neuerdings von Herrn Borel[2]) nach der Methode von Boltzmann bestimmt worden. Derselbe fand (bei Anwendung eines 174 mal in der Secunde wechselnden Feldes):

$$K_1 = 8{,}89, \qquad K_2 = 6{,}92, \qquad K_3 = 6{,}70,$$

woraus sich ergiebt: $\varkappa_1 = 0{,}628$, $\quad \varkappa_2 = 0{,}471$, $\quad \varkappa_3 = 0{,}454$.

§ 1. **Allgemeine Formeln.**

Der allgemeine Ansatz 6) für die umkehrbaren optischen Wirkungen der dielektrischen Polarisation a, b, c nimmt für rhombisch-sphenoidische Krystalle die einfache Gestalt an:

1) Müttrich, Pogg. Ann. 121, 193, 398. 1864.

2) Ch. Borel, Arch. sciences phys. et nat. Genève. (3) 29, 131, 219, 327. 1893.

87)
$$\left| \begin{array}{l} B_{11} - \omega_x^{0^2} = B_{22} - \omega_y^{0^2} = B_{33} - \omega_z^{0^2} = 0; \\ B_{23} = e_{41} a, \quad B_{31} = e_{52} b, \quad B_{12} = e_{63} c. \end{array} \right.$$

Die piezoelektrische Erregung ist nach der Theorie von Herrn Voigt gegeben durch

88)
$$\left| \begin{array}{l} a = -\delta_{14} Y_z, \\ b = -\delta_{25} Z_x, \\ c = -\delta_{36} X_y; \end{array} \right.$$

folglich sind nach den Gleichungen 8) die Deformationen im elektrischen Felde:

89)
$$\left| \begin{array}{c} x_x = y_y = z_z = 0, \\ y_z = \delta_{14} \dfrac{a}{\varkappa_1}, \quad z_x = \delta_{25} \dfrac{b}{\varkappa_2}, \quad x_y = \delta_{36} \dfrac{c}{\varkappa_3}. \end{array} \right.$$

Ferner ist die Aenderung der Doppelbrechung durch Deformationen $x_x \ldots y_z \ldots$ bestimmt durch

90)
$$\left| \begin{array}{rl} B_{11} - \omega_x^{0^2} &= a_{11} x_x + a_{12} y_y + a_{13} z_z, \\ B_{22} - \omega_y^{0^2} &= a_{21} x_x + a_{22} y_y + a_{23} z_z, \\ B_{33} - \omega_z^{0^2} &= a_{31} x_x + a_{32} y_y + a_{33} z_z, \\ B_{23} &= a_{44} y_z, \\ B_{31} &= a_{55} z_x, \\ B_{12} &= a_{66} x_y. \end{array} \right.$$

Sind die Deformationen die durch 89) gegebenen, so werden von den vorstehenden Grössen die drei ersten gleich Null und die drei letzten beziehungsweise gleich

$$\frac{a_{44}\,\delta_{14}}{\varkappa_1} a, \qquad \frac{a_{55}\,\delta_{25}}{\varkappa_2} b, \qquad \frac{a_{66}\,\delta_{36}}{\varkappa_3} c,$$

woraus folgt, dass für die allgemein durch die Formeln 9) gegebenen Constanten, welche die optische Wirkung der im elektrischen Felde eintretenden Deformation bestimmen, hier die Ausdrücke gelten:

91)
$$e'_{41} = \frac{a_{44}\,\delta_{14}}{\varkappa_1}, \qquad e'_{52} = \frac{a_{55}\,\delta_{25}}{\varkappa_2}, \qquad e'_{63} = \frac{a_{66}\,\delta_{36}}{\varkappa_3}.$$

Die Verhältnisse liegen hier für die Untersuchung der Frage, ob die beobachteten e_{kh} mit den aus vorstehenden Relationen berechneten e'_{kh} identisch sind, insofern besonders günstig, als in jeder der letztern nur *eine* piëzoelektrische und *eine* piëzooptische Constante vorkommt, sodass man, selbst wenn es nicht gelingt, deren absolute Werthe zu ermitteln, doch schon aus dem *Vorzeichen* der Grössen δ_{hk} und a_{kk} (oder der zunächst gefundenen $a_{kk} s_{kk}$, da man weiss, dass die Torsionsmoduln s_{kk} sicher positiv sind) einerseits, und der e_{kh} andererseits

ersehen kann, ob die Relationen 91) erfüllt sein können oder nicht. Zudem hat man den Vortheil, je zwei der Grössen δ_{hk} und e_{kh}, z. B. δ_{14} und e_{41}, an einer einzigen Platte, die einer der Symmetrieebenen parallel geschnitten ist, bestimmen zu können. Nur die Ermittelung der a_{kk} erfordert mehr Beobachtungen und macht deshalb grössere Schwierigkeiten. Ein weiterer Vorzug, den das Seignettesalz bei der Untersuchung der Aenderungen des optischen Verhaltens vor den meisten andern optisch zweiaxigen Krystallen ohne Centrum der Symmetrie voraus hat, ist seine verhältnissmässig schwache Doppelbrechung, welche es ermöglicht, noch in ziemlich dicken Präparaten die Gangunterschiedsänderungen (natürlich in homogenem Licht) mittelst des Compensators zu messen, und zwar selbst in Richtungen, welche gegen die Symmetrieaxen geneigt sind. Wenn trotz dieser günstigen Aussichten die Untersuchung nicht zu Resultaten von der wünschenswerthen Sicherheit führte, so lag das theils an der Unmöglichkeit, Platten mit gut polirten, ebenen Flächen herzustellen, theils an besonderen Eigenthümlichkeiten des piëzoelektrischen und elektrooptischen Verhaltens des Seignettesalzes, welche weiter unten Erwähnung finden werden.

§ 2. Theorie der elektrooptischen Beobachtungen.

Da nach 87) infolge dielektrischer Polarisation nur B_{23}, B_{31}, B_{12} von Null verschiedene Werthe annehmen, während B_{11}, B_{22}, B_{33} ihre Anfangswerthe behalten, und da jene Werthe von B_{23}, B_{31}, B_{12} bei den praktisch erreichbaren Feldstärken klein sein werden gegen diejenigen der Differenzen $B_{22}-B_{33} = \omega_y^{0^2}-\omega_z^{0^2}$, $B_{33}-B_{11} = \omega_z^{0^2}-\omega_x^{0^2}$, $B_{11}-B_{22} = \omega_x^{0^2}-\omega_y^{0^2}$, so besteht die Aenderung des optischen Verhaltens nur in einer geringen Drehung der optischen Symmetrieaxen, während die Hauptlichtgeschwindigkeiten bis auf kleine Grössen 2ter Ordnung ungeändert bleiben. Jene Drehung setzt sich im allgemeinen Fall zusammen aus folgenden, immer im Sinne entgegen der Bewegung des Uhrzeigers positiv gerechneten Componenten[1]):

$$92)\quad \left|\begin{array}{ll} \text{Drehung um die } X^0\text{-Axe} & \Phi_x = \dfrac{B_{23}}{B_{22}-B_{33}} = \dfrac{e_{41}\,a}{\omega_y^{0^2}-\omega_z^{0^2}}, \\ \quad\text{"}\quad\text{"}\quad\text{"}\quad Y^0\text{-Axe} & \Phi_y = \dfrac{B_{31}}{B_{33}-B_{11}} = \dfrac{e_{52}\,b}{\omega_z^{0^2}-\omega_x^{0^2}}, \\ \quad\text{"}\quad\text{"}\quad\text{"}\quad Z^0\text{-Axe} & \Phi_z = \dfrac{B_{11}}{B_{11}-B_{22}} = \dfrac{e_{63}\,c}{\omega_x^{0^2}-\omega_y^{0^2}}. \end{array}\right.$$

Jede Drehungscomponente bestimmt sich lediglich durch die Componente des Momentes parallel ihrer Drehungsaxe. Wir können daher die Fälle, wo das Moment in eine der Symmetrieaxen fällt, getrennt betrachten; auch war bei den Versuchen die Anordnung stets in dieser Weise getroffen, um die durch eine der Constanten e_{kh} definirte Wirkung jedesmal allein zu bekommen.

---

1) Vergl. F. Pockels, Wied. Ann. 37, 155—157. 1889.

Es werde zunächst angenommen, dass die Kraftlinien parallel der X^0-Axe durch den Krystall gehen, mithin nur ein Moment $a = -\varkappa_1 \frac{\partial V}{\partial x}$ vorhanden ist. Die dadurch verursachte Drehung Φ_x der optischen Symmetrieaxen Y und Z wird zu klein sein, um direkt, etwa als Drehung der Auslöschungsrichtungen einer zur Y^0Z^0-Ebene parallelen Platte, wahrnehmbar zu sein. Sie wird sich aber zu erkennen geben in einer Aenderung des Gangunterschiedes der beiden Wellen, die sich in einer gegen die Y^0-Axe geneigten, in der Y^0Z^0-Ebene liegenden Richtung fortpflanzen. Die Differenz der Quadrate der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten ist nämlich für diese Wellen:

$$\omega_1^2 - \omega_2^2 = \omega_y^2 \sin^2\varphi + \omega_z^2 \cos^2\varphi - \omega_x^2,$$

wenn φ den Winkel zwischen der Wellennormale N und der Y-Axe bezeichnet. Wie schon bemerkt, können darin ω_y, ω_z, ω_x durch ihre ursprünglichen Werthe ersetzt werden. Dagegen geht φ, wenn sein anfänglicher, also von Y^0 aus gerechneter Werth φ^0 war, über in $\varphi^0 - \Phi_x$, folglich wird im elektrischen Felde

$$\omega_1^2 - \omega_2^2 = \omega_y^{0^2} \sin^2(\varphi^0 - \Phi_x) + \omega_z^{0^2} \cos^2(\varphi^0 - \Phi_x) - \omega_x^{0^2}$$

oder, wenn man Φ_x^2 vernachlässigt,

$$= \omega_y^{0^2} \sin^2\varphi^0 + \omega_z^{0^2} \cos^2\varphi^0 - \omega_x^{0^2} - 2\sin\varphi^0\cos\varphi^0 \cdot \Phi_x \cdot (\omega_y^{0^2} - \omega_z^{0^2})$$
$$= (\omega_1^{0^2} - \omega_2^{0^2}) - \sin 2\varphi^0 \cdot \Phi_x (\omega_y^{0^2} - \omega_z^{0^2})$$

oder unter Benutzung der ersten der Gleichungen 92)

$$= \omega_1^{0^2} - \omega_2^{0^2} - \sin 2\varphi^0 \cdot e_{41} a.$$

Folglich ist

93) $$\omega_1^2 - \omega_2^2 - (\omega_1^{0^2} - \omega_2^{0^2}) = -e_{41} a \sin 2\varphi^0,$$

wo sich ω_1 auf die parallel zur Y^0-Axe, ω_2 auf die in der Y^0Z^0-Ebene polarisirte Welle bezieht. Ihre grössten Werthe erreicht die Aenderung des Gangunterschiedes also in den Richtungen, welche die Winkel zwischen der Z^0- und Y^0-Axe halbiren, nämlich

$$-e_{41} a \text{ für } \varphi^0 = +45^0$$
$$+e_{41} a \;\;,, \;\; \varphi^0 = -45^0.$$

An einer rechteckigen Platte, deren breite Seitenflächen der Y^0Z^0-Ebene parallel sind, und welche senkrecht zu letzterer dielektrisch polarisirt wird, wird man demnach mit dem Compensator auf den beiden Schmalseitenpaaren entgegengesetzt gleiche relative Verzögerungen beobachten, welche mit $\pm e_{41} a \sin 2\varphi^0$ proportional sind. Am zweckmässigsten wird es sein, den Winkel φ^0, welchen die Schmalseiten der Platte mit der Y^0- beziehungsweise Z^0-Axe bilden, $= 45^0$

zu machen, was für die Herstellung der Präparate deshalb vorgeschrieben war.

Bei der Berechnung von e_{41} aus den erwähnten Compensatorbeobachtungen ist noch die Dickenänderung in der Beobachtungsrichtung zu berücksichtigen, welche die Platte infolge der durch die Formeln 89) gegebenen Deformation erleidet. Die letztere ist im jetzt betrachteten Falle: $y_z = \frac{\delta_{14} a}{\varkappa_1}$, $z_x = x_y = 0$, woraus die Dilatation $\frac{L - L^0}{L^0} = \frac{1}{2} \sin 2\varphi^0 \frac{\delta_{14} a}{\varkappa_1}$ in der Richtung φ^0 folgt.

Demnach ist zufolge der Formel 11) der durch das elektrische Moment a erzeugte Gangunterschied in Wellenlängen:

$$\overline{\Delta}_a = \frac{L}{\lambda}\left\{\frac{+n_1^{0^3}}{2}\frac{e_{41}}{v^2} a \sin 2\varphi^0 + (n_1^0 - n_2^0)\tfrac{1}{2}\sin 2\varphi_0 \frac{\delta_{14}}{\varkappa_1} a\right\}$$
$$= \frac{L}{\lambda}\frac{a \sin 2\varphi^0}{2\varkappa_1}\left\{\frac{e_{41}}{v^2}\varkappa_1 n_1^{0^3} + (n_1^0 - n_2^0)\delta_{14}\right\},$$

oder die behufs Compensation auszuführende Anzahl von Umdrehungen der Mikrometerschraube bei Beobachtung mit Na-Licht:

$$94)\qquad \Delta_a = 23{,}8\frac{L}{\lambda}\cdot\frac{\sin 2\varphi^0}{2}\cdot\frac{a}{\varkappa_1}\left\{-n_1^{0^3}\frac{e_{41}\varkappa_1}{v^2} + (n_2^0 - n_1^0)\delta_{14}\right\}.$$

Darin ist $\lambda = 589{,}2 \cdot 10^{-6}$, $n_2^0 = n_x^0$, $n_1^0 = \sqrt{n_y^{0^2}\sin^2\varphi^0 + n_z^{0^2}\cos^2\varphi^0}$, im Falle $\varphi^0 = 45^0$ also annähernd $= \frac{1}{2}(n_y^0 + n_z^0)$. Das Vorzeichen ist bestimmt unter der Voraussetzung, dass die Streifen des Compensators parallel den Kraftlinien gerichtet sind. — Analoge Formeln, die man aus 94) einfach durch cyclische Vertauschung der Buchstaben und Indices erhält, gelten für die an Platten parallel der Z^0X^0- beziehungsweise X^0Y^0-Ebene bei dielektrischer Polarisation parallel Y^0 beziehungsweise Z^0 zu beobachtenden Verzögerungen.

Wenn ausser der Drehung der Symmetrieaxen auch Aenderungen $\delta\omega_x^2$, $\delta\omega_y^2$, $\delta\omega_z^2$ der Quadrate der Hauptlichtgeschwindigkeiten stattfinden, so kommt zu dem Ausdrucke 94) noch ein Glied

$$95)\qquad \Delta_a' = 23{,}8\frac{L}{\lambda}\frac{n_m^3}{2}(\delta\omega_y^2\cdot\sin^2\varphi^0 + \delta\omega_z^2\cos^2\varphi^0 - \delta\omega_x^2)$$

hinzu, welches für die zu beiden Schmalseiten senkrechten Beobachtungsrichtungen den gleichen Werth hat, falls $\varphi^0 = 45^0$ ist, und welches auch für $\varphi^0 = 0$ und $\varphi^0 = 90^0$, d. h. bei Beobachtung in der Richtung der Symmetrieaxen, nicht verschwindet. Solche Aenderungen $\delta\omega_x^2$ etc., welche mit dem Moment a ihr Vorzeichen umkehren würden, sind nach der allgemeinen Theorie nicht möglich und wurden auch nicht beobachtet. Dagegen ergaben die Beobachtungen bei Elektrisirung parallel der X^0-Axe, dass ein derartiges Glied, welches bei Umkehrung der Elektrisirungsrichtung unverändert blieb, thatsächlich vorhanden war; und deshalb sollte hier gleich gezeigt werden, wie sich durch dessen Vor-

handensein die Compensatorbeobachtungen modificiren. Wenn jenes nicht mit dem Momente a das Vorzeichen wechselnde Glied Δ' auftritt, so kann man dennoch Δ' und den durch 94) gegebenen Ausdruck Δ. jederzeit getrennt bestimmen, indem man die Compensatorverschiebungen bei zwei entgegengesetzt gleichen Momenten beobachtet; die halbe Differenz derselben ist dann gleich Δ_a, die halbe Summe gleich Δ'_a. Ist $\varphi^0 = 45^0$, so wird man auf der einen schmalen Seitenfläche einer quadratischen Platte beim Moment $+a$ dieselbe Verschiebung beobachten, wie auf der anderen beim Moment $-a$, sodass dann auch die Summe der auf den beiden Seitenpaaren bei gleichem Moment beobachteten Verschiebungen $2\Delta'_a$, und deren Differenz $2\Delta_a$ liefert.

Ausser Compensatorbeobachtungen wurden, namentlich zur anfänglichen Orientirung, auch Beobachtungen im convergenten polarisirten Natriumlicht angestellt, wozu theils derselbe Axenwinkelapparat diente, welcher schon bei den Beobachtungen der Interferenzcurven am Turmalin benutzt wurde, theils auch geeignete Linsen, die bei Anwendung der gewöhnlichen grossen Nicols vor und hinter der Krystallplatte aufgestellt wurden. In letzterem Falle wurde ein Glasmaassstab in der vorderen Brennebene der ersten Linse angebracht, auf den sich dann die Interferenzfigur projicirte.

§ 3. **Elektrooptische Beobachtungen.**

a. Orientirungen und Dimensionen der untersuchten Platten.

Die untersuchten Platten besassen folgende Orientirungen und Dimensionen.

Platten 1, a, b, c: Breitseite parallel der Y^0Z^0-Ebene; Schmalseiten gegen die Y^0- und Z^0-Axe unter $\pm 45^0$ geneigt (abgesehen von Orientirungsfehlern bis zu 1^0, die hier nicht berücksichtigt zu werden brauchen) bei Platte 1a und 1b, unter 41^0 bezw. 49^0 bei Platte 1c. Dimensionen:

	Dicke D	L_{+45}	L_{-45}
1a ursprünglich:	3,47 mm	7,7 mm	7,63 mm
1a später neu abgeschliffen:	3,35	6,35	6,9
1b	2,85	7,4	6,95
1c	2,8	$L_{+41} = 7,1$	$L_{-49} = 6,6$

Hier, wie in den folgenden Tabellen, bezeichnet L_{+45} die Kantenlänge in der Richtung $\varphi^0 = +45^0$, L_{-45} diejenige in der Richtung -45^0.

Platten 2a, b: Breitseite bei Platte 2b parallel der Z^0X^0-Ebene, bei Platte 2a zwar parallel Z^0, aber gegen X^0 um $\delta =$ ca. 12^0 geneigt; Schmalseiten nahezu unter 45^0 gegen die Z^0-Axe geneigt. Dimensionen:

	D	L_{+45}	L_{-45}
2a	2,7 mm	8,55 mm	8,55 mm
2b	4,02	7,1	7,25

Platte 3: Breitseite parallel der $X^0 Y^0$-Ebene, Schmalseiten unter 45^0 gegen die X^0- und Y^0-Axe geneigt.

Dimensionen: $D = 3{,}2$, $L_{+45} = 7{,}4$, $L_{-45} = 7{,}15$ mm.

Platte 4: Breitseite parallel der $Y^0 Z^0$-Ebene, lange Kanten parallel Y^0 und Z^0.

Dimensionen: $D = 3{,}17$, $L_z = 8{,}50$, $L_y = 8{,}55$ mm.

Platten 5a und b: Breitseite parallel der $Z^0 X^0$-Ebene, lange Kanten parallel Z^0 und X^0. Dimensionen (wobei der Index von L die betreffende Kantenrichtung angiebt):

	D	L_z	L_x
5a	3,55 mm	8,35 mm	8,30 mm
5b	4,0	7,55	7,25

b. Beobachtungen bei Elektrisirung parallel der X^0-Axe.

I. An den Platten 1.

Die ersten Beobachtungen an den Platten 1a und 1b betrafen die Aenderungen der im convergenten homogenen Lichte sichtbaren Interferenzcurven, welche bei dielektrischer Polarisation der zwischen Metallplatten liegenden Platten eintraten. — Die Curven gleichen Gangunterschiedes auf den Schmalseiten dieser Platten sind Hyperbeln, deren (nicht mehr im Gesichtsfelde sichtbarer) Mittelpunkt nach der Seite der Z^0-Axe (2ten Mittellinie) hin verschoben ist; der letztern sind somit die convexen Seiten der sichtbaren Hyperbelbögen zugewandt, und da nach jener Seite hin der Gangunterschied abnimmt, so entspricht eine Verschiebung der Curven nach ihrer convexen Seite hin einer Zunahme des Gangunterschiedes.

Lag die Krystallplatte direct zwischen Metallbelegungen, so waren die bei positiver und negativer Ladung beobachteten Streifenverschiebungen gleich gerichtet, nämlich nach der convexen Seite hin, aber von sehr verschiedener Grösse; und bei gleicher Ladung fand stets gleichzeitig auf dem einen Flächenpaar die grössere, auf dem andern die kleinere Verschiebung statt. Beim Wechsel der Ladung trat jedoch zunächst eine Streifenverschiebung im entgegengesetzten Sinne ein, die aber zum grössten Theil nach der Entladung dauernd zurückblieb. Bei der zweiten oder dritten Ladung erfolgte dann schon wieder eine Verschiebung nach der convexen Seite; bei starker Ladung fand

sogar schon während der ersten Ladung die Umkehrung des Verschiebungssinnes statt. Die erwähnte dauernde Streifenverschiebung trat schon bei sehr schwacher Ladung ein.

Bei rohen Messungen am Ocularmaassstab des Axenwinkelapparates wurde zwischen die eine Metallplatte und den Krystall eine Glimmerplatte zum Schutz gegen Funkenüberspringen gelegt. Dann wurde bei schwacher, der Schlagweite 0,5 der Maassflasche entsprechender Ladung auch eine Verschiebung nach der concaven Seite beobachtet, einmal ganz symmetrisch im Betrage von $\pm \frac{1}{5}$ Streifenabstand, wonach die relative Verzögerung ca. $\frac{1}{5}$ Wellenlänge betrug für die Feldstärke ca. 57 und die Länge 8 mm. Bei stärkerer Ladung war aber die Verschiebung nach der concaven Seite immer zu klein und nahm schon vor der Entladung wieder ab. Ebensolche Beobachtungen an der Platte 1c ergaben folgende bei der Ladung der einen Metallplatte eintretende Streifenverschiebungen, ausgedrückt in Theilen des Streifenabstandes und positiv gerechnet, wenn sie nach der convexen Seite hin erfolgten.

Schlagweite a	Streifenverschiebung.			
1,0	— 0,1 bis + 0,1	und + 0,45	auf dem 1ten Schmalseitenpaar.	
0,5	— 0,1 bis 0	„ + 0,15		
1,0	+ 0,1	„ + 0,4	auf dem 2ten	„
0,5	— 0,05	„ + 0,15		

Wurde die Platte von beiden Metallbelegungen durch Glimmerplatten isolirt, so trat noch bei Schlagweiten 1,25 bis 1,5 Verschiebung nach der concaven Seite auf; die gesammte Verschiebung war aber kleiner. Das Ladungspotential, bei dem die negative Verschiebung ganz verschwand, schien mit der Zeit zu variiren, wohl in Folge verschiedener Leitungsfähigkeit der Krystalloberfläche.

Die beschriebenen Erscheinungen weisen darauf hin, dass hier eine ihr Vorzeichen nicht umkehrende optische Wirkung der dielektrischen Polarisation, und zwar eine Zunahme der Doppelbrechung vorhanden ist, welche zu der nach der Theorie zu erwartenden, sich mit dem Momente a umkehrenden, hinzukommt.

Die weiterhin angestellten Compensatorbeobachtungen bestätigen dies. So ergaben z. B. Beobachtungen an der Platte 1a, wobei dieselbe direkt zwischen den Metallplatten lag und das Potential mit dem Bifilar-Elektrometer (bei dem $A = 282$, $e^0 = 30{,}7$ war) gemessen wurde, folgende Resultate:

Beobachtungs-Richtung $\varphi^0 = -45^0$.

	Moment a positiv			Moment a negativ			
α	30	20	10	20	15	10	5
V	13,7	11,2	8,0	11,2	9,8	8,0	5,7
Δ	+ 1,58	+ 1,18	+ 0,66	+ 4,70	+ 3,86	+ 2,83	+ 1,69

Hieraus berechnet

$$\frac{\frac{1}{2}(\Delta_+ - \Delta_-)}{V} = -\frac{1{,}76}{11{,}2} = -0{,}157 \text{ bezw.} = -\frac{1{,}08}{8{,}0} = -0{,}135,$$

und im Mittel:

$$\frac{\frac{1}{2}(\Delta_+ - \Delta_-)}{VL} = -0{,}019.$$

Beobachtungsrichtung $\varphi^0 = +45^0$.

	Moment a positiv	Moment a negativ
α	10	10
V	8,0	8,0
Δ	+ 3,5 bis 3,8	+ 0,6 bis + 0,7

$$\frac{\frac{1}{2}(\Delta_+ - \Delta_-)}{V} = +0{,}19, \quad \frac{\frac{1}{2}(\Delta_+ - \Delta_-)}{VL} = +0{,}0244.$$

Im Mittel aus beiden Werthen:

$$\frac{\frac{1}{2}(\Delta_+ - \Delta_-)}{\frac{\partial V}{\partial n} L \sin 2\varphi^0} = \frac{\Delta_a}{\frac{\partial V}{\partial n} L \sin^2 \varphi^0} = +\mathbf{0{,}00755}.$$

Spätere Beobachtungen, wobei das Potential mittelst des S. 27—29 beschriebenen optischen Elektrometers gemessen wurde, und bei denen die Kraftlinien immer so verliefen, dass a positiv war, ergaben:

	$V = 9{,}5$	$V = 4{,}75$
Beobachtungsrichtung $\varphi^0 = -45^0$	$\Delta = +0{,}92$, später 0,60	+ 0,10 bis 0,15
„ $\varphi^0 = +45^0$	+ 4,50	+ 2,00

Hieraus $\frac{\frac{1}{2}(\Delta_{+45} - \Delta_{-45})}{V} = \frac{1{,}87}{9{,}5} = 0{,}197$ bezw. $\frac{0{,}94}{4{,}75} = 0{,}198$,

$$\frac{\Delta_a}{L \frac{\partial V}{\partial n} \sin 2\varphi^0} = +\mathbf{0{,}00895}.$$

(Für L ist hier ein Mittelwerth genommen, da zunächst so gerechnet war, als ob $L_{+45} = L_{-45}$ sei, in welchem Falle $\Delta_{+45} - \Delta_{-45} = \pm(\Delta_+ - \Delta_-)$ ist.)

In derselben Weise wurde an der Platte 1b (welche dabei in Benzol eingetaucht war, was aber im Fall direct anliegender Metallbelegungen nichts ändert) beobachtet:

$\Delta = +5{,}80$ und $-0{,}55$ für $V = \pm 9{,}5$ auf der einen,
$= -5{,}90$ „ $+0{,}50$ „ „ „ „ „ „ „ andern schmalen Seitenfläche

Hieraus folgt $\frac{\Delta_+ - \Delta_-}{2V} = \frac{3{,}19}{9{,}5} = 0{,}336$,

$$\frac{\Delta_a}{L \frac{\partial V}{\partial n} \sin 2\varphi^0} = +\frac{0{,}336 \cdot 0{,}285}{7{,}2} = +\mathbf{0{,}0133}.$$

Genaue Messungen bei dieser Anordnung auszuführen, verhinderte der Umstand, dass sich die Nullstellung des Compensators, d. h. die Einstellung für $V = 0$, nach jeder Umkehrung des Vorzeichens der Ladung zunächst sehr bedeutend (um mehrere ganze Umdrehungen) verschob und auch mit der Stärke der Ladung variirte. Der Sinn dieser Nullpunktsverschiebung war derjenige des jedesmal nach der Theorie zu erwartenden Δ, sodass beispielsweise, wenn man erst bei positiver Ladung positives Δ beobachtet hatte, nach Vertauschung der Pole bei der ersten negativen Ladung ein grosses negatives Δ einzutreten schien, welches aber bei der Entladung nicht oder nur zum kleineren Theil wieder verschwand. Diese Nullpunktsverschiebung erfolgte bereits bei ganz geringem — einer Schlagweite von kaum $\frac{1}{5}$ mm entsprechendem — Ladungspotential und nahm bei stärkerer Ladung nur noch unerheblich zu. Es scheint, dass sie von einem Eindringen der elektrischen Ladungen der Belegungen in die Krystallplatte herrührte, da sich die Oberfläche der letztern, wenn man sie nach einem Versuch zwischen den Metallplatten herausnahm und mit einem Elektroskop prüfte, mit Elektricität von demselben Vorzeichen geladen erwies, welches die Ladung der anliegenden Metallplatte besessen hatte. Für diese Erklärung spricht ferner der Umstand, dass die Nullpunktsverschiebung nicht mehr auftrat, wenn die Metallbelegungen von der Krystallplatte durch hinreichend dicke Glimmerplatten getrennt wurden; hierdurch wurde zugleich die sich nicht mit der Ladung umkehrende Zunahme der Doppelbrechung Δ' auf einen geringen Betrag reducirt, sodass jetzt Δ wirklich mit der Ladung das Vorzeichen wechselte, wenn auch der absolute Betrag der negativen Werthe meist noch kleiner war als derjenige der positiven.

Aus diesen Gründen wurden zahlreiche Beobachtungen bei durch Glimmerplatten isolirter Krystallplatte angestellt; allein zu einem sicheren Resultat für den Werth von e_{41} führten auch diese nicht, weil das elektrische Feld in der Krystallplatte in diesem Falle durch oberflächliche, vielleicht auch innere Leitungsfähigkeit der letzteren eine schwer zu beurtheilende Schwächung erlitt. Immerhin mögen einige der so erhaltenen Beobachtungsreihen mitgetheilt werden; die dabei jedesmal in der letzten Zeile enthaltenen Mittelwerthe des für gleiches positives und negatives Potential gebildeten Quotienten $\frac{\Delta}{V}$ stimmen zufolge S. 166, 167 überein mit den durch den absoluten Werth des Potentials dividirten Werthen des durch Formel 94) gegebenen Ausdruckes Δ_a für positives Moment a.

Bei der nachstehenden Beobachtungsreihe an Platte 1a war die letztere in Benzol eingetaucht, um die oberflächliche Leitungsfähigkeit möglichst zu verringern. Es diente hierzu ein kleiner quadratischer Trog mit Wänden aus Spiegelglasplatten und von einer Messingplatte gebildetem Boden, auf welchen die Krystallplatte zwischen den durch Glimmerplatten von ihr getrennten Messingplatten zu liegen kam; der Boden des Troges war zur Erde abgeleitet, die obere Messingplatte, in welche ein vertikaler Draht eingeschraubt war, mit der Batterie und Influenzmaschine verbunden. Die Glimmerplatten waren etwas

grösser als die Messingplatten (nämlich Quadrate von etwa 21 mm Seite) und 0,178 mm dick. Zur Messung von V diente das Bifilar-Elektrometer (mit $A = 282$, $e^0 = 30{,}4$); V ist nachstehend mit demjenigen Vorzeichen angegeben, welches die Ladung derjenigen Fläche, aus welcher die $-X^0$-Axe austrat, besass und welches also zugleich das Vorzeichen des Momentes a war.

Beobachtungsrichtung $\varphi^0 = +45^0$.

V	+ 11,5	— 11,5	+ 15,68	— 15,68	+ 11,26	— 11,26	+ 15,68	— 15,68	+ 21,52	— 21,52
Δ	+ 1,30	— 1,30	+ 1,70	— 1,70	+ 1,10	— 1,00	+ 1,60	— 1,50	+ 2,15	— 2,10
Δ/V	+ 0,112		+ 0,108		+ 0,0932		+ 0,0987		+ 0,0960	

$$\text{Insgesammt: } \frac{\Delta}{LV} = +\mathbf{0{,}0132}.$$

Beobachtungsrichtung $\varphi^0 = -45^0$.

V	+ 11,26	— 11,26	+ 15,7	— 15,7	+ 11,2	— 11,2	+ 15,7	— 15,7	+ 21,55	— 21,55
Δ	— 0,95	+ 1,50	— 1,30	+ 1,85	— 0,95	+ 1,00	— 1,00	+ 1,53	— 1,85	+ 2,05
Δ/V	— 0,109		— 0,100		— 0,0864		— 0,0808		— 0,0903	

$$\text{Insgesammt: } \frac{\Delta}{VL} = -\mathbf{0{,}0122}.$$

Also wird im Mittel:

$$\frac{\Delta_a}{LV\sin 2\varphi^0} = +0{,}0127,$$

und, wenn man die Dielektricitätsconstante des Krystalles bei der Polarisationsrichtung X^0 nach Borel $= 8{,}89$, diejenige des Glimmers $= 6{,}4$ setzt, sodass $\frac{\partial V}{\partial n} = \frac{V}{0{,}347 + 1{,}39 \cdot 0{,}035} = \frac{V}{0{,}396}$ wird,

$$\frac{\Delta_a}{L \sin 2\varphi^0 \frac{\partial V}{\partial n}} = +0{,}00503.$$

Eine analoge Beobachtungsreihe, bei der aber die Platte nicht in Benzol eingetaucht war, ergab:

Beobachtungsrichtung $\varphi^0 = +45^0$.

V	+ 15,7	— 15,7	+ 21,5	— 21,5
Δ	+ 1,25	— 1,25	+ 1,83	— 1,77
	+ 1,30	— 1,10	+ 1,95	— 1,70
Δ/V	+ 0,078		+ 0,084	

$$\text{Zusammen } \frac{\Delta}{VL} = \mathbf{0{,}0105}.$$

Beobachtungsrichtung $\varphi^0 = -45^0$.

V	+ 15,7	— 15,7	+ 21,5	— 21,5	+ 11,2	— 11,2
$\varDelta$	— 1,20	+ 1,20	— 1,70	+ 1,68	— 0,80	+ 0,85
	— 1,13	+ 1,33	— 1,58	+ 1,88		
$\varDelta / V$	— 0,0784		— 0,0794		— 0,0735	

$$\text{Insgesammt } \frac{\varDelta}{VL} = -\mathbf{0{,}0101}.$$

Im Mittel aus den Beobachtungen in beiden Richtungen:

$$\frac{\varDelta_a}{L \sin 2\varphi^0 \frac{\partial V}{\partial n}} = 0{,}0103 \cdot 0{,}396 = +\mathbf{0{,}00408}.$$

Die geringere Grösse des bei Beobachtungen in Luft erhaltenen Resultates beruht wohl auf der schon erwähnten Schwächung des Potentialgefälles durch oberflächliche Leitung, welche im ersten Falle durch das Eintauchen in Benzol vermindert war.

Eine Beobachtungsreihe an der Platte 1b in Benzol ergab nachstehende Resultate. (Das Potential wurde mit dem optischen Elektrometer gemessen.)

Beobachtungsrichtung $\varphi^0 = +45^0$.

V	+ 9,5	— 9,5	+ 14,3	— 14,3	+ 19,0	— 19,0
$\varDelta$	+ 1,10	— 0,92	+ 1,58	— 1,25	+ 2,20	— 1,75
$\varDelta / V$	+ 0,106		+ 0,099		+ 0,104	

$$\text{Mittel: } \frac{\varDelta}{LV} = +\mathbf{0{,}0139}.$$

Beobachtungsrichtung $\varphi^0 = -45^0$.

V	+ 9,5	— 9,5	+ 14,3	— 14,3	+ 19,0	— 19,0
$\varDelta$	— 0,85	+ 0,95	— 1,23	+ 1,45	— 1,55	+ 2,00
$\varDelta / V$	— 0,0947		— 0,0937		— 0,0936	

$$\text{Mittel: } \frac{\varDelta}{LV} = -\mathbf{0{,}0135}.$$

Hier ist $\frac{\partial V}{\partial n} = \frac{V}{0{,}285 + 1{,}39 \cdot 0{,}035} = \frac{V}{0{,}334}$, demnach folgt aus beiden Werthen zusammen:

$$\frac{\varDelta_a}{L \sin 2\varphi^0 \frac{\partial V}{\partial n}} = +\mathbf{0{,}00457}.$$

Endlich seien noch Beobachtungen an der Platte 1c, die ebenfalls zwischen Glimmerplatten in Benzol lag, angeführt. Beobachtet wurde parallel den längeren Kanten, das ist in der Richtung $\varphi^0 = -41^0$:

V	$\pm 19{,}0$		$\pm 14{,}3$		$\pm 9{,}5$	
Δ	$+2{,}00$	$-1{,}53$	$+1{,}50$	$-1{,}10$	$+0{,}95$	$-0{,}80$
Δ/V	0,093		0,091		0,092	

$$\text{Mittel: } \frac{\Delta}{VL} = \mathbf{0{,}0130},$$

$$\frac{\Delta_a}{L \sin 2\varphi^0 \frac{\partial V}{\partial n}} = \frac{0{,}0130 \cdot 0{,}33}{0{,}99} = \mathbf{+0{,}00434}.$$

Aus den Beobachtungen an allen Platten 1) mit zwischengelegten Glimmerplatten in Benzol ergiebt sich also schliesslich für diese Grösse der Werth

$$\tfrac{1}{3}(\mathbf{0{,}00503 + 0{,}00457 + 0{,}00434}) = \mathbf{+0{,}00465},$$

dagegen folgen aus denjenigen ohne Glimmerplattten die viel grösseren Werthe:

$$\mathbf{+0{,}00755}, \quad \mathbf{0{,}00895}, \quad \mathbf{0{,}0133},$$

welche letzteren aber, wie schon oben bemerkt wurde, wegen der Nullpunktsverschiebung sehr unsicher sind.

Nehmen wir den Werth $+0{,}0047$ an, so ist nach Formel 94)

$$+0{,}0047 = \frac{23{,}8}{2\lambda}\left(-n_1^{0^3}\frac{e_{41}\varkappa}{v^2} + (n_2^0 - n_1^0)\delta_{14}\right).$$

Der Werth von δ_{14} liess sich, wie wir bei Erörterung der piëzoelektrischen Versuche sehen werden, ebenfalls nur sehr unsicher bestimmen, sodass sich nur seine Grössenordnung angeben lässt. Nehmen wir den grössten der gefundenen Werthe: $+1180 \cdot 10^{-8}$, so wird, da $n_2^0 - n_1^0 = n_x^0 - \frac{1}{2}(n_y^0 + n_z^0) = +0{,}0044$ ist, $(n_2^0 - n_1^0)\delta_{14} = +5{,}2 \cdot 10^{-8}$ und giebt zu $\dfrac{2\lambda \cdot 0{,}0047}{23{,}8} = 23{,}3 \cdot 10^{-8}$ eine relativ grosse Correction; mit dem unteren Grenzwerth von $\delta_{14}: +340 \cdot 10^{-8}$ gerechnet, wird die letztere $+1{,}5 \cdot 10^{-8}$. Durchschnittlich kann diese Correction also auf $3 \cdot 10^{-8}$ geschätzt werden, wodurch man erhält:

$$\frac{e_{41}\varkappa_1}{v^2} = -\frac{20{,}3 \cdot 10^{-8}}{3{,}33} = \mathbf{-6 \cdot 10^{-8}},$$

und nach Einsetzung des S. 162 angegebenen Werthes von $\varkappa_1$:

$$e_{41} = \mathbf{-9{,}6 \cdot 10^{-8} v^2}.$$

Dieser Werth ist nach dem oben Gesagten wahrscheinlich (absolut genommen) noch erheblich zu klein; die obere Grenze, welche sich aus den Beobachtungen, bei denen die Metallplatten dem Krystall direct anlagen, ergeben würde, ist für $\dfrac{e_{41}\varkappa_1}{v^2}$ etwa $\mathbf{-17 \cdot 10^{-8}}$.

Mit Sicherheit lässt sich also für die elektrooptische Constante $\frac{e_{41}\varkappa_1}{v^2}$ nur das Vorzeichen und die Grössenordnung angeben. Ihre Grösse ist mindestens die 10fache, wahrscheinlich sogar die 20- bis 30fache von derjenigen der elektrooptischen Constanten $\frac{e_{41}\varkappa_1}{v^2}$ des Natriumchlorates und $\frac{e_{11}\varkappa_1}{v^2}$ des Quarzes, sodass das Seignettesalz bei Elektrisirung parallel der krystallographischen Axe a jedenfalls einen weit stärkeren, sich mit der Kraftlinienrichtung umkehrenden elektrooptischen Effect zeigt, als Natriumchlorat und Quarz.

II. Beobachtungen an der Platte 4.

Um die sich nicht mit dem Vorzeichen der Elektrisirung umkehrende optische Wirkung, deren Vorhandensein aus den Beobachtungen an den Platten 1) hervorging, näher zu untersuchen, war die Platte 4) hergestellt worden. Denn an dieser musste auf den Schmalseiten, d. h. bei Beobachtung parallel Y^0 und Z^0, jene Wirkung allein übrig bleiben, da für $\varphi^0 = 0$ und $\varphi^0 = 90^0$ nach Formel 94) der von der Drehung der Symmetrieaxen herrührende Gangunterschied verschwindet. In der That zeigte sich schon bei qualitativen Beobachtungen im convergenten Licht eine starke optische Wirkung der dielektrischen Polarisation, und zwar, wie zu erwarten, sowohl bei positivem als bei negativem Moment eine Zunahme der Doppelbrechung auf beiden Schmalseiten. Es werden also die (positiven) Differenzen $\omega_z^{0^2} - \omega_x^{0^2}$ und $\omega_y^{0^2} - \omega_x^{0^2}$ durch dielektrische Polarisation beide vergrössert. Beobachtungen mit dem Compensator bestätigten dieses Resultat, führten aber nicht zu übereinstimmenden absoluten Werthen. Auch ergab sich, dass die relative Verzögerung nicht, wie man erwarten sollte, proportional mit V^2, sondern langsamer wuchs, wenn auch schneller als der absolute Werth von V selbst. Folgende Beobachtungsresultate z. B. lassen dies deutlich erkennen. Die Zahlen Δ sind darin das arithmetische Mittel aus den sehr nahe übereinstimmenden Werthen, welche bei gleicher positiver und negativer Ladung beobachtet wurden, und der Index von Δ giebt die Beobachtungsrichtung an; die Potentiale entsprachen den Ausschlägen $\alpha = 5$, 10, 20, 30 des Bifilar-Elektrometers.

V	$\pm 5,7$	$\pm 8,0$	$\pm 11,3$	$\pm 13,7$
V^2	35,6	71,0	140	207
Δ_y	+ 1,55	2,50	3,20	4,30
Δ_z	+ 1,95	3,20	4,45	5,40

Die Verzögerung ist also in der Richtung der Y^0-Axe etwas kleiner als in der Richtung der Z^0-Axe, und dasselbe Verhältniss gilt für die Aenderungen $\delta(\omega_x^2 - \omega_z^2)$, $\delta(\omega_x^2 - \omega_y^2)$, da die Kantenlängen $\parallel Y$ und $\parallel Z$ bei der Platte 4) gleich sind und Dickenänderungen in diesen Richtungen durch die dielektrische Polarisation nicht verursacht werden. Da somit $\delta(\omega_x^2 - \omega_y^2)$ und $\delta(\omega_x^2 - \omega_z^2)$ relativ wenig von einander

verschieden sind, so muss $\delta(\omega_y^2 - \omega_z^2)$ klein gegen diese beiden Grössen sein, und folglich $\parallel X^0$, d. h. in der Richtung der Kraftlinien nur eine viel geringere Gangunterschiedsänderung auftreten. In der That war eine solche gar nicht wahrnehmbar, als die Platte, analog wie früher die Natriumchlorat-Platten, in einem mit Benzol gefüllten Glastrog so aufgestellt wurde, dass man die Interferenzcurven auf ihren Breitseiten beobachten konnte, während die Kraftlinien senkrecht zu letzteren verliefen. Allerdings war bei dieser Anordnung auch die Feldstärke geringer, als bei der früheren. —

Der, wie man sieht, sehr erhebliche Betrag der Aenderungen $\varDelta_y$ und $\varDelta_z$ wurde sehr stark herabgemindert, wenn Glimmerplatten zwischen die Krystallplatte und die Metallbelegungen eingeschaltet wurden; beispielsweise wurde dann für das Potential ± 19, dem hier etwa dasselbe Potentialgefälle entspricht, wie dem Potential 16,5 bei direct anliegenden Metallplatten, beobachtet

$$\varDelta_y = 0{,}50 \qquad \varDelta_z = 0{,}58.$$

Dieser Umstand könnte auf die Vermuthung führen, dass die fragliche Zunahme der Doppelbrechung mit der innern Leitungsfähigkeit zusammenhinge, welche das Seignettesalz wahrscheinlich (und vielleicht besonders stark in der Richtung X^0), besitzt. Die nächstliegende Annahme, daß ihr Grund die Erwärmung der Platte durch den hindurchgehenden elektrischen Strom sei, ist aber jedenfalls nicht zutreffend; denn eine Erwärmung bewirkt im Seignettesalz zwar in der That eine starke Aenderung der Doppelbrechung, aber derart, dass der Gangunterschied in der Richtung der Y^0- und Z^0-Axe abnimmt, wie die S. 162 angeführten Resultate von Müttrich betreffs der Aenderungen von $n_x - n_z$ und $n_z - n_y$ zeigen. Gegen die Erklärung durch eine Wärmewirkung spricht übrigens auch die Exactheit, mit welcher die beobachtete optische Aenderung beim Entladen der Batterie wieder verschwand (— der Nullpunkt war selbst nach sehr starker Aenderung $\varDelta$ wieder der frühere —), sowie der Umstand, dass sie merklich constant blieb, wenn die Potentialdifferenz längere Zeit constant gehalten wurde; die etwa entwickelte Joule'sche Wärme hingegen würde einerseits nach der Entladung nur allmählich verschwinden und andererseits mit der Ladungsdauer wachsen. — Zweitens könnte man als Ursache der fraglichen optischen Wirkung eine sehr starke nicht umkehrbare Deformation des Krystalles im elektrischen Felde vermuthen. Die gewöhnliche, d. h. aus den Maxwell'schen Spannungen zu berechnende Elektrostriction kann nur optische Aenderungen von viel niedrigerer Grössenordnung, als die hier beobachteten, hervorrufen, wie eine analoge Berechnung, wie sie für Quarz in § 2c ausgeführt wurde, ergiebt. Man müsste demnach annehmen, dass diejenigen Elektrostrictionswirkungen, welche das reciproke Phänomen zur Aenderung der Dielektricitätconstanten durch Deformationen sind[1]), beim Seignettesalz eine ausserordentliche Grösse erreichten. Eine rohe

---

1) Vergl. F. Pockels, Gruners Archiv für Math. u. Phys. **12**, 92—94. 1893, wo diese Wirkungen als „Spannungen 2ter Art" bezeichnet sind.

Berechnung lehrt, dass die Grössen, welche die Aenderungen der Dielektricitätsconstanten durch Deformationen bestimmen, die Grössenordnung 50000 erreichen müssten, so dass sich der Werth der Dielektricitätsconstante beispielsweise durch die lineare Dilatation $^1/_{70000}$ schon um etwa $^1/_{10}$ seines Betrages ändern würde. Eine so ausserordentlich starke Veränderlichkeit der dielektrischen Eigenschaften ist aber doch in hohem Grade unwahrscheinlich.

Eine Erklärung jenes merkwürdigen nicht umkehrbaren elektrooptischen Effectes vermag ich demnach vorläufig nicht zu geben. Es sei nur noch darauf hingewiesen, dass dessen Grösse diejenige des von Kerr in dielektrischen Flüssigkeiten und angeblich auch in Glas beobachteten analogen Effectes bei Weitem übertrifft.

b. Kraftlinien parallel der Y^0-Axe.

I. Beobachtungen an der Platte 2b.

Auf den Schmalseiten dieser Platte, also in den Richtungen, welche die Winkel zwischen Z^0 und X^0 halbiren, war ebenfalls eine starke Aenderung des Gangunterschiedes bei dielektrischer Polarisation zu beobachten, welche aber beim Zeichenwechsel der letzteren nahezu vollständig in die entgegengesetzte überging. Auch eine bleibende Verschiebung des Nullpunktes nach Aenderung des Vorzeichens der Ladung, wie sie bei den Platten 1) vorhanden war, wenn sie direct zwischen Metallplatten lagen, trat hier nicht auf, sondern höchstens langsame Nullpunktsverschiebungen infolge von Temperaturänderungen, welche auf die Doppelbrechung des Seignettesalzes starken Einfluss haben. — Dementsprechend wurden die Beobachtungen alle in der Weise angestellt, dass die Krystallplatte direct zwischen den Metallplatten lag und zwar in Benzol eingetaucht, theils der besseren Isolation wegen, theils um auch schräg durch die Platte hindurchsehen zu können. Die Compensatorstreifen erschienen hier je nach der Lage der Platte entweder verwaschen und auseinandergerückt, oder scharf, aber eng gedrängt, da sich der Gangunterschied mit der Neigung der Wellennormalen gegen die (den optischen Axen benachbarten) Normalen der Schmalseiten sehr schnell ändert. Aus diesem Grunde wurden die Einstellungen ziemlich ungenau und schien es wünschenswerth, noch in anderen, unter bekannten Winkeln gegen jene Normalen geneigten Richtungen zu beobachten. Dies wurde nun in der Weise ausgeführt, dass der auf der Mitte eines drehbaren Tischchens aufgestellte Trog sammt der darin liegenden Platte, deren Schmalseiten den Seitenwänden des Troges parallel gerichtet waren, um einen bestimmten Winkel ψ aus der ursprünglichen Lage, d. h. derjenigen, wo eine Seitenfläche zur Beobachtungsrichtung senkrecht war, herausgedreht wurde. Dann bildeten die zur Beobachtung gelangenden Wellennormalen im Krystall mit den anfangs der Beobachtungsrichtung parallelen Kanten einen Winkel ψ^0, welcher $= \arcsin\left(\frac{1}{n_y^0}\sin\psi\right)$ gesetzt werden kann, und der in der Formel 94), bezw. der daraus durch Vertauschung von Y mit Z, Z mit X, e_{41} mit e_{52} er-

haltenen Formel, mit φ^0 bezeichnete Winkel ist $= \pm 45^0 \pm \arcsin\left(\frac{1}{n_y^0}\sin\psi\right)$ je nach dem Sinne der Drehung ψ. Ausserdem ist zu berücksichtigen, dass die Länge des Weges im Krystall im Verhältniss $\frac{1}{\cos\psi^0}$ vergrössert ist. Bei den Beobachtungen wurde $\psi = \pm 30^0$ gewählt; dann ergiebt sich $\psi^0 = 19^0 30'$ und $\varphi^0 = \pm 25^0 30'$ bezw. $\pm 64^0 30'$, und der mit $\frac{\cos 19^0 30'}{\sin 51^0}$ multiplicirte in der Richtung $\psi = 30^0$ beobachtete Gangunterschied muss gleich dem für $\varphi^0 = 45^0$ oder $\psi = 0^0$, d. h. bei senkrechter Durchsicht beobachteten sein.

In der folgenden Zusammenstellung der Beobachtungsresultate ist in der Ueberschrift angegeben, ob die Beobachtungsrichtung im Quadranten $(+Z^0, +X^0)$ oder $(+Z^0, -X^0)$ lag; $\Delta_{\pm 45}$ bedeutet den in der oben erwähnten Weise auf die Richtung $\varphi^0 = \pm 45^0$ reducirten Gangunterschied. Dem mit dem optischen Elektrometer gemessenen Potential ist das Vorzeichen des Momentes b beigelegt.

Beobachtungsrichtung zwischen $+Z^0$, $+X^0$.

$\psi = 0$

V	−18,4	+17,8	−19,0	+18,1	−18,3	+19,0	−18,3	+19,0	−19,0
Δ	−1,10	+0,80	−1,14	+0,90	−1,04	+1,10	−1,14	+1,20	−1,20
$\frac{\Delta}{V}$	+0,0549			+0,0532		+0,0600		+0,0631	

Mittel: $\frac{\Delta_{+45}}{V} = +0,0578.$

	$\psi = +30^0$				$\psi = -30^0$			
V	−18,7	+18,5	+18,9	−18,5	+18,3	−18,2	+17,1	−19,0
Δ	−1,00	+1,00	+0,95	−0,86	+0,86	−0,95	+0,90	−1,00
$\frac{\Delta}{V}$	+0,0538		+0,0485		+0,0498		+0,0525	

Hieraus berechnet: $\frac{\Delta_{+45}}{V} = 0,0512 \cdot \frac{0,94}{0,777} = +0,062.$

Insgesammt: $\frac{\Delta_{+45}}{LV} = +\mathbf{0,00845}.$

Beobachtungsrichtung zwischen $+Z^0$, $-X^0$.

$\psi = 0$

V	+18,8	−19,0	−19,0	+19,0	+18,5	−19,0	+18,5	−18,7	+18,2	−18,2
Δ	−1,15	+1,17	+1,00	−1,05	−1,00	+1,00	−1,05	+1,10	−1,15	+1,10
$\frac{V}{\Delta}$	−0,0614		−0,0540		−0,0532		−0,0578		−0,0617	

Mittel: $\frac{\Delta_{-45}}{V} = -0,0576.$

	$\psi = \pm 30^0$		$\psi = -30^0$		$\psi = +30^0$	
V	−18,1	+17,1	−19,0	+19,0	+19,0	−18,1
Δ	−0,85	+0,83	+0,95	−1,00	−1,00	+0,95
$\frac{\Delta}{V}$	−0,0477		−0,0513		−0,0539	

$$\text{Hieraus: } \frac{\Delta_{-45}}{V} = -0{,}0617.$$

$$\text{Insgesammt: } \frac{\Delta_{-45}}{LV} = -\mathbf{0{,}00825}.$$

Es bestätigt sich somit nahezu, dass Δ_{+45} und Δ_{-45} entgegengesetzt gleich sind, und man erhält im Mittel $\frac{\Delta_b}{LV\sin 2\varphi^0} = +\mathbf{0{,}00835}$. Bei der Berechnung von e_{52} braucht hier die Dickenänderung nicht berücksichtigt zu werden, weil der gesammte Gangunterschied für die hier in Betracht kommenden Fortpflanzungsrichtungen überhaupt nur gering ist, und ausserdem δ_{25} einen viel kleineren Werth hat, als δ_{14}.

Die zu 94) analoge Gleichung ergiebt demnach, da hier $\frac{\partial V}{\partial n} = \frac{V}{D} = \frac{V}{0{,}402}$ war,

$$\frac{e_{52}\varkappa_2}{v^2} = -\frac{\Delta_b \cdot D}{23{,}8 \cdot LV\sin 2\varphi^0} \cdot \frac{2\lambda}{n_y^{0^3}} = -\mathbf{4{,}98 \cdot 10^{-8}}.$$

II. Beobachtungen an den Platten 5.

Bei gerader Durchsicht durch die Schmalseiten dieser Platten, also in der Richtung der X^0- oder Z^0-Axe, wurde gar keine oder (in letzterer Richtung) eine nur sehr geringe elektrooptische Wirkung beobachtet, die ihren Sinn nicht mit dem Vorzeichen von V umkehrte und ebenfalls in einer Zunahme der Doppelbrechung bestand. Dieselbe war, selbst wenn die Platte direct zwischen Metallplatten lag, so gering ($\Delta = -0{,}20$ für $V = 19$), dass kaum mit Sicherheit behauptet werden kann, ob sie wirklich von der dielektrischen Polarisation parallel der Y^0-Axe herrührte; denn es könnte z. B. infolge eines kleinen Orientirungsfehlers eine geringe X-Componente des Momentes vorhanden gewesen sein, welche, wie wir sahen, stark optisch wirksam ist, und zwar in dem Sinne der hier beobachteten Aenderung. Eine Temperaturerhöhung hingegen hätte auch hier wieder entgegengesetzten Einfluss haben müssen. Sobald die Platten etwas seitlich gedreht wurden, sodass die Beobachtungsrichtung von der X^0- resp. Z^0-Axe abwich, wurde natürlich die normale optische Wirkung des Momentes b, welche an der Platte 2 untersucht worden ist, sichtbar, und demgemäss konnten auch die Platten 5 bei schiefer Durchsicht zur Ermittelung der Constante e_{52} dienen. Die Anordnung hierfür war ganz dieselbe, wie die unter I beschriebene bei der Platte 2. Die Berechnung von Δ_{45} aus dem beobachteten Δ ist aber etwas verschieden. Bezeichnet man wieder mit ψ den Drehungswinkel aus der Normallage der Platte, in welcher jetzt die Z^0- oder X^0-Axe die

Beobachtungsrichtung war, so ist $\varphi^0 = \pm \arcsin\left(\frac{1}{n_m}\sin\psi\right)$, und die Weglänge im Krystall $= \frac{L}{\cos\varphi^0}$, folglich

$$\varDelta_{+45} = \frac{\pm\varDelta}{2\sin\varphi^0} = \frac{\pm\varDelta\cdot n_m}{2\sin\psi},$$

wobei n_m einen mittleren Brechungsindex, etwa $\frac{1}{2}(n_x^0+n_y^0)$ bezw. $\frac{1}{2}(n_y^0+n_z^0)$, bezeichnet und das obere oder untere Vorzeichen gilt, je nachdem ψ von X^0 oder Z^0 aus gerechnet ist. Gleichen Drehungen nach links und rechts $\pm\psi$ entsprechen hier also nach der Theorie entgegengesetzte Werthe $\varDelta$, dagegen der Drehung $-\psi$ von X^0 aus derselbe Werth wie der Drehung $+\psi$ von Z^0 aus (gleiche Kantenlänge $\parallel X^0$ und $\parallel Z^0$ vorausgesetzt, was bei der Platte 5a zutrifft).

Beobachtungen an Platte 5a.

Auf der zu X^0 senkrechten Schmalseite.

ψ	-18^0		$+18^0$		$+30^0$		-30^0	
V	−19	+19	+19	−19	−19	+19	+19	−19
$\varDelta$	+0,55	−0,60	+0,62	−0,62	−1,07	+1,11	−1,03	+1,05
$\frac{\varDelta}{V}$	−0,0303		+0,0326		+0,0573		−0,0547	
$\frac{\varDelta_{+45}}{V}$	**+0,0761**				**+0,0837.**			

Auf der zu Z^0 senkrechten Schmalseite.

ψ	-30^0		$+30^0$			
V	−19,4	+19	+19	−18,7	+9,5	−9,5
$\varDelta$	−1,12	+1,02	−1,05	+1,03	−0,54	+0,53
$\frac{\varDelta}{V}$	+0,0558		−0,0557			

$$\frac{\varDelta_{+45}}{V} = +\mathbf{0{,}0833}.$$

Aus den drei Bestimmungen dieser Grösse zusammengenommen folgt $\frac{\varDelta_{+45}}{LV} = +0{,}00974$ und

$$\frac{e_{52}\,\varkappa_2}{v^2} = -\frac{2\lambda\cdot 0{,}355}{3{,}34}\cdot\frac{0{,}00974}{23{,}8} = -\mathbf{5{,}12\cdot 10^{-8}}.$$

Beobachtungen an Platte 5b.

Auf der zu X^0 senkrechten Schmalseite.

ψ	-20^0		$+20^0$		-30^0		$+30^0$	
V	−19	+19	+18,4	−18,8	+18,6	−18,8	+19	−18,8
$\varDelta$	+0,58	−0,58	+0,545	−0,56	−0,80	+0,785	+0,79	−0,78
$\frac{\varDelta}{V}$	−0,0304		+0,0297		−0,0424		+0,0415	
$\frac{\varDelta_{+45}}{VL}$	**+0,00896**				**+0,00863.**			

Auf der zu Z^0 senkrechten Schmalseite.

ψ	-20^0		$+20^0$		-30^0		$+30^0$	
V	$-18,4$	$+19$	$-18,4$	$+18,6$	$-18,2$	$+18,6$	$-18,6$	$+18,6$
Δ	$-0,60$	$+0,55$	$+0,54$	$-0,53$	$-0,80$	$+0,75$	$+0,80$	$-0,78$
$\frac{\Delta}{V}$	$+0,0307$		$-0,0289$		$+0,0420$		$-0,0424$	
$\frac{\Delta_{+45}}{VL}$	$+0,00860$				$+0,00834.$			

Insgesammt ergiebt dies: $\frac{\Delta_{+45}}{LV} = +0,00863,$

$$\frac{e_{52}\varkappa_2}{v^2} = -\frac{2\lambda \cdot 0,40}{3,34} \cdot \frac{0,00863}{23,8} = -\mathbf{5,11 \cdot 10^{-8}}.$$

Es wurde somit gefunden

an Platte	2b	5a	5b
$\frac{e_{52}\varkappa_2}{v^2} \cdot 10^{-8} =$	$-4,98$	$-5,12$	$-5,11,$

sodass als definitiver Werth anzunehmen ist:

$$\frac{e_{52}\varkappa_2}{v^2} = -\mathbf{5,07 \cdot 10^{-8}}.$$

Bei Benutzung des von Borel ermittelten Werthes $\varkappa_2 = 0,47$ wird hiernach

$$e_{52} = -\mathbf{10,8 \cdot 10^{-8} \cdot v^2}.$$

Wie aus dem Vorhergehenden hervorgeht, ist dieses Resultat bei Weitem zuverlässiger, als dasjenige für e_{41}.

c. *Kraftlinien parallel der Z^0-Axe.*

Hier stand nur die Platte No. 3 zur Verfügung, deren lange Kanten den Halbirungslinien der Winkel zwischen der X^0- und Y^0-Axe parallel waren. Bei Beobachtung auf den Schmalseiten dieser Platte im convergenten Licht war eine Verschiebung der nahezu geradlinig und senkrecht zur Plattenebene verlaufenden Curven gleichen Gangunterschiedes bei Wechsel des Potentialgefälles nicht sicher erkennbar; doch hätte hierdurch auch nur eine starke Aenderung des Gangunterschiedes bemerkt werden können, da jene Interferenzstreifen ziemlich eng aneinander gedrängt waren. Mit dem Compensator wurden, während die Platte, in Benzol eingetaucht, direct zwischen Metallplatten lag, folgende relative Verzögerungen gemessen.

Beobachtungsrichtung $\varphi^0 = +45^0$.

V	$+19{,}0$	$-19{,}0$
Δ	$-\ 0{,}35$	$+\ 0{,}20$ bis $0{,}30$

$$\frac{\Delta}{V} = -0{,}0158, \qquad \frac{\Delta}{LV} = -0{,}00214.$$

Beobachtungsrichtung $\varphi^0 = -45^0$.

V	$+18{,}6$	$-19{,}0$
Δ	$+\ 0{,}25$ bis $0{,}30$	$-\ 0{,}25$ bis $0{,}30$

$$\frac{\Delta}{V} = +0{,}0145, \qquad \frac{\Delta}{LV} = +0{,}00203.$$

Aus beiden Werthen zusammen folgt

$$\frac{\Delta_c}{LV\sin 2\varphi^0} = \mathbf{-0{,}00209}, \qquad \frac{\Delta_c}{L\dfrac{\partial V}{\partial n}\sin 2\varphi_0} = \mathbf{-0{,}000668},$$

also nach der nach Analogie von 94) gebildeten Gleichung:

$$-\frac{e_{63}\varkappa_3}{v^2} = \frac{n_1^0 - n_2^0}{n_1^3}\delta_{36} - \frac{2\lambda}{23{,}8\cdot n_1^3}\cdot 0{,}000668.$$

Hier ist $n_2^0 = n_z^0 = 1{,}49145$, $n_1^0 = \frac{1}{2}(n_x^0 + n_y^0) = 1{,}4950$; ferner ergaben die in § 4 mitzutheilenden piëzoelektrischen Messungen $\delta_{36} = +35{,}4\cdot 10^{-8}$; folglich wird $(n_1^0 - n_2^0)\delta_{36} = +0{,}13\cdot 10^{-8}$ und $-\frac{e_{63}\varkappa_3}{v^2} = +\frac{0{,}13 - 3{,}31}{3{,}36}\cdot 10^{-8}$,

$$\frac{e_{63}\varkappa_3}{v^2} = \mathbf{+0{,}946\cdot 10^{-8}}.$$

Dieser Werth ist wegen seiner Kleinheit, und weil er aus wenigen Messungen abgeleitet ist, verhältnissmässig unsicherer, als derjenige von $\frac{e_{52}\varkappa_2}{v^2}$, (vielleicht nur bis auf 10% genau). — Nach Einsetzung von $\varkappa_3 = 0{,}45$ (vergl. S. 162) wird

$$e_{63} = \mathbf{+2{,}08\cdot 10^{-8}v^2}.$$

Ob eine sich nicht mit dem Elektrisirungssinne umkehrende elektrooptische Wirkung der Polarisation nach Z^0 vorhanden ist, liess sich nicht mit Sicherheit feststellen; wenn sie existirt, so ist sie jedenfalls noch geringer als die im Falle der Polarisation $\parallel Y^0$ beobachtete, und auch hier könnte es sich dann um eine Spur der durch Polarisation parallel X^0 hervorgerufenen Wirkung handeln, die infolge geringer Orientirungsfehler oder Störungen des Kraftlinienverlaufs auftreten konnte. —

§ 4. Piëzoelektrische Beobachtungen.

Dem Ansatz 88) zufolge findet piëzoelektrische Erregung beim Seignettesalz nur statt durch „schiebende“ Drucke Y_z, Z_x, X_y, und zwar ist das erregte Moment dann parallel beziehungsweise der X^0-, Y^0-, Z^0-Axe. Die günstigste Versuchsanordnung wird also, gerade wie beim Natriumchlorat, darin bestehen, dass man einen einseitigen Druck p in den Richtungen ausübt, welche die Winkel zwischen je zwei der krystallographischen Symmetrieaxen X^0, Y^0, Z^0 halbiren; dann ist nur je eine der Grössen Y_z, Z_x, X_y von 0 verschieden, nämlich $= \pm \frac{1}{2} p$, und folglich das erregte Moment senkrecht zu der betreffenden Coordinatenebene und von der Grösse $\mp \frac{1}{2} p \delta_{hk}$; es ist z. B. $a = -\frac{1}{2} \delta_{14} p$, wenn die Richtung des Druckes p den Winkel $(+Y^0, +Z^0)$ halbirt, dagegen gleich $+\frac{1}{2} \delta_{14} p$, wenn dieselbe den Winkel $(-Y^0, +Z^0)$ halbirt. Zu diesen Beobachtungen waren demnach die Platten der Gattungen 1), 2), 3) zu verwenden, indem sie parallel ihren längeren Kanten comprimirt und auf den Breitseiten mit Metallbelegungen versehen wurden, deren eine mit der Erde und deren andere mit dem Quadrantelektrometer verbunden wurde. Die Versuchsanordnung war im Wesentlichen dieselbe, wie früher beim $NaClO_3$ und Quarz; nur folgende kleine Abänderungen sind zu erwähnen. Die Belegungen wurden wegen der Empfindlichkeit der Krystallsubstanz nicht wie früher mit Schellack aufgekittet, sondern mit einer Spur Klebwachs; sie bestanden aus rechteckigen Stückchen von dünnem Kupferblech oder dickem Stanniol, die zum Theil etwas kleiner waren als die betreffende Plattenfläche, weshalb ihr Flächeninhalt q' in diesen Fällen unten mit angegeben werden wird. Ist q der gepresste Querschnitt der Platte, P die Belastungsänderung, und haben φ_0, Φ die frühere Bedeutung, so ist das in Clarks gemessene Potential, zu welchem die auf der Flächeneinheit der Plattenbelegung durch die Druckeinheit entwickelte Elektricitätsmenge das Elektrometer lud: $\mu = \frac{\varphi_0}{\Phi} \frac{q}{Pq'}$. Diese Grösse ist am Schluss jeder Beobachtungsreihe angegeben und zwar mit dem Vorzeichen der durch Belastung auf derjenigen Fläche, aus welcher die positive X^0- bezw. Y^0- oder Z^0-Axe austritt, entwickelten Ladung.

Die Bestimmung von φ^0 gestaltete sich insofern anders wie früher, als bei einem Theil der Platten (Gattung 1)) der Ausschlag erst einige Zeit nach der Belastungsänderung seinen Maximalwerth erreichte und dann je nach der Güte der Isolation entweder constant blieb oder langsam wieder sank. Im ersteren Fall ist der constante Grenzwerth, im letzteren der Maximalwerth für φ^0 genommen. In solchen Fällen, wo bereits während der beobachteten 5 ersten Schwingungen ein Zurückgehen der Ruhelage eintrat, welches aber immer sehr gering war, wurde φ^0 nach dem beim Quarz erörterten Verfahren berechnet. Schliesslich sei bemerkt, dass die Ladung der Elektrometernadel bei der Untersuchung der Platten 1) und 2), (wie die kleinen Werthe von Φ zeigen), viel kleiner gemacht war, als früher, weil die piëzoelektrische Erregung hier weit stärker war.

a. Beobachtungen an den Platten 1).

Die Platten 1) zeigten auch hier wieder ein ganz anomales Verhalten, darin bestehend, dass sie, wenn sie belastet waren, dauernd, oder wenigstens sehr lange Zeit hindurch, Elektricität entwickelten, sodass der erste beim Belasten momentan auftretende Ausschlag allmählich immer weiter wuchs und erst nach Stunden wieder abnahm. Stand die Platte frei, so zeigte sie diese Elektricitätsentwickelung nicht; daher erhielt man auch beim Entlasten constant bleibende oder wieder sinkende Ausschläge. Aus diesem Grunde wurde an den Platten 1) stets nur beim Entlasten beobachtet, in der Weise nämlich, dass die Ableitung der vorher belasteten Platte zur Erde erst unmittelbar vor der Entlastung unterbrochen wurde. Die Entlastungsausschläge waren nun zwar bei derselben Beobachtungsreihe befriedigend constant, differirten aber bei den verschiedenen Platten und auch bei verschiedener Aufstellung derselben Platte ganz ausserordentlich, wie die unten folgenden Tabellen zeigen werden. Zum Theil erklärt sich dies vielleicht dadurch, dass nur geringe Belastungen angewandt werden konnten und somit, da ausserdem die schmalen Seitenflächen der Platten mehr oder weniger gerundet waren, die Compression wahrscheinlich ziemlich ungleichmässig ausfiel. Um den Druck besser auszugleichen, wurden bei einigen Beobachtungen als Zwischenlagen zwischen die Hartgummiplatten und die Krystallplatte Gummiplatten benutzt, wodurch aber die ganze Aufstellung instabil wurde. In anderen Fällen waren die dicken Hartgummiplatten muldenförmig ausgehöhlt und biegsame Hartgummilamellen darübergelegt, welche sich den schwach convexen Krystallflächen besser anschmiegen konnten. Trotz dieser Maassregeln blieben aber grosse Differenzen der bei verschiedenen Beobachtungsreihen erhaltenen Werthe von δ_{14} bestehen, sodass diese Constante überhaupt nicht sicher bestimmt werden konnte.

Die Bezeichnungsweise in den nachstehenden Tabellen ist im Uebrigen der beim Quarz gebrauchten analog; („$+X^0$ zum El.“ bedeutet also, dass diejenige Plattenfläche, deren äussere Normale die $+X^0$-Axe ist, mit dem Elektrometer verbunden war).

Platte 1a, zwischen Hartgummiplatten.

Positiver Ausschlag bei positiver Ladung.

$q' = 47{,}75$ mm^2 im Mittel, $2\Phi = 20{,}8$, $P = 115{,}1$ g.

Druckrichtung -45^0.

	$-X^0$ zum El.				$+X^0$ zum El.			
φ_0	+27,6	25,9	25,8	26,4	−24,9	25,0	24,5	24,0
	+26,4				−24,6			

$$\frac{\bar{\varphi}_0}{\Phi} = 2{,}45, \qquad \mu = +\mathbf{0{,}01187}.$$

Druckrichtung +45°.

	$+X^0$ zum El.				$-X^0$ zum El.			
φ_0	+23,5	23,9	24,0	23,7	—23,9	22,8	23,5	23,6
	+23,8				—23,45			

$$\frac{\bar{\varphi}_0}{\Phi} = 2{,}27, \qquad \mu = -\mathbf{0{,}0109}.$$

Desgleichen zwischen Gummiplatten.

Positiver Ausschlag bei negativer Ladung.

$P = 50{,}2.$ $2\Phi = 94{,}2.$ q' wie vorher.

Druckrichtung —45°.

	$+X^0$ zum El.					$-X^0$ zum El.			
φ_0	+47,5	46,2	46,5	50,4	44,9	—48,2	47,6	48,0	46,8
	+47,1					—47,65			

$$\frac{\bar{\varphi}_0}{\Phi} = 1{,}006, \qquad \mu = +\mathbf{0{,}0112}.$$

Druckrichtnng +45°.

	$-X^0$ zum El.						$+X^0$ zum El.				
φ_0	+42,8	42,6	41,6	41,5;	45,6	46,3	—41,9	41,6;	46,0	45,5	44,8
	+44,0						—43,6				

$$\frac{\bar{\varphi}_0}{\Phi} = 0{,}930, \qquad \mu = -\mathbf{0{,}01024}.$$

Platte 1a nach dem Abschleifen[1]).

Zwischen dünnen Hartgummiplatten.

$q' = 36{,}7\,\text{mm}^2$ im Mittel. $P = 115$ g. $2\Phi = 28{,}0.$

Druckrichtung +45°.

	$+X^0$ zum El.				$-X^0$ zum El.			
φ_0	—36,0	35,3	37,2	36,3	+36,3	40,0	39,0	40,0
	—36,2				+38,8			

$$\frac{\bar{\varphi}_0}{\Phi} = 2{,}68, \qquad \mu = -\mathbf{0{,}0146}.$$

1) Ursprünglich waren die Ecken dieser Platte zum Theil etwas ausgesprungen gewesen.

Druckrichtung -45^0.

φ_0	$-44,0$	44,5	$+45,7$	44,7	45,8
	$-44,3$		$+45,4$		

$$\frac{\bar{\varphi}_0}{\Phi} = 3,20, \qquad \mu = +0,0161.$$

Spätere Beobachtungen, wobei positiver Ausschlag positiver Ladung entsprach und die Belegungen die volle Grösse der Flächen besassen:

$$q' = 43,7 \text{ mm}^2. \quad 2\Phi = 56,0.$$

Zwischen Hartgummiplatten.

Druckrichtung -45^0. $P = 115$.

	$+X^0$ zum El.					$-X^0$ zum El.				
φ_0	$-51,1$	48,5	49,5	51,3	52,5	$+50,7$	47,0	50,2	52,8	53,2
	$-50,6$					$+50,8$				

$$\frac{\bar{\varphi}_0}{\Phi} = 1,81, \qquad \mu = +0,00765.$$

Druckrichtung $+45^0$. $P = 50,2$.

	$+X^0$ zum El.		$-X^0$ zum El.		
φ_0	$+28,3$	27,5	$-27,7$	25,5	26,4
	$+27,9$		$-26,5$		

$$\frac{\bar{\varphi}_0}{\Phi} = 0,97, \qquad \mu = -0,0094.$$

Desgleichen, aber zwischen Gummiplatten mit $P = 50,2$.
(Isolation schlechter, namentlich anfangs; Elektricitätsverlust bei der Berechnung berücksichtigt, dabei Dämpfungsconstante $\beta = 0,67$.)

Druckrichtung -45^0.

	$-X^0$ zum El.			$+X^0$ zum El.		
φ_0	$+51,4$	50,3	50,6	$-54,4$	54,4	52,2
	$+50,8$			$-53,7$		

$$\frac{\bar{\varphi}_0}{\Phi} = 1,86, \qquad \mu = +0,0180.$$

Druckrichtung $+45^0$.

	$+X^0$ zum El.					$-X^0$ zum El.				
φ_0	$+46,7$	41,6	42,5	46,3	47,0	$-47,7$	46,5	42,3	47,8	46,3
	$+44,8$					$-46,1$				

$$\frac{\bar{\varphi}_0}{\Phi} = 1,63, \qquad \mu = -0,0171.$$

Platte 1b, zwischen Hartgummiplatten.

$q' = 43{,}75$. $P = 115$. $2\Phi = 14{,}4$.

Druckrichtung $+45^0$.

	$+X^0$ zum El.				$-X^0$ zum El.			
φ_0	+15,2	15,3	15,2	15,5	—15,2	14,7	15,0	14,4
	+ 15,3				— 14,8			

$$\frac{\varphi_0}{\Phi} = 2{,}10, \qquad \mu = -\mathbf{0{,}0083}.$$

Druckrichtung -45^0.

	$+X^0$ zum El.				$-X^0$ zum El.					
φ_0	—14,5	—14,5;	—14,4	—14,5	+15,9	15,7;	14,2	15,6	14,9	14,8
	—14,5				+15,2					

$$\frac{\varphi_0}{\Phi} = 2{,}08, \qquad \mu = +\mathbf{0{,}0087}.$$

Platte 1c, zwischen Gummiplatten.

(Ziemlich schlechte Isolation; φ_0 berechnet wie bei $NaClO_3$, mit Dämpfungsconstante $\beta = 0{,}64$.)

$q' = 47{,}0$ mm². $P = 50{,}2$. $2\Phi = 56{,}0$.

Druckrichtung $+41^0$.

	$+X^0$ zum El.					$-X^0$ zum El.					
φ_0	+21,6	22,3	22,8	22,7	22,7	—22,7	22,7	22,2	22,8	22,9	22,3
	+ 22,4					— 22,6					

$$\frac{\bar{\varphi}_0}{\Phi} = 0{,}81, \qquad \mu = -0{,}0063,$$

reducirt auf die Druckrichtung $+45^0$: $\dfrac{0{,}0063}{\sin 82^0} = -\mathbf{0{,}0064}$.

Druckrichtung -49^0.

	$+X^0$ zum El.		$-X^0$ zum El.		
φ_0	—16,4	—17,4	+17,9	17,4	17,8
	—16,9		+ 17,7		

$$\frac{\bar{\varphi}_0}{\Phi} = 0{,}62, \qquad \mu = +0{,}00517,$$

reducirt auf die Druckrichtung -45^0: $+\mathbf{0{,}0052}$.

Desgleichen, zwischen dünnen Hartgummiplatten.

$q' = 44\,\mathrm{mm}^2$. $P = 115$. $2\Phi = 29,6$.

Druckrichtung -49^0.

	$+X^0$ zum El.							$-X^0$ zum El.						
φ_0	$-24,5$	23,7	24,0	27,7	25	29	30	$+26$	25	25,5	24,5	24,2	27,3	26,2
	$-26,0$							$+25,6$						

$$\frac{\overline{\varphi}_0}{\Phi} = 1,74, \qquad \mu = +0,0068,$$

reducirt auf die Druckrichtung -45^0: **+0,0069.**

Druckrichtung $+41^0$.

	$+X^0$ zum El.				$-X^0$ zum El.				
φ_0	$+33,0$	32,9	32,8	33,7	$-30,9$	33,2	32,5	33,5	32,4
	$+33,1$				$-32,5$				

$$\frac{\overline{\varphi}_0}{\Phi} = 2,21, \qquad \mu = -0,0081,$$

reducirt auf die Druckrichtung $+45^0$: **−0,0082.**

Nachstehend sind noch einmal alle an den drei Platten 1) bei den Druckrichtungen $+45^0$ und -45^0 erhaltenen Werthe von $\mu \cdot 10^3$ zusammengestellt.

	Platte 1a.					Platte 1b.	Platte 1c.	
$\mu_{+45} \cdot 10^3$	$-10,9$	$-10,24$	$-14,6$	$-9,4$	$-17,1$	$-8,3$	$-6,4$	$-8,2$
$\mu_{-45} \cdot 10^3$	$+11,9$	$+11,2$	$+16,1$	$+7,7$	$+18,0$	$+8,7$	$+5,2$	$+6,9$

Daraus ist ersichtlich, dass zwar die für beide Druckrichtungen gefundenen absoluten Werthe meist ziemlich gleich sind, aber an verschiedenen Beobachtungstagen und für die verschiedenen Platten sehr stark differirende Zahlen erhalten wurden, deren Extreme dem absoluten Werth nach sind $5,2 \cdot 10^{-3}$ und $18,0 \cdot 10^{-3}$. Der Werth von rund $\mathbf{10 \cdot 10^{-3}}$ würde etwa das Mittel sein, doch sind die grösseren Werthe vielleicht noch richtiger, da Fehlerquellen, die den Ausschlag vergrössern würden, kaum anzunehmen sind. —

Um aus μ die Constante δ_{14} zu berechnen, muss man die Capacität C des Elektrometers nebst der Krystallplattenbelegung und den Verbindungsdrähten kennen. Da seit den Beobachtungen am Quarz am Apparat nichts geändert war, so kann der dort bestimmte Werth $C_0 = 66,2$ für das Elektrometer nebst Verbindungsdrähten auch hier mit genügender Annäherung als richtig angenommen werden. Die Capacität der Seignettesalzplatten kann durchschnittlich unter Annahme der Dielektricitätsconstante 7 gleich $\dfrac{0,5 \cdot 7}{4\pi \cdot 0,35} = 0,8$ gesetzt

werden, sodass $C = 67$ wird. Ferner hat man, um das Moment in absolutem Maass zu erhalten, mit $\frac{0{,}478}{9{,}81} \cdot 10^{-4}$ zu multipliciren. Nach der Theorie ist dann

$$\delta_{14} = -2\mu_{+45} C \frac{0{,}478}{9{,}81} \cdot 10^{-4} = +2\mu_{-45} C \frac{0{,}478}{9{,}81} \cdot 10^{-4}.$$

Man findet aus den oben angegebenen Werthen μ hiernach für δ_{14} positive Werthe zwischen den Grenzen

$$+\mathbf{340} \cdot \mathbf{10^{-8}} \text{ und } +\mathbf{1180} \cdot \mathbf{10^{-8}}.$$

Obschon der absolute Werth von δ_{14} also in weiten Grenzen unbestimmt bleibt, so ist doch das Vorzeichen sicher und die Grössenordnung auch insoweit, dass man sagen kann, dass diese piëzoelektrische Constante des Seignettesalzes diejenigen des Quarzes und Natriumchlorates (und Turmalins) um etwa das Hundertfache übertrifft, dass also das Seignettesalz (bei Druckkräften Y_z) eine ungleich grössere piëzoelektrische Erregbarkeit besitzt, als die übrigen bisher in dieser Hinsicht untersuchten Krystalle.

Für die bereits zu Anfang (S. 184) erwähnte dauernde Elektricitätsentwicklung, welche die Platten 1) zeigen, während sie belastet sind, vermag ich bisher keine andere Erklärung zu finden, als die folgende. Durch die Deformation wird im Innern des Krystalles eine gewisse elektrische Kraft E hervorgerufen, welche das (durch $-\delta_{14} Y_z$ gegebene) Moment a inducirt, also $= \frac{+a}{\varkappa_1}$ ist. Die infolge dieser Polarisation a auf den Belegungen der Plattenoberflächen frei werdenden Elektricitätsmengen $\pm q'a$ laden diese Belegungen zu einer gewissen Potentialdifferenz V, welche im Inneren der Krystallplatte eine der elektrischen Kraft E entgegengerichtete Kraft $\frac{V}{D}$ erzeugt; diese Potentialdifferenz ist aber, wenn die eine Belegung mit der Erde und die andere mit der grossen Capacität des Quadrantelektrometers verbunden ist, sehr gering, sodass $\frac{V}{D}$ viel kleiner ist als $\frac{a}{\varkappa_1}$, und der grösste Theil dieser elektrischen Kraft uncompensirt bleibt. Besitzt nun der Krystall in der Richtung der X^0-Axe innere Leitungsfähigkeit, so wird diese übrig bleibende elektrische Kraft fortgesetzt einen Strom erzeugen, bis so viel Elektricität durch die Platte hindurchgetrieben ist, dass das Potential auf der mit dem Quadrantelektrometer verbundenen Belegung hoch genug gestiegen ist, um die in der Platte wirkende elektromotorische Kraft, welche gleichzeitig infolge der Leitung etwas unter ihren Anfangswerth $\frac{a}{\varkappa_1}$ gesunken ist, gerade zu compensiren. Demnach würde sich das nach Belastung der Platte lange andauernde Steigen des Elektrometerausschlages erklären, wenn man dem Seignettesalz eine, wenn auch äusserst geringe, Leitungsfähigkeit in

der Richtung der krystallographischen Axe a zuschreibt. Mit dieser Annahme, deren Richtigkeit allerdings erst durch besondere Versuche an besseren Präparaten geprüft werden müsste[1]), würde auch das bei den elektrooptischen Beobachtungen an den Platten 1) bemerkte Eindringen der Ladung in den Krystall übereinstimmen, und es wäre nicht unwahrscheinlich, dass auch die S. 169 und 175—76 besprochene merkwürdige sich nicht umkehrende elektrooptische Wirkung eines Feldes, dessen Kraftlinien zur X^0-Axe parallel sind, mit jener Leitungsfähigkeit zusammenhinge.

b. Beobachtungen an den Platten 2a und 2b.

Hier trat keine nach der Belastung fortdauernde Elektricitätsentwicklung auf, sodass auch der Ausschlag bei der Belastung beobachtet werden konnte. Auch erreichte hier der aus den Umkehrpunkten in bekannter Weise berechnete Ausschlag sein Maximum sofort nach der Belastung oder Entlastung und nahm dann allmählich ab, jedoch meist so langsam, dass die Abnahme während der ersten 5 Schwingungen als gleichförmig angesehen, also φ_0 analog wie beim Quarz berechnet werden konnte.

Platte 2a.

Dieselbe besass nicht genau die beabsichtigte Orientirung; ihre Normale lag zwar nahezu in der $X^0\,Y^0$-Ebene, wich aber von der Y^0-Axe um einen Winkel δ von etwa 12^0 im positiven Drehungssinne ab, wie im Axenwinkelapparat constatirt wurde. Daher war die Druckrichtung, wenn die Platte auf den Schmalseiten gepresst wurde, nicht genau die Halbirungslinie eines der Winkel zwischen der Z^0- und X^0-Axe, sondern besass nachstehende Richtungscosinus:

	X^0	Y^0	Z^0
auf dem 1. Schmalseitenpaar	$\sqrt{\frac{1}{2}}\cos\delta$	$\sqrt{\frac{1}{2}}\sin\delta$	$\sqrt{\frac{1}{2}}$
„ „ 2. „	$-\sqrt{\frac{1}{2}}\cos\delta$	$-\sqrt{\frac{1}{2}}\sin\delta$	$\sqrt{\frac{1}{2}}$

Die erstere Richtung soll in der Zusammenstellung der Beobachtungen aber wie im Falle richtiger Orientirung mit $+45^0$, die zweite mit -45^0 bezeichnet werden.

Für die erste Druckrichtung wird

$$Z_x = \tfrac{1}{2}\,p\cdot\cos\delta, \qquad Y_z = \tfrac{1}{2}\,p\cdot\sin\delta,$$

für die zweite

$$Z_x = -\tfrac{1}{2}p\cdot\cos\delta, \qquad Y_z = -\tfrac{1}{2}p\cdot\sin\delta.$$

---

1) Es sei vorläufig darauf hingewiesen, dass gerade für die Richtung der a-Axe die Bestimmung der Dielekricititätsconstante durch Hrn. Borel einen auffallend grossen Werth ergab (cf. S. 162).

Es tritt daher auch ein Moment nach der X^0-Axe auf:

$$a = -\tfrac{1}{2}\delta_{14} p \cdot \sin\delta \text{ im ersten Falle},$$
$$a = +\tfrac{1}{2}\delta_{14} p \cdot \sin\delta \text{ „ zweiten „ },$$

und das zur Beobachtung gelangende Moment nach der Plattennormale hat den Werth

$$b\cos\delta - a\sin\delta = \mp\tfrac{1}{2}(\delta_{25}\cos^2\delta - \delta_{14}\sin^2\delta)p,$$

sodass man aus den Beobachtungen an dieser Platte nicht direkt δ_{25}, sondern $\delta_{25}\cos^2 12^0 - \delta_{14}\sin^2 12^0$ findet.

Es war bei diesen Beobachtungen $q' = 57$ mm² (unter Berücksichtigung der abgebrochenen Ecken der Platte, welche etwa 4 mm² ausmachten), $P = 115$ und $2\Phi = 18{,}0$; positiver Ausschlag entsprach positiver Ladung, wie auch bei den Beobachtungen an den Platten 2b) und 3).

Druckrichtung -45^0.

	$-Y^0$ zum El.				$+Y^0$ zum El.			
	B	E	B	E	B	E	B	E
1. Aufstellung.	+ 6,7	— 6,5	+ 6,4	— 6,6	— 6,7	+ 6,7	— 6,6	+ 6,6
2. „	+ 6,5	— 6,8	+ 6,9	— 6,8	— 6,6	+ 6,7	— 6,6	+ 6,7
	$\overline{\varphi}_0 = 6{,}65$				$\overline{\varphi}_0 = 6{,}65$			

$$\frac{\overline{\varphi}_0}{\Phi} = 0{,}738, \quad \mu = -\mathbf{2{,}61 \cdot 10^{-3}}.$$

Druckrichtung $+45^0$.

	$+Y^0$ zum El.				$-Y^0$ zum El.			
	B	E	B	E	B	E	B	E
1. Aufstellung.	+ 6,8	— 6,6	+ 6,4	— 6,7	— 6,5	+ 6,5	— 6,2	+ 6,4
2. „	+ 6,4	— 6,4	+ 6,5	— 6,4	— 6,3	+ 6,5	— 6,5	+ 6,3
	$\overline{\varphi}_0 = 6{,}525$				$\overline{\varphi}_0 = 6{,}40$			

$$\frac{\overline{\varphi}_0}{\Phi} = 0{,}718, \quad \mu = +\mathbf{2{,}53 \cdot 10^{-3}}.$$

Aus beiden Werthen μ zusammen folgt

$$\delta_{25}\cos^2\delta - \delta_{14}\sin^2\delta = -5{,}13 \cdot 10^{-3}$$

oder wenn man $\delta = 12^0$ und nach S. 188 $\delta_{14} = +20 \cdot 10^{-3}$ annimmt (in relativem Maasse ausgedrückt):

$$\delta_{25} = \frac{-5{,}13 + 0{,}042 \cdot 20}{0{,}96} \cdot 10^{-3} = -\mathbf{4{,}46 \cdot 10^{-3}}.$$

Platte 2b.

$$q' = 49\,\text{mm}^2. \quad P = 115.$$

Druckrichtung — 45°. $2\Phi = 170{,}8$.

	— Y^0 zum El.				+ Y^0 zum El.			
B	+ 42,5	42,5	42,8	42,5	— 43,7	43,5	43,3	43,4
E	— 42,6	42,9	42,4	42,8	+ 43,3	43,15	43,1	43,2
	$\overline{\varphi}_0 = 42{,}63$				$\overline{\varphi}_0 = 43{,}34$			

$$\frac{\overline{\varphi}_0}{\Phi} = 0{,}503, \qquad \mu = -\mathbf{2{,}55 \cdot 10^{-3}}.$$

Druckrichtung + 45°.

Erste Aufstellung. $2\Phi = 170{,}2$.

	— Y^0 zum El.				+ Y^0 zum El.			
B	— 40,7	40,7	40,7	40,4	+ 43,3	43,2	43,4	43,6
E	+ 40,0	40,3	40,0	40,5	— 43,3	43,5	43,8	43,1
	$\overline{\varphi}_0 = 40{,}4$				$\overline{\varphi}_0 = 43{,}4$			

$$\frac{\overline{\varphi}_0}{\Phi} = 0{,}492.$$

Zweite Aufstellung. $2\Phi = 172{,}6$.

	— Y^0 zum El.				+ Y^0 zum El.			
B	— 39,8	39,8	40,5	40,2	+ 40,8	40,5	40,4	40,5
E	+ 40,0	40,1	40,3	40,3	— 40,8	41,0	40,9	41,1
	$\overline{\varphi}_0 = 40{,}15$				$\overline{\varphi}_0 = 40{,}75$			

$$\frac{\overline{\varphi}_0}{\Phi} = 0{,}468.$$

Mittel aus den beiden letzten Beobachtungsreihen:

$$\frac{\overline{\varphi}_0}{\Phi} = 0{,}480, \qquad \mu = +\mathbf{2{,}48 \cdot 10^{-3}}.$$

Insgesammt folgt aus den Beobachtungen an Platte 2b:

$$\delta_{25} \text{ in relativem Maass} = -(2{,}55 + 2{,}48) \cdot 10^{-3} = -5{,}03 \cdot 10^{-3},$$

und daraus der definitive Werth in absolutem Maass:

$$\delta_{25} = -\mathbf{165 \cdot 10^{-8}}.$$

Die Messungen an der Platte 2a ergeben den etwas kleineren Werth $-\mathbf{146 \cdot 10^{-8}}$, welcher aber wegen der ungenauen Orientirung und abgebrochenen Ecken der Platte weniger zuverlässig ist und deshalb nicht mit berücksichtigt werden soll.

Auch die zweite pïezoelektrische Constante des Seignettesalzes besitzt also

einen sehr hohen absoluten Betrag; ihr Vorzeichen ist entgegengesetzt wie das der ersten.

c. Beobachtungen an Platte 3.

Auch hier verliefen die Versuche durchaus regelmässig und war die Bestimmung der Constante δ_{36} mit ganz befriedigender Genauigkeit möglich, wie folgende Tabelle der beobachteten Ausschläge $\overline{\varphi}_0$ zeigt.

$$q' = 53. \quad P = 115. \quad 2\Phi = 172{,}4.$$

Druckrichtung — 45° (d. h. Halbirungslinie des Winkels (X^0, — Y^0)).

	$+Z^0$ zum El.				$-Z^0$ zum El.			
B.	+ 11,2	11,4	11,5	11,5	— 12,2	12,0	11,9	12,2
E.	— 11,0	11,2	11,3	11,2	+ 12,1	11,9	11,9	11,7
	$\overline{\varphi}_0 = 11{,}25$				$\overline{\varphi}_0 = 12{,}0$			

$$\frac{\overline{\varphi}_0}{\Phi} = 0{,}135, \qquad \mu = +\mathbf{0{,}555 \cdot 10^{-3}}.$$

Druckrichtung + 45°.

	$+Z^0$ zum El.				$-Z^0$ zum El.			
B.	— 10,5	10,3	10,4	10,2	+ 10,7	10,7	10,8	11,0
E.	+ 10,3	10,3	10,4	10,4	— 11,2	11,2	11,1	11,0
	$\overline{\varphi}^0 = 10{,}35$				$\overline{\varphi}_0 = 10{,}96$			

$$\frac{\overline{\varphi}_0}{\Phi} = 0{,}1235, \qquad \mu = -\mathbf{0{,}526 \cdot 10^{-3}}.$$

Daraus folgt in absolutem Maass:

$$\delta_{36} = +0{,}540 \cdot 2 \cdot \frac{67 \cdot 0{,}478}{9{,}81} \cdot 10^{-7},$$

$$\boldsymbol{\delta_{36} = +35{,}4 \cdot 10^{-8}}.$$

Die piëzoelektrischen Constanten des Seignettesalzes, wie sie vorstehend bestimmt worden sind, erscheinen nicht nur wegen ihrer ausserordentlichen absoluten Grösse bemerkenswerth, sondern auch dadurch, dass sie verschiedene Vorzeichen besitzen, nämlich δ_{14} und δ_{36} positives, δ_{25} negatives. Dies hat u. A. zur Folge, dass es keine Richtung giebt, für welche das durch einseitigen Druck erregte Moment in die Druckrichtung fällt — wie es bei tetraëdrischen oder tetartoëdrischen Krystallen des regulären Systems immer für die Octaëdernormalen eintritt. Da nämlich das durch einen in der Richtung α, β, γ wirkenden Druck erregte Moment Richtungscosinus besitzt, die sich verhalten wie $\beta\gamma\delta_{14} : \gamma\alpha\delta_{25} : \alpha\beta\delta_{36}$, so ist klar, dass im Falle

verschiedener Vorzeichen der δ_{hk} das erregte Gesammt-Moment stets in einem anderen Octanten liegt, wie die Druckrichtung.

§ 5. Piëzooptische Beobachtungen.

a. Theorie.

Um die Relationen 91) prüfen zu können, kommt es darauf an, die piëzooptischen Constanten a_{44}, a_{55}, a_{66} zu ermitteln, das sind diejenigen, welche die durch Deformationen y_z, z_x, x_y verursachten Aenderungen des optischen Verhaltens (— nämlich Drehungen der optischen Symmetrieaxen —) bestimmen. Da es nun nicht ausführbar ist, durch mechanische Einwirkung diese Deformationen allein hervorzubringen — man müsste zu diesem Zweck nur schiebende Kräfte Y_z, Z_x, X_y wirken lassen —, so können auch die Constanten a_{44}, a_{55}, a_{66} (bezw. deren Producte mit den Elasticitätsmoduln s_{44}, s_{55}, s_{66}) nicht direct aus je einer Beobachtung bestimmt werden. Man muss vielmehr durch Beobachtung der relativen Verzögerung bei verschiedenen Druckrichtungen und Fortpflanzungsrichtungen solche Combinationen der verschiedenen a_{hk} ermitteln, aus welchen sich a_{44}, a_{55}, a_{66} berechnen lassen. Drei verschiedene Combinationen, in denen je eine der gesuchten Constanten vorkommt, erhält man offenbar, wenn man den einseitigen Druck parallel den Halbirungslinien der Winkel zwischen je zwei krystallographischen Symmetrieaxen ausübt und jedesmal in derselben Symmetrieebene senkrecht zur Druckrichtung den erzeugten Gangunterschied misst; dann ist nämlich je eine der Grössen B_{23}, B_{31}, B_{12} von 0 verschieden und es findet eine durch das entsprechende a_{hh} gemessene Drehung der optischen Symmetrieaxen um die X^0- bezw. Y^0- oder Z^0-Axe statt, welche in der angegebenen Beobachtungsrichtung einen (ihr proportionalen) Gangunterschied erzeugt. Zu diesen Beobachtungen sind die früher mit 1), 2) und 3) bezeichneten Platten verwendbar, indem jedesmal auf ein Schmalseitenpaar der Druck ausgeübt und auf dem anderen der Gangunterschied mit dem Compensator gemessen wird. Da hierbei aber auch Deformationen x_x, y_y, z_z auftreten, so sind weitere Beobachtungen nöthig, um den Einfluss der letzteren auf die in den erstgenannten Fällen beobachteten Gangunterschiede eliminiren zu können. Hierzu sind nun Beobachtungen an den Platten 4) und 5) ausreichend, bei denen der Druck in der Richtung einer der längeren Kanten, das ist parallel X^0, Y^0, oder Z^0, ausgeübt und dabei der Gangunterschied jedesmal auf beiden zur Druckrichtung parallelen Flächenpaaren gemessen wird. Es sollen im Folgenden zunächst die theoretischen Ausdrücke für den Gangunterschied in diesen verschiedenen Fällen aus dem Ansatz 90) abgeleitet werden, wobei ausserdem die Formeln der Elasticitätstheorie für rhombische Krystalle:

$$
\begin{aligned}
x_x &= -(s_{11} X_x + s_{12} Y_y + s_{13} Z_z),\\
y_y &= -(s_{12} X_x + s_{22} Y_y + s_{23} Z_z),\\
z_z &= -(s_{13} X_x + s_{23} Y_y + s_{33} Z_z),
\end{aligned}
$$

$$y_z = -s_{44} Y_z\,,$$
$$z_x = -s_{55} Z_x\,,$$
$$x_y = -s_{66} X_y,$$

zu benutzen sind.

Liegt erstens die Druckrichtung in der $Y^0 Z^0$-Ebene, den Winkel $(+Y^0, +Z^0)$ halbirend, so ist $X_x = X_y = Z_x = 0$, $Y_y = Z_z = Y_z = \frac{1}{2}p$, folglich

$$B_{11} - \omega_x^{0^2} = -\frac{p}{2}\left\{a_{11}(s_{12}+s_{13}) + a_{12}(s_{22}+s_{23}) + a_{13}(s_{23}+s_{33})\right\},$$

$$B_{22} - \omega_y^{0^2} = -\frac{p}{2}\left\{a_{21}(s_{12}+s_{13}) + a_{22}(s_{22}+s_{23}) + a_{23}(s_{23}+s_{33})\right\},$$

$$B_{33} - \omega_z^{0^2} = -\frac{p}{2}\left\{a_{31}(s_{12}+s_{13}) + a_{32}(s_{22}+s_{23}) + a_{33}(s_{23}+s_{33})\right\},$$

$$B_{23} = -\frac{p}{2} a_{44} s_{44}\,, \qquad B_{31} = B_{12} = 0.$$

Die Quadrate der Hauptlichtgeschwindigkeiten für die zur Druckrichtung senkrechte Richtung in der $Y^0 Z^0$-Ebene besitzen, da der Schnitt durch das Ovaloid senkrecht zu dieser Richtung die Gleichung hat:

$$\varrho^2 = \left(B_{11} - \frac{B_{22}+B_{33}}{2}\right)\cos^2(\varrho,\, x) + \frac{B_{22}+B_{33}}{2} + B_{23}\sin^2(\varrho,\, x)\,,$$

die Werthe

$$\omega_1^2 = B_{11}\,, \qquad \omega_2^2 = \frac{B_{22}+B_{33}}{2} + B_{23}\,,$$

von denen der erste für die parallel zur Druckrichtung, der zweite für die senkrecht dazu (also parallel X^0) polarisirte Welle gilt. Der durch den Druck erzeugte Gangunterschied in Wellenlängen wird demnach, wenn L die Plattendicke in der Beobachtungsrichtung und n_m ein mittlerer Brechungsindex ist,

$$\text{96)}\quad \begin{aligned} \overline{\varDelta}_1 &= \frac{L}{\lambda}\frac{n_m^3}{2}\frac{\omega_2^2 - \omega_1^2 - (\omega_2^{0^2} - \omega_1^{0^2})}{v^2} \\ &= +\frac{L n_m^3}{2\lambda v^2}\frac{p}{2}\left\{\left(a_{11} - \frac{a_{21}+a_{31}}{2}\right)(s_{12}+s_{13}) + \left(a_{12} - \frac{a_{22}+a_{32}}{2}\right)(s_{22}+s_{23}) \right. \\ &\qquad \left. + \left(a_{13} - \frac{a_{23}+a_{33}}{2}\right)(s_{23}+s_{33}) - a_{44}s_{44}\right\}. \end{aligned}$$

Bei obiger Berechnung von $\overline{\varDelta}_1$ ist die Dickenänderung der Platte in der Beobachtungsrichtung vernachlässigt, was wegen der geringen Stärke der Doppelbrechung beim Seignettesalz zulässig erscheint. Um sie zu berechnen, fehlte hier überdies die Kenntniss der Elasticitätsconstanten; aber es lässt sich abschätzen, (indem man z. B. die Querdilatation durchschnittlich gleich der des

Steinsalzes annimmt, welche nahezu den grössten bisher bekannten Werth hat), dass die durch sie bewirkte Aenderung des Gangunterschiedes die Beobachtungsfehler (welche hier relativ sehr gross waren) gewiss nicht übersteigt. Dasselbe gilt für die übrigen Druck- und Beobachtungsrichtungen.

Wirkt der Druck parallel der Halbirungslinie des Winkels $(-Y^0, Z^0)$, und beobachtet man in der hierzu senkrechten in der Y^0Z^0-Ebene liegenden Richtung, welche vorher die Druckrichtung war, so bleibt der Ausdruck für $\overline{\varDelta}_1$, da nur B_{23} sein Vorzeichen wechselt, dafür aber auch $\omega_2^2 = \frac{B_{22}+B_{33}}{2} - B_{23}$ wird, ungeändert. Es ist dies auch natürlich, weil die Coordinatenebenen sowohl für das optische als für das elastische Verhalten Symmetrieebenen sind trotz der sphenoidischen Hemiëdrie.

Für die Beobachtungen auf den Schmalseiten der Platten 2) und 3), wo die Druckrichtung einen der Winkel zwischen Z^0 und X^0 bezw. X^0 und Y^0 halbirt, erhält man den Ausdruck für $\overline{\varDelta}$ aus $\overline{\varDelta}_1$ einfach durch cyclische Vertauschung der Indices. Es wird also für die Platten 2):

97)
$$\begin{aligned}\overline{\varDelta}_2 = \frac{L n_m^3 p}{4\lambda v^2}\Big\{&\left(a_{22} - \frac{a_{12}+a_{32}}{2}\right)(s_{23}+s_{12}) \\ &+ \left(a_{23} - \frac{a_{33}+a_{13}}{2}\right)(s_{33}+s_{13}) + \left(a_{21} - \frac{a_{31}+a_{11}}{2}\right)(s_{13}+s_{11}) - a_{55}\, s_{55}\Big\}\end{aligned}$$

und für Platte 3):

98)
$$\begin{aligned}\overline{\varDelta}_3 = \frac{L n_m^3 p}{4\lambda v^2}\Big\{&\left(a_{33} - \frac{a_{23}+a_{13}}{2}\right)(s_{13}+s_{23}) \\ &+ \left(a_{31} - \frac{a_{11}+a_{21}}{2}\right)(s_{11}+s_{12}) + \left(a_{32} - \frac{a_{12}+a_{22}}{2}\right)(s_{12}+s_{22}) - a_{66}\, s_{66}\Big\}.\end{aligned}$$

Für n_m kann überall mit hinreichender Annäherung derselbe mittlere Werth, etwa n_y^0, gesetzt werden, ebenso im Folgenden. —

Für den Druck p parallel der X^0-Axe ergiebt sich:

$$\begin{aligned}B_{11} - \omega_x^{0^2} &= -p\{a_{11}s_{11} + a_{12}s_{12} + a_{13}s_{13}\}, \\ B_{22} - \omega_y^{0^2} &= -p\{a_{21}s_{11} + a_{22}s_{12} + a_{23}s_{13}\}, \\ B_{33} - \omega_z^{0^2} &= -p\{a_{31}s_{11} + a_{32}s_{12} + a_{33}s_{13}\}.\end{aligned}$$

B_{23}, B_{31}, B_{12} sind $= 0$, und daher $\sqrt{B_{11}}$, $\sqrt{B_{22}}$, $\sqrt{B_{33}}$ direct die neuen Werthe der Hauptlichtgeschwindigkeiten.

Behalten ω_1 und ω_2 die frühere Bedeutung, so wird daher

für die Richtung Y^0: $\omega_2^2 - \omega_1^2 - (\omega_2^{0^2} - \omega_1^{0^2}) = B_{11} - B_{33} - (\omega_x^{0^2} - \omega_z^{0^2})$,

„ „ „ Z^0: $\omega_2^2 - \omega_1^2 - (\omega_2^{0^2} - \omega_1^{0^2}) = B_{11} - B_{22} - (\omega_x^{0^2} - \omega_y^{0^2})$,

und die in diesen Richtungen beobachteten Gangunterschiede, welche mit zwei Indices bezeichnet werden sollen, deren erster die Druckrichtung und deren zweiter die Beobachtungsrichtung angiebt, werden durch folgende Ausdrücke dargestellt:

$$\overline{\varDelta}_{12} = \frac{L n_m^3 p}{2\lambda v^2} \{ (a_{31} - a_{11}) s_{11} + (a_{32} - a_{12}) s_{12} + (a_{33} - a_{13}) s_{13} \}, \tag{99}$$

$$\overline{\varDelta}_{13} = \frac{L n_m^3 p}{2\lambda v^2} \{ (a_{21} - a_{11}) s_{11} + (a_{22} - a_{12}) s_{12} + (a_{23} - a_{13}) s_{13} \}. \tag{100}$$

Ganz analog ergiebt sich für die Druckrichtung Y^0 und Beobachtungsrichtung Z^0 bezw. X^0:

$$\overline{\varDelta}_{23} = \frac{L n_m^3 p}{2\lambda v^2} \{ (a_{11} - a_{21}) s_{12} + (a_{12} - a_{22}) s_{22} + (a_{13} - a_{23}) s_{23} \}, \tag{101}$$

$$\overline{\varDelta}_{21} = \frac{L n_m^3 p}{2\lambda v^2} \{ (a_{31} - a_{21}) s_{12} + (a_{32} - a_{22}) s_{22} + (a_{33} - a_{23}) s_{23} \}, \tag{102}$$

und für die Druckrichtung Z^0 und Beobachtungsrichtung X^0 bezw. Y^0:

$$\overline{\varDelta}_{31} = \frac{L n_m^3 p}{2\lambda v^2} \{ (a_{21} - a_{31}) s_{13} + (a_{22} - a_{32}) s_{23} + (a_{23} - a_{33}) s_{33} \}, \tag{103}$$

$$\overline{\varDelta}_{32} = \frac{L n_m^3 p}{2\lambda v^2} \{ (a_{11} - a_{31}) s_{13} + (a_{12} - a_{32}) s_{23} + (a_{13} - a_{33}) s_{33} \}. \tag{104}$$

Die Grössen $\overline{\varDelta}$ stehen zu den am Compensator abgelesenen Schraubenumdrehungen $\varDelta$ in der Beziehung: $23{,}8\, \overline{\varDelta} = -\varDelta$, da der Compensatorspalt wie gewöhnlich parallel zur Druckrichtung war und Na-Licht angewendet wurde.

Bezeichnet man noch die durch Lp dividirten, also auf die Weglänge von 1 mm und den Druck von 1 g pro mm² bezogenen Grössen $\overline{\varDelta}$ mit $\overline{\overline{\varDelta}}$, so ist $\overline{\overline{\varDelta}} = -\frac{\varDelta}{23{,}8}\frac{B}{P}$, wo P die Gesammtbelastung der Platte, B deren Breite (d. h. die Kantenlänge senkrecht zur Beobachtungs- und Druckrichtung) bezeichnet. Dann lassen sich aus den Ausdrücken 96) bis 104) die nachstehenden Formeln zur Berechnung der $a_{kk} s_{kk}$ ableiten:

$$\left|\begin{aligned} \frac{a_{44} s_{44}}{v^2} &= \frac{2\lambda}{n_m^3} \{ \overline{\overline{\varDelta}}_{23} + \overline{\overline{\varDelta}}_{32} - \tfrac{1}{2}(\overline{\overline{\varDelta}}_{31} + \overline{\overline{\varDelta}}_{21}) - 2\overline{\overline{\varDelta}}_1 \}, \\ \frac{a_{55} s_{55}}{v^2} &= \frac{2\lambda}{n_m^3} \{ \overline{\overline{\varDelta}}_{31} + \overline{\overline{\varDelta}}_{13} - \tfrac{1}{2}(\overline{\overline{\varDelta}}_{32} + \overline{\overline{\varDelta}}_{12}) - 2\overline{\overline{\varDelta}}_2 \}, \\ \frac{a_{66} s_{66}}{v^2} &= \frac{2\lambda}{n_m^3} \{ \overline{\overline{\varDelta}}_{12} + \overline{\overline{\varDelta}}_{21} - \tfrac{1}{2}(\overline{\overline{\varDelta}}_{13} + \overline{\overline{\varDelta}}_{23}) - 2\overline{\overline{\varDelta}}_3 \}, \end{aligned}\right. \tag{105}$$

worin rechts lauter durch die Beobachtungen bekannte Grössen stehen. Demnach

können a_{44}, a_{55}, a_{66} bis auf die unbekannten Factoren s_{44}, s_{55}, s_{66} gefunden werden, welche aber gemäss ihrer Bedeutung als Torsionsmoduln jedenfalls positive Werthe haben.

b. Resultate.

Die Versuchsanordnung war dieselbe wie bei den früheren piëzooptischen Untersuchungen (vergl. S. 79). Zur Ausgleichung des Druckes, der mittelst des am Ende mit Q = ca. 500 bis 1500 g belasteten Hebels auf die Platte ausgeübt wurde, dienten Bleiplatten, die aber nur wenig eingedrückt wurden, sodass der Druck bei der starken Krümmung der Schmalseiten mancher Platten doch oft ungleichmässig vertheilt war. Wenn die Breitseite senkrecht zur Beobachtungsrichtung (also parallel zum Hebel) stand, wurde daher die Verzögerung an mehreren Stellen der Platte (in der Nähe des linken und rechten Randes: l. Rd. und r. Rd., und in der Mitte: M) beobachtet. Auf den Schmalseiten jedoch war meist nur in der Mitte der Compensatorstreifen zur Einstellung deutlich genug, und auch da wurde eine genaue Einstellung oft dadurch erschwert, dass der Streifen schief gegen den Spalt verlief. In den Fällen, wo die Beobachtungsrichtung unter 45° gegen die Symmetrieaxen geneigt war, entstanden ausserdem leicht Fehler durch eine geringe Neigung der Platte nach vorn oder hinten, welche in diesen Fällen eine erhebliche Aenderung des Gangunterschiedes in der Beobachtungsrichtung zur Folge hat. Diese Aenderung konnte hier nicht, wie beim Quarz, vermittelst einer zweiten, in symmetrischer Lage vor die erste gestellten Platte compensirt werden, da keine dazu geeigneten Platten vorhanden waren. Es wurde daher versucht, jenen Fehler dadurch zu eliminiren, dass bei verschiedener Aufstellung der Platte beobachtet wurde, wobei ja die Neigung vermuthlich verschieden ausfiel und es sich also zeigen musste, ob sie grossen Einfluss hatte; auch wurde darauf geachtet, dass der Hebel möglichst wenig seitlich ausweichen konnte, worin sonst der Hauptgrund zu jener schädlichen Neigung der Platte beim Belasten liegt.

Druck $\parallel X^0$, beobachtet $\parallel Y^0$.

Platte 5b, Breitseite. (B = 7,55 mm.)

Q	l. Rd.		M.		r. Rd.	Mittelwerth v. $\varDelta_{12}$	$\bar{\bar{\varDelta}}_{12}$
944	— 0,85		— 0,85		— 0,65	— 0,78	+ 6,44 · 10⁻⁵
1485	— 1,06		— 1,02		— 1,12	— 1,07	+ 5,46 · 10⁻⁵
	— 1,10	— 1,03	— 0,85	— 0,95	— 1,20	— 1,03	
	— 1,17		— 1,05		— 0,83	— 1,02	

Gesammtmittel, wenn man die Beobachtungen bei grösserem Q mit dreifachem Gewicht rechnet:

$$\bar{\bar{\varDelta}}_{12} = +5{,}70 \cdot 10^{-5}.$$

Druck ∥ X^0, beobachtet ∥ Z^0.

Platte 5b, Schmalseite. (B = 4,0 mm.)

Q	Δ_{13}	$\overline{\overline{\Delta}}_{13}$
472	– 0,85 (bei 2 verschiedenen Aufstellungen)	+ 7,42 · 10^{-5}
1485	— 2,20 — 2,40 — 2,23	+ 6,35 . 10^{-5}

Platte 5a, Schmalseite. (B = 3,55 mm.)

Q = 1485. Δ_{13} = — 2,35 (zweimal beob.) $\overline{\overline{\Delta}}_{13}$ = + 5,8 · 10^{-5}.

Zusammen $\overline{\overline{\Delta}}_{13}$ = **+ 6,5 · 10^{-5}.**

Druck ∥ Y^0, beobachtet X^0.

Platte 4. Breitseite. (B = 8,53 mm.)

Q	l. Rd.	M.	r. Rd.	Δ_{21}	$\overline{\overline{\Delta}}_{21}$
944	— 0,77	— 0,73	— 0,75	— 0,75	+ 7,00 · 10^{-5}
1485	— 1,22 — 1,10	— 1,05 — 1,12	— 1,08 — 1,15	— 1,117 — 1,123	+ 6,64 · 10^{-5}

Gesammtmittel: $\overline{\overline{\Delta}}_{21}$ = **+ 6,76 · 10^{-5}.**

Druck ∥ Y^0, beobachtet ∥ Z^0.

Platte 4, Schmalseite. (B = 3,17 mm.)

Q	Δ_{23}	$\overline{\overline{\Delta}}_{23}$
472	— 0,90	+ 6,26 · 10^{-5}
944	— 1,90	+ 6,60 . 10^{-5}
1485	— 2,95 — 3,00	+ 6,56 . 10^{-5}

Gesammtmittel: $\overline{\overline{\Delta}}_{23}$ = **+ 6,52 · 10^{-5}.**

Druck ∥ Z^0, beobachtet ∥ X^0.

Platte 4, Breitseite. (B = 8,53 mm.)

Q	l. Rd.	M.	r. Rd.	Δ_{31}	$\overline{\overline{\Delta}}_{31}$
944	— 0,22	— 0,22	— 0,22	— 0,22	+ 2,05 . 10^{-5}
1485	— 0,28 — 0,32	— 0,30 — 0,34	— 0,33 — 0,30	— 0,30 — 0,32	+ 1,85 · 10^{-5}

Platte 5b, Schmalseite.

Q	Δ_{31}	$\overline{\overline{\Delta}}_{31}$	
944	— 0,59	+ 2,58 · 10^{-5}	2,12 · 10^{-5}
1485	— 0,60	+ 1,66 . 10^{-5}	

Platte 5a, Schmalseite.

Q	Δ_{31}	$\overline{\overline{\Delta}}_{31}$
1485	— 0,89	+ 2,20 · 10^{-5}

Gesammtmittel $\overline{\overline{\Delta}}_{31}$ = **+ 2,05 · 10^{-5}.**

Druck ‖ Z^0, beobachtet ‖ Y^0.

Platte 4, Schmalseite.

$$Q = 944, \quad \Delta_{32} = -1{,}40, \quad \overline{\overline{\Delta}}_{32} = +4{,}86 \cdot 10^{-5}.$$

Platte 5b, Breitseite. ($B = 7{,}25$ mm.)

Q	l. Rd.	M.	r. Rd.	Δ_{32}	$\overline{\overline{\Delta}}_{32}$
1485	—1,20	—0,96	—0,70	—0,95	$+4{,}8 \cdot 10^{-5}$
	(—1,05	—1,00	—1,26	—1,10)	
	—0,90	—0,95	—0,97	—0,94	
	(—0,68	—0,75	—0,95	—0,79)	
944		—0,67			$+5{,}35 \cdot 10^{-5}$
		—0,65			

Gesammtmittel: $\overline{\overline{\Delta}}_{32} = +\mathbf{5{,}0 \cdot 10^{-5}}$.

Druck- und Beobachtungsrichtung ‖ den Halbirungslinien der Winkel zwischen Y^0 und Z^0.

Platte 1a, Schmalseite. ($B = 3{,}35$ mm.)

Q	1te Druckrichtung	2te Druckrichtung	Δ_1 im Mittel	$\overline{\overline{\Delta}}_1$
944	—1,35	—1,30	—1,316	$+4{,}83 \cdot 10^{-5}$
	—1,30	—1,315		
1005	—1,35	—1,38	—1,375	$+4{,}75 \cdot 10^{-5}$
1485	—1,95	—2,00	—1,975	$+4{,}60 \cdot 10^{-5}$

Platte 1b, Schmalseite. ($B = 2{,}8$ mm.)

$$Q = 944 \left\{ \begin{array}{l} \text{1. Druckrichtung: } \Delta_1 = -1{,}47 \\ \text{2. \quad ,, \quad ,, \quad } \Delta_1 = -1{,}55 \end{array} \right\} -1{,}51. \quad \overline{\overline{\Delta}}_1 = +4{,}63 \cdot 10^{-5},$$

Gesammtmittel: $\overline{\overline{\Delta}}_1 = +\mathbf{4{,}73 \cdot 10^{-5}}$.

Druck- und Beobachtungsrichtung ‖ den Halbirungslinien der Winkel zwischen Z^0 und X^0.

Platte 2b, Schmalseite. ($B = 4{,}02$ mm.)

Q	Druckrichtung +45°.	Druckrichtung —45°.
944	$\Delta_2 = +0{,}20$ bis 0,40	ca. +0,30
1485		+0,40

Bei mehrfacher Wiederholung der Versuche mit der Belastung $Q = 1485$ g wurden bei beiden Druckrichtungen sehr kleine, überwiegend positive Werthe

von Δ_2, die höchstens $+0,55$ erreichten, und nur einmal ganz kleine negative Werthe beobachtet. Diese Unterschiede rührten wahrscheinlich von kleinen Neigungen der Platte beim Comprimiren her. Meist war die Aenderung bei guter Aufstellung so klein, dass sie überhaupt kaum messbar war. Es mag als wahrscheinlicher Werth $+0,40$ für 1500 g angenommen werden, woraus folgt

$$\overline{\overline{\Delta}}_2 = -1,1 \cdot 10^{-5}.$$

Druck- und Beobachtungsrichtung ‖ den Halbirungslinien der Winkel zwischen X^0 und Y^0.

Platte 3, Schmalseiten. ($B = 3,20$ mm.)

Q	1te Druckrichtung	2te Druckrichtung	Δ_3 im Mittel.	$\overline{\overline{\Delta}}_3$
944	$-1,52$ $-1,45$	$-1,60$ $-1,59$	$-1,56$ $-1,52$	$+5,39 \cdot 10^{-5}$
1485	$-2,33$	$-2,45$	$-2,39$	$+5,32 \cdot 10^{-5}$

Gesammtmittel: $\overline{\overline{\Delta}}_3 = +5,36 \cdot 10^{-5}$.

Es haben sich also schliesslich folgende durchschnittliche Werthe der Grössen $\overline{\overline{\Delta}}$ ergeben:

$$\overline{\overline{\Delta}}_{23} = +6,52 \cdot 10^{-5}, \quad \overline{\overline{\Delta}}_{31} = +2,05 \cdot 10^{-5}, \quad \overline{\overline{\Delta}}_{12} = +5,70 \cdot 10^{-5},$$
$$\overline{\overline{\Delta}}_{32} = +5,0 \cdot 10^{-5}, \quad \overline{\overline{\Delta}}_{13} = +6,5 \cdot 10^{-5}, \quad \overline{\overline{\Delta}}_{21} = +6,76 \cdot 10^{-5},$$
$$\overline{\overline{\Delta}}_{1} = +4,73 \cdot 10^{-5}, \quad \overline{\overline{\Delta}}_{2} = -1,1 \cdot 10^{-5}, \quad \overline{\overline{\Delta}}_{3} = +5,36 \cdot 10^{-5},$$

und durch Einsetzung derselben in die Formeln 105) folgt:

$$\frac{a_{44}\, s_{44}}{v^2} = \frac{2\lambda}{n_m^3}\{11,52 - 4,4 - 9,5\} \cdot 10^{-5} = -2,4 \cdot \frac{2\lambda}{n_m^3} \cdot 10^{-5},$$

$$\frac{a_{55}\, s_{55}}{v^2} = \frac{2\lambda}{n_m^3}\{8,55 - 5,35 + 2,2\} \cdot 10^{-5} = +5,4 \cdot \frac{2\lambda}{n_m^3} \cdot 10^{-5},$$

$$\frac{a_{66}\, s_{66}}{v^2} = \frac{2\lambda}{n_m^3}\{12,46 - 6,51 - 10,71\} \cdot 10^{-5} = -4,8 \cdot \frac{2\lambda}{n_m^3} \cdot 10^{-5}.$$

Setzt man nun für n_m in allen drei Fällen den Werth 1,493, ferner $\lambda = 589 \cdot 10^{-6}$ ein, so erhält man für die piëzooptischen Constanten $\frac{a_{hh}}{v^2}$ für Natriumlicht die nachstehenden Werthe:

$$\frac{a_{44}}{v^2} = -0{,}85 \cdot \frac{10^{-8}}{s_{44}},$$

$$\frac{a_{55}}{v^2} = +1{,}9 \cdot \frac{10^{-8}}{s_{55}},$$

$$\frac{a_{66}}{v^2} = -1{,}7 \cdot \frac{10^{-8}}{s_{66}}.$$

Diese Werthe unterliegen allerdings einer grossen Unsicherheit, weil sie aus je fünf Grössen, deren jede nur ziemlich ungenau bestimmt werden konnte, abgeleitet sind. Die Extreme, welche man durch Combination der grössten und kleinsten Werthe $\overline{\overline{\varDelta}}$ ungünstigsten Falls erhalten könnte, sind:

$$\text{für } \frac{a_{44}s_{44}}{v^2} \cdot 10^8 : \quad -0{,}46 \text{ und } -1{,}16,$$

$$\text{„ } \frac{a_{55}s_{55}}{v^2} \cdot 10^8 : \quad +0{,}5 \text{ und } +2{,}8,$$

$$\text{„ } \frac{a_{66}s_{66}}{v^2} \cdot 10^8 : \quad -1{,}0 \text{ und } -2{,}1,$$

sodass also wenigstens die Vorzeichen, welche zugleich diejenigen der a_{hh} selbst sind, als sicher festgestellt gelten dürfen. Die absoluten Werthe der a_{hh} selbst, auf die es uns schliesslich ankommt, können ja überdies gegenwärtig nicht berechnet werden, da die Torsionsmoduln s_{hh} nicht bekannt sind. Um wenigstens ihre Grössenordnung abzuschätzen, wird man für letztere etwa einen Werth annehmen können, wie er für andere Salze gefunden ist. Nach den Bestimmungen von Herrn Voigt ist für

	Steinsalz	Sylvin	Natriumchlorat
$s_{44} \cdot 10^8 =$	$+77$	$+153$	$+82.$

Man kann also wohl annehmen, dass die Werthe a_{hh} etwa $\frac{1}{100}$ der oben bestimmten $a_{hh}s_{hh} \cdot 10^8$ betragen werden, und dies ist auch die Grössenordnung der für mehrere regulär krystallisirende Salze früher von mir gefundenen Grössen a_{44}; es ist nämlich:

	für Steinsalz	Sylvin	Flussspath	Natriumchlorat
$\frac{a_{44}}{v^2} =$	$-0{,}0108$	$-0{,}028$	$+0{,}023$	$-0{,}020.$

Bemerkenswerth ist das positive Vorzeichen der piëzooptischen Constante a_{55} des Seignettesalzes im Gegensatz zu dem (gewissermaassen normalen) negativen der beiden anderen.

§ 6. Schlussfolgerungen aus den Beobachtungsresultaten für Seignettesalz.

Wir wollen nun sehen, was sich aus den gewonnenen Resultaten über die Frage der Gleichheit der e_{hk} und e'_{hk} schliessen lässt, d. h. über die Gültigkeit

der Annahme, dass die optische Wirkung des elektrischen Feldes lediglich aus der Deformation des Krystalles so berechnet werden könne, als ob dieselbe mechanisch erzeugt wäre.

Wir haben erhalten

$$\delta_{14} = +340 \cdot 10^{-8} \text{ bis } +1180 \cdot 10^{-8}, \qquad \delta_{25} = -165 \cdot 10^{-8}, \qquad \delta_{36} = +35{,}4 \cdot 10^{-8};$$

folglich wird nach 91) bei Benutzung der am Schlusse von § 5 gefundenen Mittelwerthe der $\frac{a_{hh} s_{hh}}{v^2}$:

$$\frac{e'_{41} \varkappa_1}{v^2} = -290 \cdot \frac{10^{-16}}{s_{44}} \text{ bis } -1000 \cdot \frac{10^{-16}}{s_{44}},$$

$$\frac{e'_{52} \varkappa_2}{v^2} = -314 \cdot \frac{10^{-16}}{s_{55}},$$

$$\frac{e'_{63} \varkappa_3}{v^2} = -60 \cdot \frac{10^{-16}}{s_{66}}.$$

Dagegen ergaben die directen Beobachtungen:

$$\frac{e_{41} \varkappa_1}{v^2} = -5 \cdot 10^{-8} \text{ bis } -17 \cdot 10^{-8},$$

$$\frac{e_{52} \varkappa_2}{v^2} = -5{,}07 \cdot 10^{-8},$$

$$\frac{e_{63} \varkappa_3}{v^2} = +0{,}95 \cdot 10^{-8}.$$

Bei e_{41} und e'_{41}, sowie bei e_{52} und e'_{52} stimmt das Vorzeichen überein. Die absolute Grösse ist bei $e_{41} \varkappa_1$ und $e'_{41} \varkappa_1$ in zu weiten Grenzen unbestimmt geblieben, als dass sich aus ihr etwas schliessen liesse; bei e_{52} und e'_{52} würde sie übereinstimmen, wenn der Torsionsmodul $s_{55} = 61{,}8 \cdot 10^{-8}$ wäre, welcher Werth im Vergleich zu den oben mitgetheilten für andere Salze allerdings kleiner erscheint, als man vermuthen würde, aber noch nicht so unwahrscheinlich ist, dass man auf eine thatsächliche Verschiedenheit von e_{52} und e'_{52} schliessen dürfte. Anders liegt die Sache bei e_{63} und e'_{63}, denn hier sind die Vorzeichen verschieden, man kann also, ohne den Werth von s_{66} zu kennen, den Schluss ziehen, dass eine dielektrische Polarisation parallel der c-Axe in anderer Weise auf das optische Verhalten einwirkt, als nur durch Vermittelung der mit ihr verbundenen Deformation des Krystalles. Doch ist dieses Resultat hier nicht ganz so sicher wie beim Quarz und Natriumchlorat, weil die optischen Beobachtungen, aus welchen in § 3 der Werth von $\frac{e_{63} \varkappa_3}{v^2}$ abgeleitet wurde, sehr kleine und schwer genau messbare Aenderungen betrafen. Sollte es später gelingen, den Torsionsmodul s_{55} des Seignettesalzes zu bestimmen, so würden die oben gefundenen Werthe von e_{52} und e'_{52} sich vielleicht noch besser zur Entscheidung der aufgeworfenen Frage eignen.

Endlich sei noch einmal hervorgehoben, dass dielektrische Polarisation parallel der a-Axe auch von einer starken, sich mit dem Elektrisirungssinne nicht umkehrenden Aenderung der Doppelbrechung begleitet ist, welche kaum durch eine entsprechende Deformation erklärbar erscheint und somit ebenfalls auf eine directe optische Wirkung des elektrischen Feldes hindeutet. —

Insgesammt führen die Resultate der vorliegenden Arbeit dazu, die zu Anfang (S. 2) gestellte Frage dahin zu beantworten, dass elektrostatische Kräfte einen directen Einfluss auf die Lichtbewegung in piezoelektrischen Krystallen ausüben.

Inhaltsübersicht.

Zoologische Miscellen

I.

Von

E. Ehlers.

1. Der Processus xiphoideus und seine Muskulatur von Manis macrura Erxl. und Manis tricuspis Sundev.
   Mit Tafel I und II.
2. Die Schnabelbildung von Heteralocha acutirostris (Gould).
   Mit 7 Textfiguren.

(Vorgelegt in der Sitzung vom 13. Februar 1894).

Der Processus xiphoideus und seine Muskulatur von Manis macrura Erxl. und Manis tricuspis Sundev.

Mit Taf. I und II.

Die eigenartige Bildung und Lagerung, welche bei africanischen Manis-Arten der processus xiphoideus des Brustbeins besitzt, ist seit der ersten Beschreibung, die v. Klein[1]) davon im Jahre 1856 gegeben hat, im Allgemeinen wohl bekannt gewesen. Für die Morphologie des Säugethierskelettes und damit für verwandtschaftliche Beziehungen zwischen Säugern, insbesondere Edentaten und niedriger stehenden Wirbelthieren schien diese Bildung aber von besonderer Bedeutung zu sein, als Parker[2]) dieses Xiphosternum africanischer Maniden auf Abdominalrippen zurückführte und mit dieser Auffassung einigen Beifall fand.

Als ich bei Erwerbungen für die Sammlung des zool. zoot. Instituts der Universität Göttingen auch in den Besitz einer in Weingeist conservirten, leider der Baucheingeweide beraubten Manis gekommen war, sah ich, dass die Parkersche Deutung auf schwachen Füssen stehe, und in der Voraussetzung, dass ohne die genauere Kenntnis der am processus xiphoideus befindlichen Muskulatur dessen Verständnis nicht sicher zu erlangen sei, ging ich an einem zunächst unzulänglichen Material, das ich zu ergänzen hoffte, an dessen Untersuchung.

Da erschienen die Beiträge zur Anatomie und Entwicklung des Genus Manis von Max Weber[3]). In ihnen wurde auf Grund einer vergleichenden

---

1) v. Klein, Apparat zur Bewegung der Zunge bei Manis longicaudata (Shaw.), Würtemberg. naturw. Jahreshefte XII, 1856, pg. 96, pg. 566.

Zu vergleichen auch: Focillon, Revue et Magasin de Zoologie 1850, Nr. 9 pg. 29 de l'extrait. P. Gervais, Nouv. archiv. du Mus. d'hist. nat. de Paris. T. V. Mémoire sur les formes cérébrales propres aux Edentés pg. 20.

2) W. Kitchen-Parker, A Monograph of the structure and development of the Shoulder-girdle and Sternum of the Vertebrata. London (Ray Society) 1868, pg. 202.

3) Max Weber, Zoologische Ergebnisse einer Reise in Niederländisch Ost-Indien. Bd. 2, Leiden 1891, pg. 79.

Osteologie die Parkersche Meinung von dem Zusammenhange des Xiphosternum mit Abdominalrippen völlig zutreffend zurückgewiesen; die besondere Gestaltung des Brustbeinfortsatzes mit der Entwicklung der Musculi sternoglossi in Verbindung gebracht und der Unterschied der africanischen und asiatischen Manis-Arten in diesem Punkte hervorgehoben. M. Weber hat dagegen die richtig mit dem Processus xiphoideus in Verbindung gesetzte Muskulatur keiner besonderen Untersuchung unterworfen, und da es mir mittlerweile gelungen ist, deren eigenthümliches Verhalten einigermaassen aufzuklären, so dürfte eine Mittheilung meiner hierauf bezüglichen Befunde zur Klarstellung der Verhältnisse nach einer Seite hin beitragen.

Den Herren Professoren Max Weber in Amsterdam, Hubrecht in Utrecht und Kraepelin in Hamburg bin ich zu Dank verpflichtet, dass sie mir in Weingeist aufbewahrte Manis für die Untersuchung zur Verfügung stellten oder abtraten, und damit das Material, welches mir aus der Sammlung des hiesigen zoologisch-zootomischen Institutes zu Gebot stand, so erweiterten, dass meine Untersuchungen einigen Erfolg bringen konnten. Für abgeschlossen halte ich selbst sie nicht; reicheres Material wird noch manche anatomische Einzelheiten klar zu legen gestatten.

Der Anblick, welchen an den in Weingeist conservirten Thieren die Gesammtheit des Brustbeinfortsatzes bot, war je nach dem Erhaltungszustande verschieden, bietet darin aber einiges Interesse. Bei dem jüngeren Exemplare von Manis macrura Erxl., dessen Bauchhöhle entleert war, erstreckte sich der processus xiphoideus frei vom hintern Ende des Brustbeinkörpers bis auf die Höhe der Schambeinsymphyse und war dabei in solcher Weise schraubenartig gedreht, dass eine völlige Gradstreckung ausgeschlossen schien, wenn nicht Brüche oder Zerreissungen an ihm eintreten sollten. Leicht war es dagegen ihm eine solche Lage zu geben, die annähernd der normalen im Leben vorhandenen entsprach.

Diese, die schon von v. Klein und M. Weber beschrieben ist, besteht darin, dass der Brustbeinfortsatz von der Mitte des hinteren Randes des Brustkorbes über das Zwerchfell hinaus in den Bereich der Bauchhöhle eintritt, ausserhalb des Peritonaeums auf der Innenfläche der Bauchwand liegt, hier anfänglich in der Medianlinie, dann rechts vom ligamentam suspensorium hepatis nach rückwärts läuft und ehe er auf die Höhe des oberen Beckenrandes kommt mit einem nach vorn geöffneten Bogen rechts zur Seite ausweicht, und nun mit der Endstrecke so weit nach vorn zieht, dass deren Ende in der rechten Körperhälfte hinter der Hinterfläche der Leber auf den hinteren Rippen ruht, welche an der Begrenzung des vorderen Theiles der Bauchhöhle theil nehmen. (Taf. I Fig. 10). Es bildet danach der Brustbeinfortsatz auf der Innenfläche der Bauchdecken ausserhalb des Peritonaeums mit seiner rücklaufenden Endstrecke einen grossen bogenförmigen Haken mit einer nach vorn sehenden Concavität. Drängt man in der geöffneten Leibeshöhle die Eingeweide, besonders die Darmschlingen

zur Seite, so sieht man den derartig gekrümmten Brustbeinfortsatz durch die peritoneale Bekleidung der Bauchdecken durchschimmern und mehr oder minder stark, je nach dem Zuge, den man auf die Bauchdecken wirken lässt, wulstig vorspringen. Offenbar ist er dabei nicht völlig festgehalten, sondern besitzt eine gewisse Beweglichkeit, mit welcher es zusammenfällt, dass das ihn deckende Peritonaeum Verschiebungen und Faltenbildungen gestattet.

Aus seiner natürlichen Lage und Verbindung lässt sich der Apparat des Brustbeinfortsatzes leicht herauslösen, wenn man den ihn deckenden peritonealen Ueberzug spaltet. Man erhält dann die Vorstellung, dass er zwischen diesem und der Bauchdecke wie in einer Scheide liege, an deren Wandungen er nur durch leichte Bindegewebszüge angeheftet sei.

Aus dieser Hülle herausgenommen erweist sich der Apparat als ein seiner Länge nach fast gleichmässig dicker derber Strang, der am Ende stumpf lanzettförmig ausläuft. Sein Breitendurchmesser ist grösser als die Dicke, die Fläche mit der er der Bauchdecke aufliegt, eben, die der Bauchhöhle zugewendete convex gewölbt, die ebene und gewölbte Fläche gehen mit zugeschärften Rändern in einander über. Der bei weitem grösste Theil der Oberfläche hat ein sehnig glänzendes Ansehen, auf den Rändern der ventralen Fläche laufen vom Brustbein kommend zwei unter der sehnigen Oberfläche hervorscheinende knorpelig glänzende, schlanke Stäbe, welche an der Endstrecke in der Tiefe des Apparates verschwinden; zwei ähnliche, doch weniger ausgeprägte Stäbe liegen auf der hinteren Hälfte der dorsalen Fläche, kommen aus der Tiefe des Endabschnittes hervor, treten unter die Oberfläche, nähern sich hier einander und enden getrennt von einander, oder sind durch ein Verbindungsstück vereinigt. Am lanzettförmig zugespitzten Endstück lässt die äussere, hier dünne membranöse Hülle deutliche Muskelbäuche hervortreten, welche die Ränder umfassend von jeder Seite her in der Mittellinie zusammenstossen.

Der Apparat setzt sich aus Skelettbestandtheilen und Muskulatur mit den dazu gehörenden Blutgefässen und Nerven zusammen.

Die Skelettheile gehören dem processus xiphoideus des Brustbeines an. Seine Beschreibung gebe ich zunächst nach einen im Rohskelett erhaltenen Stücke der Manis macrura Erxlb., welches die Sammlung von H. Dr. Büttikofer in Leyden erhielt; darin war der Brustbeinfortsatz grade gestreckt auf einen Stab gebunden und so mit einem Rest von Weichtheilen getrocknet; augenscheinlich völlig unverletzt. Das aufgestellte Skelett misst von der Schnauzenspitze bis zum vorderen Rande des Kreuzbeines mit dem Bandmaas längs der dorsalen Mittellinie der Wirbelsäule gemessen, 29,5 cm, vom Vorderrande des Kreuzbeins bis zur Schwanzspitze 69 cm.

Der Fortsatz (Taf. II Fig. 1) hat als Basis eine knöcherne Platte, deren 1, 9 cm betragende Länge wenig hinter der halben Länge des aus sieben Stücken zusammengesetzten Brustbeines zurückbleibt; sie beginnt am hinteren Rande des die letzten Rippen aufnehmenden Brustbeinstückes mit einer dem gleich kommenden Breite, verschmälert sich weiterhin ein wenig, um auf der hinteren Hälfte

sich etwa auf die doppelte Breite auszudehnen; die ventrale Fläche der Platte ist schwach concav. Der hintere Rand ist in der Mitte concav ausgerandet; an seinen Ecken entspringen die langen schlanken Stäbe, welche dem ganzen Fortsatz die eigenthümliche Gestalt verleihen. Jeder dieser Stäbe geht in solcher Weise von dieser Ecke ab, dass die Linie des Aussenrandes von der knöchernen Platte ungebrochen auf die des Stabes übergeht, und die Stäbe würden sich unmittelbar als die continuirlichen Verlängerungen der Hinterecken der knöchernen Platte darstellen, wenn nicht durch das ungleiche Gewebe, aus denen die eine und die anderen bestehen, eine Grenze zwischen ihnen gekennzeichnet würde. Denn diese Stäbe sind von Knorpel gebildet, der streckenweise allerdings durch Kalkeinlagerungen in Härte und Färbung von dem übrigen Theile verschieden ist.

Jeder Stab, der bei 17 cm Länge gerade ausgestreckt nach hinten über die Symphyse des Beckens hinausragt, ist schlank, nimmt nach hinten wenig an Dicke ab, vorn im Allgemeinen drehrund und auf dem Querschnitt von der Kreisform zum Oval übergehend. In dieser künstlichen Streckung stehen beide Stäbe auf dem grössten Theil ihrer Länge um mehr, als die Breite des Brustbeines beträgt, von einander ab, ein Abstand, der die Entfernung beider von einander in der natürlichen Lagerung übertrifft. Die hinteren Enden der beiden Stäbe nähern sich einander und der Medianebene des Körpers mit einer Einwärtskrümmung, welche bei beiden ungleich, und im Allgemeinen offenbar variabel ist. Dabei verlieren die Stäbe ihre drehrunde Gestalt, nehmen an Dicke ab und an Breite zu und wandeln sich so zu schmalen dünnen Platten um, die hart aneinander rücken ohne jedoch zusammen zu stossen. Mit jedem dieser Endabschnitte hängt eine schmale lange Platte mit unregelmässig begrenzten Rändern zusammen; diese beiden Platten liegen in ihrem weiteren Verlauf in einer anderen Ebene als die Stäbe, von denen sie ausgehen, und zwar in dem gerade gebogenen Präparate höher, d. h. mehr dorsalwärts als diese. Beide Platten wenden sich von ihrer Anheftungsstelle an den Stäben medianwärts und nach vorn, kommen dabei fast zur Berührung mit einander, erstrecken sich nach vorn bis über die halbe Länge der Stäbe und vereinigen sich hier zu einem gemeinsamen kurzen zungenförmigen Fortsatz. Das Aussehen dieser Platten ist viel mehr hautartig als das der Stäbe, zumal da ihre Ränder unregelmässig verdünnt auslaufen, doch sind auch sie von Knorpel gebildet. Eine Vereinigung der beiden Platten im Vorderende kommt vielleicht nicht überall vor, in einem Exemplar, welches ich nicht weiter zerlegen konnte, schienen die Platten gesondert von einander auszulaufen.

Sind die Skelettheile hier in der unnatürlichen Lagerung beschrieben, welche durch ihre Streckung herbeigeführt wird und die in Figur 11 abgebildet ist, so erhält man eine Vorstellung von ihrem eigentlichen Verhalten, wenn man die hintere Strecke hakenförmig nach vorn und mit der Wendung nach rechts gebogen denkt, wie die Lagerung des ganzen Apparates an der Innenfläche der Bauchwand stattfindet. Dabei sind die Enden der rücklaufenden Platten durch die Dicke des ganzen Apparates von den Stäben getrennt und reichen an der

Concavität des bogenförmigen Hakens entlang ziehend mit ihrem Vorderende auf die Endstrecke der nach hinten laufenden Schenkel des Apparates; die hakenförmige Krümmung ist mit einer solchen Drehung verbunden, dass auf der Bauchdecke der rechte Stab und die rechte Platte im Endabschnitte höher als ihre Gegenstücke liegen (Taf. I Fig. 10).

Vervollständigt wird dieses Gerüst der Stäbe und Platten durch Häute, die sie unter einander verbinden. Von der Gabelung ab, an der die beiden Stäbe von der Basalplatte des Xiphosternum entspringen, ist zwischen ihnen eine sehnige Haut ausgespannt, die beide Stäbe zu einer Platte verbindet. Diese Haut ist in der vorderen Strecke derb und straff und hat das Aussehen einer sehnigen Platte mit eingeflochtenen vielfach durchkreuzten Fasern; weiter nach hinten nimmt sie an Stärke ab, ist aber in der ganzen Ausdehnung zwischen den Stäben zu verfolgen. In ähnlicher Weise ist zwischen den beiden Platten von ihrem Ursprunge bis zu ihrer Vereinigung eine Verbindungshaut gespannt. Ausserdem aber ist jede Platte mit dem zu ihr gehörenden Stabe in doppelter Weise häutig verbunden. Vom Aussenrande der Platte geht eine Haut um den Umfang der angelagerten Muskulatur zu dem äusseren Umfange des zu ihr gehörenden Stabes; diese Aussenhaut stellt zusammen mit den medianen Verbindungshäuten der Platten und Stäbe eine äussere scheidenartige Umfassung der Muskulatur dar. Zu ihnen gesellen sich, auf der Aussenfläche nicht sichtbar, Membranen, die in der Endstrecke des Apparates wie Septen zwischen der Muskulatur von Platte zum Stabe gespannt sind. Das Verhalten und die Bedeutung dieser Membranen ist später im Zusammenhang mit der Muskulatur erörtert.

Die Verbindung einer Muskulatur mit diesen Skelettheilen schliesst einen Apparat ab, zu dessen Endstrecke der Processus xiphoideus beiträgt. Der hakenförmig gekrümmte, in der Leibeshöhle liegende Brustbeinfortsatz steht durch die an ihm befindlichen, insbesondere muskulösen Weichtheile in unmittelbarem Zusammenhang mit einem derben cylindrischen Strang, der auf der inneren Fläche des Brustbeinkörpers und fest mit ihm verbunden durch das Mediastinum anticum und weiter über die obere Brustapertur hinaus zwischen und unterhalb der Muskeln des Halses über den Kehlkopf hinweg gegen den Boden der Mundhöhle läuft. Von dieser Gegend ab bis zum hinteren Ende des processus xiphoideus erscheint das ganze Gebilde als ein derber einheitlicher Strang (Taf. I Fig. 1). — An allen Exemplaren, die ich präparirt habe, ist etwa auf der Höhe des Kehlkopfeinganges, da wo der Strang hinter dem Boden der Mundhöhle frei geworden ist, seine sonst glatte Oberfläche durch einen grossen queren Spalt unterbrochen, aus dem bruchsackähnlich, ungleich weit eine wulstartig erscheinende, unregelmässig gefaltete Masse hervortritt, ein Stück der Zungenscheide mit der Zungenwurzel. — Die Anfangsstrecke des Stranges in der Halsregion zeigt auf der Oberfläche querlaufende Muskelfasern, diese nehmen nach hinten ab, indem sie auf schmaler werdende Streifen eingeengt werden, und neben diesen hat dann die Oberfläche, wie auf der Endstrecke ausschliesslich, eine glatte fascien- oder sehnenartige Oberfläche.

Dieser Strang besteht aus Muskeln, die in der Umgebung der Mundhöhle in ungleicher Weise entspringen, sich an der Bildung des Stranges ungleich betheiligen und zum Theil auf den processus xiphoideus hinübergreifen, um an diesem sich mittelbar oder unmittelbar anzuheften.

Die ganze Muskelmasse zerlegt sich in zwei Gruppen, in eine den Kern bildende axiale, von den längslaufenden Fasern der Musculi sternoglossi hergestellt, und in eine andere, die den Kern wie eine Scheide umgiebt. Die Muskelscheide bezeichne ich für die Zwecke der Beschreibung zunächst als einen Musculus glossovaginalis; seine morphologische Deutung und die Homologien seiner einzelnen Bestandtheile lasse ich nachher folgen. Er setzt sich aus ungleichen über einander gelagerten Schichten oder Blättern zusammen, in welchen Muskelfasern, die zu den axialen Längsmuskeln quer oder im spitzen Winkel laufen, sich mit bindegewebigen Platten, die die Rolle von Sehnen und Fascien spielen, zu Einheiten verbinden. Lockeres Bindegewebe verbindet diese Schichten untereinander. Ich fasse die Schichten für die Beschreibung in zwei Gruppen zusammen und sondere danach zunächst, wie es die anatomische Präparation ergiebt, einen Musculus glossovaginalis superficialis von einem Musculus glossovaginalis profundus.

Musculus glossovaginalis.

In der Beschreibung der ganzen Muskulatur möge der Musculus glossovaginalis superficialis vorangehen, wie sich seine Schichten bei der Präparation darstellen, die von der ventralen Fläche der Halsgegend aus in die Tiefe vordringt.

Entfernt man die Haut der Halsgegend mit dem Musculus subcutaneus colli und legt die grossen Unterkieferdrüsen zur Seite, so trifft man hier in der ventralen Halsfläche die oberflächliche Schicht der Scheidenmuskulatur, zu deren Verfolgung nach hinten die Wand des Brustkorbes zu öffnen ist, wo diese Schicht dann als äusserste Schicht des ganzen Muskelapparates gegen den Brustbeinfortsatz hin zu verfolgen ist. Der muskulöse Theil ist eine aus querlaufenden Fasern gebildete Platte, welche in der Halsgegend in ganzer Breite den ventralen Umfang des Muskelapparates deckt; löst man diesen aus seiner Verbindung mit dem Brustbein und Brustbeinfortsatz, so sieht man wie die muskulöse Platte nach hinten auf dem ventralen Umfange des Muskelstranges an Breite abnimmt, und derartig dreieckig zugespitzt ausläuft, dass sie auf dem vorderen Drittel des Brustbeinfortsatzes mit einer in der Sagittalebene liegenden Spitze endigt (Taf. I Fig. 10),

Diese Muskelplatte wird in der Halsregion in ungleicher Weise unterbrochen. Bei den von mir präparirten Stücken waren die Fasern etwa auf der Höhe des Kehlkopfes dadurch breit spaltförmig auseinandergedrängt, dass hier als ein unregelmässig gefalteter Wulst die von der Zunge gefüllte Zungenscheide sich bruchsackartig mit einer Schlinge hervordrängte. Dies Verhalten wird vermuthlich je nach der Lage der Zunge wechseln, vielleicht ein ganz vorübergehendes sein. Etwa auf gleicher Höhe wird diese Muskelschicht am seitlichen

Umfang jederseits dadurch unterbrochen, dass der Ausführungsgang der Unterkieferdrüse und etwas dahinter der Nervus hypoglossus und eine Arterie mit ihrer Vene durch Spalten hindurchbrechen, um unter der Muskelplatte in ungleicher Richtung weiter zu ziehen.

Diese Muskelplatte hat im Bereich der Kiefer und der vorderen Halsregion ungleiche Ursprünge. Die zwischen den Aesten des Unterkiefers quer verlaufenden den Boden der Mundhöhle bildenden Fasern entspringen auf den unteren Rändern der beiden Unterkieferäste und den daran zunächst anstossenden medianwärts gerichteten Abfall; so entsteht eine zwischen den beiden Kieferästen ausgespannte Muskelplatte. An deren hinteren Rand schliessen sich unmittelbar querlaufende Fasern an, die vom Seitenrande des lang ausgezogenen weichen Gaumens kommen. Diese Fasern bilden den Hauptantheil der Muskelfaserplatte, welche die medianen und die seitlichen Durchbrechungen trägt. In ihrem Bereich liegt jederseits auf der äusseren Fläche der Seitentheile ein schmales schlank dreieckiges Muskelbündel, welches im spitzen Winkel zu den queren Fasern der Platte von aussen und vorn, nach hinten und medianwärts gerichtet ist; dieses Bündel verfolgte ich lateralwärts bis zu seinem Ursprunge am vorderen und inneren Umfang der bulla tympanica; hier sass es mit schmaler Basis der Knochenfläche auf, zog dann in der bezeichneten Richtung sich kegelförmig zuspitzend, und heftete sich an die Muskelplatte da, wo der Nervus hypoglossus den seitlichen Umfang der Muskelscheide durchbricht. Descriptiv wird dieses Bündel als ein besonderer Kopf des M. glossovaginalis superficialis zu bezeichnen sein (Fig. 1 Glv. s. 1).

Hinter der Durchbruchspalte für den Austritt der Zungenscheide hat die Muskelfaserplatte des M. glossovaginalis superficialis keine Skeletursprünge mehr. Ihre querlaufenden Muskelfasern heften sich jederseits an eine Bindegewebsplatte und stellen mit dieser ein scheidenförmiges Rohr vor, welches auf dem ventralen Umfang muskulös ist, auf dem dorsalen Umfang von einer Bindegewebsplatte gebildet wird. Das ist die eigentliche Scheide des Musculus glossovaginalis, die sich von der Halsgegend über die im Innern des Brustkorbes und der Bauchhöhle gelegenen Abschnitte des ganzen Apparates erstreckt.

Spaltet man in diesem Bezirke dieses äussere Scheidenblatt in der Medianlinie, so lässt es sich ungehindert ausbreiten, und zeigt sich als eine continuirliche Platte aus querlaufenden Muskelfasern, welche durch einen bandartigen bindegewebigen Streifen in der dorsalen medianen Fläche vereinigt werden. Nach hinten zu erhält sich diese Bildung, während die Breite der muskulösen Platte ab, die der dorsalen bindegewebigen Platte an Breite zunimmt, bis etwa auf die halbe Länge des processus xiphoideus. Hier sind die Muskelfasern geschwunden, die Scheide ist im ganzen Umfange bindegewebig membranös. Noch weiter nach hinten verliert sie an Selbständigkeit und Stärke, indem sie sich auf die Oberfläche der hier zu Tage tretenden Musculi sternoglossi legt (Taf. I Fig. 5. 10). Auf dem proc. xiphoideus geht von der Membran, welche dessen Stäbe verbindet, eine mediane längslaufende Bindegewebslamelle an die äussere Oberfläche dieser Schicht wie ein Halteband.

Dieser Musculus glossovaginalis superficialis deckt und umscheidet die Schichten des Musculus glossovaginalis profundus. Deren unterscheide ich drei, eine äussere, mittlere und innere, welche alle an den Kieferästen an ungleichen Orten hintereinander muskulös entspringen, und in der Scheide der Musculi sternoglossi in ungleicher Weise in bindegewebige Blätter übergehen, welche nach der ihnen gegebenen Bezeichnung von aussen nach innen gegen die centralen Muskeln hin schichtweise auf einander folgen.

Die äussere Schicht, Stratum externum m. glossovaginalis profundi, entspringt mit einem zugespitzten Muskelbauche jederseits neben der Symphyse und an der vorderen Strecke der Innenfläche des Unterkiefers (Taf. I Fig. 3. 4. 10. Glv. p. 1); an einander stossend laufen die bandartig glatten Muskelbäuche allmählich an Breite zunehmend nach hinten bis sie vor der vortretenden Zungenscheide aus einander weichen, und rechts und links an dieser vorbei entlang ziehen: hinter dieser Durchbruchstelle der Zungenscheide legen sich die bandförmigen Muskeln nun völlig umscheidet von dem m. glossovaginalis superficialis in der ventralen Mittellinie wieder an einander und bilden so in der Halsgegend ein gemeinsames Muskelband; dieses nimmt nach hinten an Breite zu, indem zugleich die Fasern seiner Randtheile schräg dorsalwärts sich wenden. Damit breitet sich diese Muskelschicht mantelförmig über die centralwärts gelegenen Theile aus, und wird etwa auf der Höhe des vorderen Brusteinganges dadurch zu einer völligen Muskelscheide, dass die dorsalwärts convergirenden Ränder zusammentreten und ihre schräg nach hinten und dorsalwärts laufenden Fasern sich in einer medianen Nath, einer muskulösen Raphe, (Fig. 2. 3. 4) vereinigen. Von hier ab gehen auf dem ventralen Umfang die Muskelfasern in eine Sehnenplatte über, während auf dem dorsalen Umfange eine derbe Muskelplatte mit längslaufenden Fasern sich fortsetzt, beide zusammen eine Scheide bildend. Diese findet nach hinten ihr Ende dadurch, dass sie sich im Bereich der später zu erwähnenden vorderen sehnigen Inscription der Musculi sternoglossi so fest an deren Oberfläche heftet, dass hier eine Trennung von Schichten mit dem Scalpell unausführbar ist (Fig. 5). Am dorsalen Umfange verbindet längs der erwähnten Muskelnath eine längslaufende Bindegewebsplatte diese äussere Schicht des Muscul. glossovaginalis profundus mit der Innenfläche des M. glossovaginalis superficialis.

Als mittlere Schicht, Stratum medium m. glossovaginalis profundi, bezeichne ich zwei lange schmale Muskelbänder, welche hinter und über den Fasern der äusseren Schicht am Kiefer entspringen und auf ihnen in der Halsgegend nach rückwärts laufen, in der Medianlinie an einander stossend. Bald nach dem Eintritt in die Brusthöhle legen sie sich so fest an den hier sehnigen ventralen Theil der äusseren Schicht, dass sie von ihr nicht zu trennen sind, laufen dann mit ihr nach rückwärts soweit, bis sie sich an deren Insertion gemeinsam an der Oberfläche der M. sternoglossi anheften; ein höher noch gelegenes Längsbündel fand sich daneben selbständig in gleicher Richtung verlaufend und am gleichen Orte anheftend (Taf. I Fig. 3. 4. 5. Glv. p. 2).

Die dritte, innere Schicht, Stratum internum, m. glossovaginalis profundi, nimmt nach aussen gedeckt von den Längsfasern der mittleren Schicht ihren Ursprung jederseits am vorderen Theile eines Kieferastes als ein kegelförmiger Muskelbauch (Taf. I. Fig. 3. 4. Glv. p. 3). Dieser zieht medianwärts nach hinten, stösst dabei in der Medianlinie mit seinem Gegenstück auf dem Boden der Mundhöhle zusammen, und breitet sich zu einer Platte aus, die durch die vortretende Zungenscheide auseinander getrieben wird. Von hierab nehmen die Fasern jedes Muskels dann einen ungleichen Verlauf an. Ein Theil der Fasern, welche in jedem Muskel dem lateralen Rande angehören, zieht längslaufend an dem seitlichen Umfange der Falte der Zungenscheide vorbei nach hinten median- und ventralwärts gewendet; ein anderer medialer Theil — in Continuität mit den Randfasern — tritt dagegen in die Bildung einer Muskelplatte ein, welche am hinteren Abfall der Zungenscheide mit querem Verlauf gleichsam eine breite Schlinge um sie bildet (Fig. 3. 4). Die am seitlichen Umfange entlang laufenden Muskelfasern gesellen sich zu anderen längslaufenden, welche über dem ventralen Umfang des Stranges der Musculi sternoglossi entlang nach hinten laufen. Die Bildung der die hintere Wand der Zungenscheide umfassenden muskulösen Schlinge ist mir, bei dem unzulänglichen Material nicht ganz klar geworden; offenbar tritt ein Theil der von den Kiefern kommenden Muskelzüge mit wirklicher Umbiegung gegen die Medianlinie in die Bildung dieser Schleife ein, durchkreuzt sich dabei mit den Muskelfasern von der Gegenseite, und lenkt dann in die Längsmuskeln hinter der Zungenscheide ein (Taf. I. Fig. 10. Glv. p. 3). Aber es ist mir fraglich geblieben, ob nicht auch Faserzüge mit rein spangenförmigem Verlauf dieser Muskelschleife angehören und als circuläre wandständige Muskelfasern der Zungenscheide zu betrachten sind. — Die längslaufenden Faserzüge hinter dem Wulste der Zungenscheide verlieren sich, indem sie in Begleitung von Blutgefässen sich in schmale hintereinander gelegene vom Hauptzuge sich ablösende Bändchen auflösen und mit diesen in der ventralen Furche zwischen den Musculi sternoglossi in die Tiefe sich einsenken (Taf. I. Fig. 8).

Legt man die Gesammtheit der Muskuli glossovaginales zur Seite und damit die axialen Stränge der Musculi sternoglossi frei, so zeigt zwischen dem hinteren Ende der Zungenscheide und der ersten sehnigen Inscription deren Oberfläche eine Schicht von spangenförmigen Fasern, deren Richtung von der medianen ventralen Furche zur dorsalen läuft; ihre Ausdehnung nimmt auf dem hinteren Bezirk der Strecke ab. Diese Faserschicht scheint die Fortsetzung und Endigung der Fasern zu sein, welche von den Längsbündeln der tiefen Schicht des M. glossovaginalis in die ventrale Furche zwischen die beiden Musculi sternoglossi eintreten (Taf. I. Fig. 8. Stgl. x.).

Musculi sternoglossi.

Vom hintern Ende des Zungenkörpers gehen die beiden eng aneinander liegenden Musculi sternoglossi als ein von der Scheidenmuskulatur umfasster dicker cylindrischer Strang längslaufender Muskelfasern ab, und verlaufen von

hier, die Achse des gesammten Apparates bildend, bis an das hintere Ende des Processus xiphoideus. Auf seiner ventralen Mittellinie besitzt dieser Strang eine tiefe Längsfurche, in welche sich neben Gefässen und Nerven Muskelfasern, die aus der tiefsten Schicht der Scheidenmuskulatur stammen, einsenken, und die eine unmittelbare Berührung der beiden den Strang zusammensetzenden Muskeln verhindern. Eine ähnliche, doch nicht so tiefe mediane Furche läuft der ventralen entsprechend auf dem dorsalen Umfange; beide Furchen zusammen kennzeichnen die Trennung der beiden im axialen Strange zusammengefassten Musculi sternoglossi. In der dorsalen Furche habe ich in einem Falle eine Strecke weit ein schmales Muskelbändchen losgelöst von der Hauptmasse, doch ihr unmittelbar anliegend verlaufen sehen, glaube aber diesem Verhalten keine besondere Bedeutung beilegen zu müssen. — Diese Bildung behalten die Muskuli sternoglossi bei ihrem Verlauf durch die Brusthöhle hindurch bis etwa auf die Grenze von der vorderen zur hinteren Hälfte des processus xiphoideus. Hier tritt auf der Oberfläche des Muskelstranges eine scharfe eingedrückte quere Furche auf, die den Eindruck einer inscriptio tendinea macht, ohne dass ich die Anwesenheit einer Zwischensehne oder sehnigen Zwischenplatte mit dem Scalpell hätte sicher constatiren können. Die Furche läuft von der medianen ventralen Längsfurche quer mit einer Neigung nach vorn den Muskel jederseits umfassend gegen die dorsale Medianfurche und mündet in diese ein. Diese Ringfurche ist dadurch von Bedeutung, dass an ihr die äussere Schicht des tiefen Scheidenmuskels endigt (Taf. 1. Fig. 5).

Von hier läuft der Muskelstrang der beiden M. sternoglossi im Innern seiner Scheide fort, und lässt sich auf dieser Strecke von der ventralen Medianfurche aus leicht in zwei gleiche Hälften zerlegen (Fig. 5. Stg. m.). Jede von diesen stellt einen M. sternoglossus dar; es sind planconvexe Stränge, welche mit den ebenen Flächen aneinander stossen, die convexe Wölbung lateralwärts wenden. Diese Strecke findet in kleinem Abstande vor dem Ende des processus xiphoideus, wo die Muskulatur durch die verdünnte Umhüllung der Scheide durchscheint, durch eine ähnliche Ringfurche, eine inscriptio tendinea, wie sie am Vorderende dieser Strecke steht, ihr Ende. Die Ringfurche läuft der vorderen nahezu parallel (Fig. 5).

Von hier ab beginnt die Endstrecke der Musculi sternoglossi. Sie ist dadurch ausgezeichnet, dass sie bei der Präparation mit dem Messer sich leicht in drei Längsstränge zerlegen lässt, von denen ein mittlerer Strang jederseits der Länge nach von einem seitlichen begleitet wird. Der mittlere Strang erscheint als die unmittelbare Fortsetzung der mittleren Masse der voraufgehenden Muskelstränge; damit steht in Uebereinstimmung, dass er sich von der Medianlinie aus mit dem Messer leicht in zwei gleiche Hälften trennen lässt; doch erscheint diese Trennung stets als eine künstliche (Fig. 5. 7. Stg. m.). Die Seitenstränge, die in der Verlängerung der seitlichen Theile der voraufgehenden Muskeln liegen, sind dagegen durch das Verhalten, welches sie bei ihrem Ursprunge zu den Skelettheilen des processus xiphoideus haben, von dem Mittelstrange gesondert (Fig. 5. 7.

Stg. l.). Diese Sonderung erfolgt dadurch, dass zwischen dem mittleren Strang und die seitlichen Stränge die Stäbe in der Endstrecke des processus xiphoideus eingelagert sind. Die seitlichen Stränge umfassen dann indem sie sich plattenartig ausbreiten, die Stäbe, greifen damit auf die ventrale Fläche des Endabschnittes des processus xiphoideus hinüber und überlagern sich hier zum Theil (Fig. 5. 7. Stg. l.), während der Mittelstrang, gleichfalls abgeplattet auf der dorsalen Fläche des processus xiphoideus, zungenförmig zugespitzt ausläuft[1]) (Fig. 6). Diese Endausbreitungen allein heften sich an die Knorpelflächen an, auf denen sie liegen. Ich betone das, da die Angabe von M. Weber[2]), dass das knorpelige Gerüst des processus xiphoideus den Musculi sternoglossi zu ausgiebigerem Ursprunge diene, missverständlich ist.

Die schichtweise Präparation der Zungenmuskulatur, deren Ergebnisse ich hier beschrieben habe, hätte mir von der gesammten Bildung kein völlig zutreffendes Bild gegeben, wenn ich nicht in der Lage gewesen wäre, an einer Reihe von Querschnitten durch den Appparat meine Befunde auf ihre Richtigkeit zu prüfen und zu ergänzen. Für die Anfertigung von Querschnitten stand mir ein Embryo von Manis tricuspis, der von der Schnauze bis zur Schwanzwurzel 13,5 cm, von da bis zum Schwanzende 14 cm maass, durch die grosse Freundlichkeit des H. Professor Max Weber in Amsterdam zur Verfügung. Von diesem Embryo habe ich Querschnitte der Zungenmuskulatur aus der Halsregion hinter dem Zungenbein, und solche aus verschiedenen Strecken des processus xiphoideus untersuchen können. Dazu kamen Schnitte welche ich jener Strecke des Muskelwulstes entnahm, der durch die Brusthöhle, der dorsalen Fläche des Sternum aufliegend verläuft; ich erhielt sie von einer jungen Manis macrura Erxlb. von 44,5 cm Länge, welche der Sammlung des Göttinger zool. zoot. Instituts gehörte. Aus Bauch- und Brusthöhle waren die Eingeweide entfernt und damit waren die äusseren Schichten des M. glossovaginalis fortgenommen. Bei diesem Stücke war der processus xiphoideus verstümmelt und konnte für die Untersuchung nicht verwendet werden. Alle die im Folgenden beschriebenen Schnitte hatte Herr Dr. Bürger, Assistent am hiesigen zool. zootomischen Institute, anzufertigen die Güte.

Dass ich die Schnitte von zwei verschiedenen Thieren verwendete, bleibt zu beachten, ist aber für meine Darstellung kaum von Bedeutung; dagegen ist es wichtig, dass bei beiden Thieren die Zunge eingezogen war.

Ich ziehe zunächst diejenigen Verhältnisse, die in der Brust- und Halsregion gefunden wurden, in Betracht. Die Untersuchung der Schnitte gab mir einen Befund, der mir bei der Präparation entgangen war. Das ist die Ausdehnung der Zungenscheide nach hinten. Diese wird allerdings voraussichtlich je nach

1) Diese Theile der Muskulatnr hat Parker an seinem Präparat vom xiphoideum der Manis longicauda gefunden und abgebildet, ohne ihre Bedeutung zu erkennen.

2) M. Weber a. a. O. pg. 82.

der Lage der Zunge ungleich sein, ein anderes Verhalten zeigen, wenn die Zunge vom Thiere völlig ausgestreckt oder herausgezogen wird, als dann, wenn die Zunge völlig eingezogen oder in Ruhelage ist. Bei dem für diese Untersuchung verwendeten Embryo war letzteres der Fall. Der aus ihm gewonnene Schnitt aus der hinteren Halsgegend zeigt (Taf. II. Fig. 12. Z.) den Zungenkörper völlig frei im Inneren der Zungenscheide gelegen (Zsch.). Deren auf dem Querschnitt ringförmig erscheinender Hohlraum ist allseitig von einer starken Hornschicht begrenzt, die auf der glatten Aussenfläche der Zunge, wie auf der ähnlichen inneren Oberfläche der Zungenscheide durch die verhornten oberflächlichen Zellen des geschichteten Epithels gebildet wird, das eine Fortsetzung des Mundhöhlenepithels ist. — Auf die Aussenfläche der Zungenscheide legen sich die Muskelschichten des M. glossovaginalis.

Querschnitte, die durch den Muskelstrang gelegt sind, der auf der dorsalen Fläche des Sternum läuft, dem aber die äussere Schicht des Scheidenmuskels fehlt, zeigen einen spaltförmigen Hohlraum, der wie der eben beschriebene der Zungenscheide ringsum von einer verhornten Epithellage ausgekleidet ist. Die Abbildung, welche ich in Figur 13 gebe, zeigt dieses Verhalten. Zwei Schnitte weiter nach hinten ist der Hohlraum verschwunden, an seiner Stelle liegt ein compacter Streifen von geschichtetem Epithel, und die dann folgenden Schnitte zeigen auf der gleichen Strecke nur Bindegewebe.

Der von Epithel ringsum bekleidete Spaltraum wird durch die Bedeutung seiner Nachbarschaft verständlich. Der gradlinige Rand des Schnittes gehört der ebenen Fläche an, mit der der Muskelwulst dem Sternum anliegt, der convex gewölbte entspricht der Vorwölbung in den Brustraum. Somit liegt der Spaltraum der sternalen Fläche des Wulstes näher als der dorsalen, in den Thorax sehenden. Der Spalt hat eine dorsalwärtssehende Biegung; dass er auf der rechten Hälfte des Schnittes weiter hinaufgreift als auf der linken, geht vielleicht auf eine nicht ganz rechtwinklige Stellung der Schnittebene zur Längsaxe des ganzen Gebildes zurück, ist übrigens ohne Belang. Augenscheinlich entspricht die Masse der Muskeln sowie der Nerven und Gefässe, welche dorsalwärts vom Spalt liegt, den gleichen Theilen, die sich auf dem Schnitte durch die Halsregion im Zungenkörper finden, bildet mit diesen eine Continuum. Aber sie gehören hier nicht mehr dem Zungenkörper an, der frei in der Zungenscheide liegt, sondern bilden den centralen Theil des Muskelapparates, der an die Zunge hinan und in sie hineintritt. Damit fehlt auf diesem Schnitte denn auch die ringsum von Epithel bekleidete Zungenoberfläche. Der Spaltraum ist eine Fortsetzung der Zungenscheide nach hinten, und zwar eine blindsackförmige oder divertikelartige Bildung, welche von der Stelle ab, wo der Zungenkörper frei in die Lichtung der Zungenscheide hineinsieht, sich nach hinten durch den vorderen Brusteingang bis in die Brusthöhle hinein erstreckt, sodass er ventralwärts von den axialen Muskelsträngen der M. sternoglossi liegt und diese von dem M. glossovaginalis trennt; lockeres Bindegewebe, welches mit den Muskeln in Verbindung tritt, bildet seine Wand und hüllt ihn ein. — Ich habe leider

keine Gelegenheit gehabt, diese Bildung in den Zuständen zu untersuchen, wo die Zunge völlig ausgestreckt ist. Daher ist es nur eine Vermuthung, dass dieser Blindsack eine weit nach hinten greifende Falte von dem ventralen Umfange des Grundes der Zungenscheide ist, die sich ausgleicht und verstreicht, wenn die Zunge völlig ausgestreckt wird. Das Bindegewebe, das diese Tasche der Zungenscheide umgiebt, schien mir locker genug zu sein, um bei einer solchen Bewegung nachzugeben und dem Zuge, der mit dieser Ausgleichung der Falte verbunden sein müsste, zu folgen. Mich veranlasst aber zu einer solchen Vermuthung die Wahrnehmung, dass ich an den Zungen, welche in völlig ausgestrecktem Zustande waren, im Grunde der gespaltenen Zungenscheide keinen nach hinten gerichteten Blindsack fand; der Zungenkörper war im Grunde der Zungenscheide ganz gleichmässig von dieser umfasst; die Oberfläche der Zunge ging ringsum in die innere Oberfläche der Zungenscheide über. Ein Verständnis für dies ungleiche Verhalten bekomme ich durch die Annahme, dass der von der Zungenscheide nach hinten gehende Blindsack eine Falte ist, die beim Einziehen der Zunge von der ventralen Fläche der Zungenscheide gebildet wird, bei deren Ausstrecken aber verstreicht. Wieweit damit die bruchsackförmige Lagerung der Zunge und Zungenscheide in der Halsgegend zusammenhängt, bleibt nebenher festzustellen.

Von den Muskeln, die auf den Querschnitten getroffen sind, betrachte ich zunächst die axialen Musculi sternoglossi. Ihr Verhalten ist in den verschiedenen Strecken der Länge sehr ungleich. Das einfachste Bild, das mit der Anschauung übereinstimmt, welche die schichtenweise Präparation der Muskeln giebt, erhält man von Querschnitten durch den Strang auf der Höhe der Basis des processus xiphoideus (Fig. 14). Innerhalb der muskulösen Scheide liegen die Querschnitte zweier längslaufender Muskelstränge (Stgl.). In jedem von ihnen sind Bindegewebszüge eingesprengt, durch welche die Muskelfasern zu Strängen gruppirt werden; in diesem Bindegewebe treten Querschnitte kleinerer Arterien leicht kenntlich hervor. Nach dem Querschnitt kann man die Gestalt jedes Muskels an dieser Strecke als prismatisch bezeichnen; die schmalen Basen jedes Prismas sind einander und der Medianebene zugewendet; die dorsalen und ventralen Seitenflächen gehen mit abgerundeten Kanten lateralwärts in einander über. Dass die Querschnitte der beiden Muskelbänder nicht gleich geformt sind, hat vielleicht nur individuelle Bedeutung. Auf die lateralen Hälften der Muskelbänder legt sich unmittelbar das Gewebe der Scheide, an die medianen Hälften grenzt eine Muskulatur, die hier zu beschreiben ist. Bei der schichtenweisen Darstellung der Muskeln erwähnte ich einer längslaufenden Furche auf der ventralen Fläche der M. sternoglossi, in welche Faserbündel der tiefsten Schicht des Musculus glossovaginalis eintreten, und einer Fasermasse mit ringförmigem Verlauf. Diese Furche entsteht durch eine mediane concave Wölbung auf jeder Hälfte des Muskelstranges, sodass beide Hälften zusammen eine längslaufende Mulde bilden, welche in der Medianlinie, soweit es sich um die Betheiligung der Längsmuskeln daran handelt, klafft. Diese Mulde wird nun durch querlaufende Muskelfasern,

Nerven und Gefässe ausgefüllt, Gebilde, welche die Schichtenpräparation oberflächlich freilegt. Sie sind Bestandtheile einer Muskelmasse, welche von hier aus zwischen die beiden Muskelbänder eindringt (Fig. 14. Spt.), sie als ein breites Septum von einander trennt und am dorsalen Umfange auf die Flächen der Muskelbänder etwa so weit wie auf dem ventralen Umfang hinübergreift. Das die beiden Muskelbänder von einander sondernde Septum besteht aus Fasern, die im Allgemeinen dorsoventral verlaufen und wie sie auf der ventralen und dorsalen Fläche lateralwärts umbiegen, gleichsam eine Spange bilden, welche die Basalstücke der prismatischen Muskelbänder umfasst. Aber wo in der Mitte des Septums seine beide Hälften aneinanderstossen, findet augenscheinlich ein Fasertausch statt, sodass hier Bündel von der rechten Hälfte kommend nach links, von der linken Hälfte her nach rechts sich wenden. An einem solchen Austausch nehmen aber die den Längsmuskelbändern zunächst anliegenden Muskelfasern keinen Antheil. Am dorsalen Umfange gleicht diese Muskellage den Zwischenraum zwischen den beiden Muskelbändern der M. sternoglossi fast vollständig mit convexer Wölbung aus; auf der ventralen Fläche füllt sie die Mulde nicht völlig, sondern lässt hier eine Furche, in welcher vom Bindegewebe umhüllt ein Nervenstamm liegt und angeschlossen an ihm zur Seite, zum Theil zwischen Muskelbänder der Muskelscheide gelagert, Blutgefässe.

Welche Veränderungen dieser Theil des Muskelapparates in seinem Verlaufe nach vorn erfährt, zeigt ein Querschnitt durch ihn auf der halben Länge des Brustbeinkörpers aus demselben Thiere (Fig. 13). Die längslaufenden Muskelstränge der Musculi sternoglossi sind durch Vergrösserung der septalen Muskelmasse weiter auseinander gedrängt und mit breiter Oberfläche gleichsam an den äusseren Umfang des ganzen Stranges geschoben; ihre geschlossene Einheit ist gleichzeitig aufgehoben und sie sind in einzelne Stränge längslaufender Fasern zersprengt, zwischen welche Theile der septalen Muskulatur sich einschieben. Damit ist die äussere scharfe Sonderung in zwei Längsmuskelbäuche zurückgetreten, am dorsalen Umfang liegt, fast einen zusammenhängenden Mantel bildend, eine Anzahl von längslaufenden Bündeln; deren Hauptmasse liegt am Seitenumfange; abgesprengte Stränge rücken nahe an die ventrale Mittellinie und überdecken zum Theil ein ansehnliches Bündel von Nerven und Gefässen, welche in der tiefer gerückten Verlängerung der vom vorigen Schnitt erwähnten Mulde liegen. — Die septale Muskelmasse hat an Entwicklung in der Breite zugenommen, besitzt aber oberflächliche ringförmig verlaufende Fasern nicht mehr; ihre ganze Masse besteht hier aus Faserbündeln, welche von rechts und links über die Mittellinie hinweg sich durchkreuzen, und seitwärts wie dorsalwärts bis nahe an die Oberfläche zwischen die Längsbündel hindurch sich schieben. — Sehr ansehnlich sind hier die Nerven, deren Querschnitte in zwei symmetrischen Paketen zusammengefasst sind; die grosse Zahl der Querschnitte, welche die Figur zeigt, entstammt wohl nicht gleichvielen Nervenstämmen, sondern entsteht dadurch, dass Nervenstämme in Windungen gelegt mehrmal vom Schnitt getroffen sind. Lateralwärts von dem Nervenbündel läuft jederseits eine Arterie.

Nerven und Gefässe liegen in der ventralen Mulde, die der Furche auf der ventralen Fläche des Muskelstranges entspricht.

Diese Verhältnisse gleichen nun schon ganz denen, welche die Muskulatur des eigentlichen Zungenkörpers zeigt. Davon giebt die Figur 12 eine Abbildung. Sie ist nach einem Querschnitte gefertigt, der durch die Zunge, deren Scheide und den Muscul. glossovaginalis gelegt ist, hinter dem Zungenbein zwischen ihm und dem vorderen Brusteingange. Die Figur zeigt den Querschnitt der Zunge frei im Raume der Zungenscheide gelegen, der den Zungenkörper allseitig umfasst. Die längslaufenden im Querschnitt getroffenen Fasermassen der M. sternoglossi sind viel mehr als auf dem vorher herangezogenen Schnitte durch die zwischen sie eingesprengten Theile der Septalmuskeln auseinandergetrieben. Sie bilden einen ringsum geschlossenen Mantel von kleinen Faserbündeln, und nur am seitlichen Umfang erhält sich noch, wie weiter rückwärts, eine grössere Fasermasse. Die verflochtenen Faserbündel der septalen Muskelmasse dringen zum Theil zwischen den Längsmuskeln hindurch bis an den bindegewebigen Theil der Zungenschleimhaut, die ringsum den Zungenkörper deckt. Das wie vorhin zusammengesetzte Bündel der Nerven und die begleitenden Arterien liegen jetzt excentrisch im Innern der Zunge, durch längslaufende Muskelbänder von dem ventralen Umfang der Zungenoberfläche gesondert.

Die Zusammenstellung aller dieser Bilder lässt an den unmittelbaren Zusammenhang der im Zungenkörper enthaltenen Muskeln mit den muskulösen axialen Bestandtheilen des auf der Sternalfläche liegenden Muskelstranges nicht zweifeln.

Die Scheidenmuskulatur, welche auf dem Querschnitte aus der Halsregion in Fig. 12 dargestellt, ist leicht auf die Befunde der schichtweisen Präparation zurückzuführen. Der M. glossovaginalis superficialis (Glv. s.) ist hier getroffen, wo seine ringförmigen Fasern den ventralen und lateralen Umfang einnehmen, an der dorsalen Fläche aber sich an ein dünnes Sehnenblatt anheften. Dieses Scheidenblatt ist völlig von dem M. glossovaginalis profundus (Glv. p.) getrennt. Dieser Muskel erscheint auf diesem Schnitt als eine einheitliche Hülle, welche auf dem ventralen Umfang sich aus zahlreichen längslaufenden Bündeln, am dorsalen Umfang aus einer dichten bindegewebigen Platte zusammensetzt, die als ein Bestandtheil der gesammten Zungenscheide ventralwärts röhrenförmig geschlossen ist; die längslaufenden Fasern lagern hier auf ihr. Der dorsal die Zungenscheide umfassende Muskelmantel des stratum externum Musculi glossovaginalis fehlt hier noch; in den bindegewebigen Schichten sind starke Nervenstränge und Gefässe, zumal auf der rechten Hälfte eingelagert. Die Schichten, welche die Präparation hier mit Rücksicht auf den ungleichen Ursprung von einander sonderte, sind wenig scharf von einander getrennt; sodass die von dem Ursprung her verfolgte Sonderung in dieser Höhe wohl keine Bedeutung mehr besitzt. Allerdings lässt sich am rechten Umfange der Schnitte eine Schicht von Muskelbündeln zusammenfassen und von den übrigen trennen, doch ist diese Sonderung nicht auf allen Schnitten gleich gut zu verfolgen. Die Entscheidung, ob es be-

rechtigt ist, hier mehrere Schichten descriptiv zu trennen, ist mit der Untersuchung eines reicheren Materials zu fällen. Dafür spricht die Sonderung, welche in den Ursprungstheilen leicht zu machen ist. — Nahezu symmetrisch liegen im Bindegewebe des ventralen Umfanges der Scheide die Querschnitte von zwei grösseren arteriellen Gefässen; kleinere Gefässe finden sich zwischen den Muskelschichten unregelmässiger vertheilt. Unsymmetrisch auf die rechte Hälfte verschoben liegt, von der Medianlinie ab weit hinauf am seitlichen Umfang sich erstreckend eine grössere Anzahl von ansehnlichen Nerven, deren Menge auch hier wohl auf Schlängelungen von wenigen Nervensträngen zurückzuführen ist.

Der von einem anderen Thiere auf halber Länge des Brustbeins genommene Schnitt, der in Fig. 13 abgebildet ist, zeigt von der Scheide nur das Stratum internum des M. glossovaginalis profundus; der äussere Scheidenmuskel und die mit ihm zusammenhängenden äusseren Schichten des inneren waren durch eine rohe Herausnahme der Eingeweide aus dem Körper entfernt. Ich verweise hier nur deshalb auf ihn, um auf die auch hier vorhandene unsymmetrische rechtsseitige Lage der Nervenquerschnitte aufmerksam zu machen. Innerhalb der gleichen Schnittreihe wechselt die Lage der Querschnitte nicht, und so ist diese asymmetrische Lage wohl als eine regelmässige aufzufassen. Doch geben auch hier erst weitere Untersuchungen Gewissheit.

Auf dem Processus xiphoideus ändert sich wie die Schichtenpräparation zeigte, das Verhalten der Muskulatur, und das von sehnigen Einlagerungen in zwei aufeinander folgende Strecken geschiedene Endstück der Musculi sternoglossi zeigt ein nach diesen Stücken ungleiches Bild. Auch hier erweiteren Querschnitte die Kenntnisse von der Anordnung des Apparates; sie zeigen insbesondere die Gestaltung der Skeletttheile und das Verhalten der Muskeln zu diesen. Ich betrachte solche zunächst aus der vorderen der beiden Strecken (Fig. 15). Der Muskelstrang ist hier von einer doppelten Scheide umschlossen. Die äussere Scheide wird von den Bestandtheilen des processus xiphoideus gebildet, dessen Stäbe und Platten durch Bindesubstanz zu einem Rohr vereinigt sind, das auf dem Querschnitte als ein Ring mit vier eingelagerten Anschwellungen erscheint.

Im ventralen Umfange dieser Scheide liegen die Querschnitte der beiden Stäbe (St. r. St. l.). Jeder von ihnen, auf dem Querschnitt oval erscheinend, durch Grösse und scharfe Abgrenzung als Stab leicht kenntlich, besteht aus hyalinem Knorpel mit wenig Intercellularsubstanz und daher dicht gedrängt liegenden Knorpelzellen; seine Oberfläche schliesst glatt ab. Umgeben ist der einzelne Stab von einer Schicht, die ich als Perichondrium bezeichne. Es ist eine von grobfaseriger Bindesubstanz gebildete Scheide, in der der grössere dem Knorpel zunächst liegende Theil aus straffen längslaufenden Fasern besteht, während nach aussen eine schwächere Schicht ähnlich straffer, aber kreisförmig laufender Fasern liegt. Dieses perichondrale Gewebe ist von den Nachbargeweben scharf gesondert. Zwischen beiden Stäben ist wie eine Brücke eine Platte von lockerem

welligen Bindegewebe ausgespannt, in dem die Querschnitte grösserer, der Länge nach verlaufender Blutgefässe liegen. — Im dorsalen Umfange dieser Scheide liegen die beiden Platten (Pl. r. Pl. l.). Kleiner und stärker abgeplattet als die Stäbe sind sie wie diese aus Hyalinknorpel mit wenig Intercellularsubstanz gebildet; die starke Entwicklung einer perichondralen Hülle fehlt ihnen, ein solches Gewebe ist nur ganz gering entwickelt; über ihre Flächen zieht besonders ein lockeres, der Scheide angehörendes Bindegewebe. An ihre Ränder setzt sich ein den Stäben fehlendes Gewebe, welches offenbar das Aussehen der Platten im skelettirten Zustande, die unregelmässige Begrenzung ihrer Ränder veranlasst. Dies Gewebe ist ein Faserknorpel, der sich bisweilen eng an den Hyalinknorpel anschliesst; an anderen Stellen durch eine geringe Schicht Bindegewebe von ihm getrennt ist. In den gefärbten Schnitten ist dieses Gewebe leicht durch geringere Färbung zu unterscheiden. Auf dem abgebildeten Schnitte bildet dieser Faserknorpel eine die beiden Platten verbindende Brücke, die sich nach vorn ununterbrochen fortsetzt. Sie stellt hier die Vereinigung der Stäbe dar, die an deren Vorderende durch Hyalinknorpel bewirkt wird. Am seitlichen Rande jeder Platte bildet der Faserknorpel ein Blatt, welches eingeschlossen in lockeres Bindegewebe am Rande der Platte so dick wie diese ist, lateralwärts davon sich mehr und mehr verdünnt, bis es zugeschärft mit dünner Schneide ausläuft und in das umgebende Bindegewebe sich verliert. In den mir vorliegenden Schnitten ist dieses Blatt von Faserknorpel auf der rechten Seite viel stärker als auf der linken entwickelt und reicht über den halben Abstand von Platte und Stab hinaus. — In dem lockeren Bindegewebe, das seitlich von den Stäben die Scheide bildet, liegen Durchschnitte von Blutgefässen.

Im Binnenraum dieser mit Hülfe der Theile des processus xiphoideus gebildeten Scheide liegt, hier völlig frei und mithin völlig beweglich, der von einer anderen Scheide noch umhüllte Muskel. Bei der anatomischen Präparation liess sich diese Muskelstrecke leicht in zwei eng aneinander gelagerte Stränge zerlegen. Dem entspricht das Bild des Querschnittes, insofern als auf der den Platten zugewendeten Fläche eine tiefe Einziehung liegt, von welcher in die Substanz des Muskelstranges hinein eine feine bindegewebige Platte, bald mehr bald minder deutlich zu verfolgen ist, die bis zur gegenüberliegenden, den Stäben zugewendeten Oberfläche vordringt, und die gesammte Muskelmasse in zwei einander ähnliche Hälften zerlegt. Diese von der Furche ausgehende bindegewebige Platte kennzeichnet die Bahn, auf der bei der anatomischen Präparation das eindringende Messer die Spaltung in die beiden Muskelhälften hervorruft. Dass die Platte in schräger Richtung von einer Oberfläche zur anderen hindurchzieht, wie das die Abbildung in Figur 15 zeigt, dürfte mit der Verschiebung zusammenhängen, von der alle Theile des Apparates durch seine hakenförmige Umbiegung der Endstrecke betroffen sind. Jede Muskelhälfte ist durch eingesprengte Bindegewebszüge in Faserbündel zerlegt. In diesem Bindegewebe liegen Querschnitte von Blutgefässen, welche im Allgemeinen einen mit der längslaufenden Muskelmasse gleichen Verlauf haben. Es zweigen

aber von ihnen Gefässe ab, welche auf dem Querschnitt des Muskels längs oder schräg getroffen in das bindegewebige Septum führen, das die beiden Muskelhälften sondert.

Die Scheide, welche diesen Muskelstrang umschliesst, ist ringsum aus lockerem Bindegewebe gebildet. Auf der den Stäben zugewendeten Fläche ist sie ein dünnes Blatt, das fascienartig der Muskeloberfläche dicht aufliegt. Am seitlichen Umfange des Muskelstranges gewinnt das Blatt an Dicke und hebt sich von der Muskelfläche ab; auf der den Platten zugewendeten Fläche ist das Bindegewebe dann ansehnlich vermehrt und füllt die Furche auf dieser Fläche des Muskels aus, dabei das vorhin erwähnte Septum in die Tiefe sendend. Dies die Furche ausgleichende und daher die Oberfläche des Muskelstranges eben erscheinen lassende Bindegewebe birgt eine grössere Arterie und Vene, mit denen die intramuskulären Blutgefässe in Verbindung stehen. Diese Scheide gehört dem Musc. glossovaginalis superficialis an.

Das Verhalten des Apparates da etwa, wo die hakenförmige Krümmung der Endstrecke mit dem nach vorn rückwärts laufenden Schenkel beginnt, zeigt die Abbildung eines hier genommenen Querschnittes (Fig. 16). Das Bild entspricht dem Befunde der Präparation hinter der zweiten sehnigen Inscription, am Anfange der Endstrecke. Eine gemeinsame lockere Bindegewebshülle umschliesst den ganzen fünfkantig erscheinenden Apparat, und geht mit einem auf der rechten Hälfte befindlichen Blatte in die peritoneale Bekleidung der Bauchdecken über. — Die auf dem Querschnitt kreisförmigen Stäbe und die ihnen gegenüberliegenden Platten hängen zunächst unter dieser Hülle durch Bindegewebszüge zusammen. Die Stäbe mit ihrer perichondralen Scheide sind näher zusammengerückt als weiter nach vorn und untereinander durch lockeres Bindegewebe vereinigt, das Querschnitte von Blutgefässen einschliesst, die grösser sind als weiter nach vorn. — Die Platten hängen wie vorhin durch eine aus Faserknorpel bestehende nach aussen convex gewölbte Brücke zusammen, und werden lateralwärts jederseits von einer nach der ventralen Fläche im Bindegewebe zugeschärft auslaufenden Platte begleitet. Den Binnenraum dieser Scheide nimmt von lockerem Bindegewebe umhüllt, die Muskulatur ein. — Bei der Präparation zerlegt das Messer diese in zwei mediane und zwei laterale längslaufende Stränge. Der Querschnitt zeigt, dass die medianen Stränge eng miteinander vereinigt sind; sie bilden einen seitlich zusammengedrückten, im Querschnitt etwa ovalen Strang, dessen längslaufende Fasern durch ein feines, dorsoventrales bindegewebiges Septum in zwei nicht ganz gleich grosse Hälften getrennt werden. In jeder Hälfte zerlegen bindegewebige Membranen, die zum Theil mit der eben genannten Scheidewand zusammenhängen, die Fasern in ungleiche Bündel, und zwischen diesen laufen grössere Blutgefässe. Die Oberfläche des ganzen Stranges ist von einer gemeinsamen dünnen Bindegewebslage gedeckt. Daran schliesst sich zunächst ein ganz lockeres Bindegewebe.

Die beiden lateralen Muskeln liegen von den medianen völlig getrennt und ganz selbständig. Jeder dieser Stränge ist auf dem Querschnitt unregelmässig

eiförmig; seine Aussenfläche wird von einem festeren Bindegewebe abgeschlossen. In der Axe seiner längsfaserigen Masse liegt ein grösseres Blutgefäss, von dessen bindegewebiger Hülle gleichartige Blätter abgehen, die die Fasern gruppenweise vereinigen. — Jeder dieser Muskeln liegt in einem besonderen Fache von lockerem Bindegewebe eingehüllt; dieses Fach wird lateralwärts von der Wand der allgemeinen äusseren Scheide, ventralwärts von der Hülle der Stäbe, dorsalwärts von dem Faserknorpel gebildet, der sich an den Rand der Platten anlegt und der sich dem Umfange des Muskels anschmiegt oder durch Bindegewebe von ihm getrennt bleibt, in beiden Fällen nach dem Umfange des Muskels gewölbt erscheint. Medianwärts erhält das so begrenzte Fach seinen Abschluss durch ein dichteres bindegewebiges Blatt, das von der perichondralen Hülle der Stäbe sich parallel mit den Seitenflächen des medianen Muskels zu der Hülle erstreckt, die die Platten oder deren aus Faserknorpel gebildeten seitlichen Fortsätze bekleidet. Diese völlige Einscheidung der lateralen Muskeln lässt sie ganz getrennt von den medianen erscheinen und weist ihnen damit eine selbständige Stellung zu. Das Verhalten der Muskeln zu den Knorpeln und Scheiden lässt nun auch auf der Endstrecke des Apparates die Beziehungen dieser einzelnen Bestandtheile zu einander erkennen.

Diese Endstrecke, wie sie in dem nach vorn gewendeten zungenförmig zugespitzten Stücke vorliegt, ist in dorso-ventraler Richtung stark zusammengedrückt und abgeplattet; auf beiden Flächen von Muskeln bedeckt, unter denen die knorpeligen Bestandtheile des processus xiphoideus verborgen sind. Die Querschnitte, von denen ich in Fig. 17 und 18e bis f eine Anzahl in Abständen hintereinander gelagerter abbilde, zeigen zunächst alle gemeinsam die starke Abplattung, gegen das Ende hin daneben mit ihrer Breitenabnahme die in eine abgerundete Spitze auslaufende Verschmälerung. Alle liegen in einer lockeren Bindegewebscheide, die durch ein Blatt mit der peritonealen Decke der Bauchwand zusammenhängt.

Der in Fig. 17 abgebildete Schnitt zeigt die Lageveränderungen, die in den Theilen des ganzen Apparates auf dieser Strecke im Vergleich zu der vorangehenden mit der Abplattung eingetreten sind. Stäbe und Platten, beide nicht sowohl durch ihre Form als durch ihre nächste Umgebung kenntlich, liegen nicht mehr einander gegenüber, sondern in einer Ebene, die Stäbe in der Mitte völlig von Muskulatur bedeckt, die Platten am Rande frei unter der äusseren Scheide. Die Stäbe sind wie in der vorderen Strecke von einer perichondralen Hülle umgeben, von deren lateralem Umfang erstreckt sich eine Bindegewebsplatte zu den lateralwärts gelegenen Platten, die dicker sind als auf der vorangehenden Strecke, aber auch hier von den aus Faserknorpel gebildeten Platten flankirt werden. Eine Ungleichheit zwischen den beiden Platten ist dadurch gegeben, dass diese Flügel aus Faserknorpel an der linken Platte viel stärker als an der rechten entwickelt sind; eine Ungleichheit der beiden Hälften, die auf der ganzen folgenden Endstrecke sich fortsetzt. Waren auf der vorderen Strecke beide Platten auf dem dorsalen Umfang durch eine Brücke von Faserknorpel

miteinander verbunden, so ist solches hier nicht mehr der Fall, wohl aber zieht von dem Faserknorpel jederseits ausgehend ein dünnes, festes Bindegewebsblatt brückenförmig von einem zum anderen, und stellt so zwischen beiden Platten die Verbindung her. Die bindegewebige Platte, welche in der vorderen Strecke, Gefässe einschliessend, die beiden Stäbe verbindet, ist hier nur durch ein feines bindegewebiges Blatt vertreten, das durch Muskelmasse ventralwärts vorgebaucht wird. Halten wir die ventrale Verbindung zwischen den Stäben und die dorsale zwischen den Platten als Fortsetzungen der in der vorderen Strecke gegebenen Verbindungen zwischen diesen Theilen des processus xiphoideus fest, so ergiebt sich daraus auch die Deutung der Bindegewebslamellen, welche jederseits zwischen dem lateralen Umfang eines Stabes und dem medialen der Nachbarplatte die Verbindung herstellt. Diese Verbindungsplatte ist identisch mit dem Blatte, welches in der voraufgehenden Strecke die vom Stab zur Platte gespannte mediane Wand der Scheide bildet, in die der seitliche Muskelstrang eingelagert ist. Sind diese Beziehungen der Verbindungen zwischen den skeletalen Bestandtheilen der Endstrecke und der voraufgehenden anerkannt, so führt man die ungleichen Bilder, welche die in Fig. 17 und 18a bis f abgebildeten Schnitte gegenüber der Figur 16 bieten, leicht aufeinander zurück, wenn man in Uebereinstimmung mit der Abplattung wie durch einen Druck die Stäbe gegen die Platten verschieben, dabei zugleich durch eine Verkürzung der die Stäbe und Platten jederseits verbindenden Membran diese näher aneinander rücken lässt; dann treten die Stäbe in eine mediane Lagerung und haben lateralwärts von sich die dorsal miteinander verbundenen Platten. Damit bilden Stäbe und Platten in Fig. 17 einen in einer Ebene liegenden Skeletttheil, zu dem nun die längslaufenden Muskeln so gestellt sind, dass die einen dorsal, die anderen ventral von ihm liegen. Halten wir an der Vorstellung einer Abplattung und damit verbundenen Umlagerung fest und übertragen sie auch auf die Muskeln, so ergiebt sich daraus, dass die auf der dorsalen Fläche der Skleletttheile liegende Muskelmasse dem unpaaren medianen Muskelstrange der vorhergehenden Strecke entspricht; der Muskel ist hier abgeflacht und mit einem Theil seiner Fasern zwischen die beiden Stäbe hineingeschoben, drückt damit die diesen verbindende Faserplatte bruchsackartig ventralwärts vor. — Auf der ventralen Fläche der Stäbe und Platten liegen die Querschnitte zweier Muskelstränge, die medianwärts zugeschärft hier aneinander stossen, und so auf der ventralen Fläche Stäbe und Platten überlagern. Diese Muskeln sind die Fortsetzungen der weiter nach vorn rechts und links eingescheidet liegenden Muskeln. Sie sind mit der Abplattung des Apparates ventral und medianwärts verschoben, und damit nach aussen von der Verbindungsplatte zwischen Stab und Platte ventralwärts unter die Stäbe gerückt, während sie das Lageverhältniss zu den Platten und deren Faserknorpeln bewahren. In allen Muskeln sind die grösseren Gefässquerschnitte nicht mehr zu finden. Der mediane Muskel zeigt dagegen noch die Sonderung in sekundäre Bündel. Die auf der ventralen Fläche gelagerten paarigen Muskelbänder sind ungleich gross, ein Unterschied der sich weiter nach dem Ende zu noch stärker bemerklich macht.

Querschnitte, welche weiterhin auf einander folgend die Endstrecke des Apparates zerlegen — sie folgen in dessen natürlicher Stellung von hinten nach vorn auf einander — zeigen die Verschmelzung des Stabes und der Platte jeder Hälfte miteinander, und das Verhalten der Muskulatur dazu (Fig. 18a bis f). Dabei tritt die Vereinigung der beiden Skelettheile auf der rechten Seite früher als auf der linken ein, und es erreicht dementsprechend von den paarigen, auf der Ventralfläche gelegenen Muskeln der rechte sein Ende früher als der linke. Die Art, wie dies in den von mir untersuchten Präparaten auftritt, gehört aber wohl nur einem Einzelfalle an, der in seinen Einzelheiten einer von mannigfaltigen Abweichungen entspricht. Einige Erscheinungen dabei haben aber gewiss allgemeine Gültigkeit; als solche sehe ich das Verhalten an, dass die Verschmelzung der Stäbe und Platten jeder Hälfte auf der Bahn erfolgt, die durch die Bindegewebsplatte angezeigt ist, welche auf der vorderen Strecke diese beiden Bestandtheile verbindet. — Die Scheide, die weiter nach vorn die Endstrecke umgiebt, ist bis an deren Ende vorhanden. — Die Einzelheiten des Verhaltens führe ich an wenigen aus der ganzen Reihe ausgelesenen, in Abständen aufeinander folgenden Schnitten vor.

Der in Fig. 18a abgebildete Schnitt zeigt auf seiner linken Hälfte die Durchschnitte des durch eine bindegewebige Platte verbundenen Stabes und der Platte, an den Rändern der Platte ist das dichtere Gewebe des Faserknorpels angeschlossen, das hier aber wie weiterhin Hyalinknorpel mit geringer Intercellularsubstanz eingesprengt trägt. Auf der rechten Hälfte liegt der ungleich biskuitförmige Querschnitt eines einzigen Knorpels, medianwärts durch eine bindegewebige ausgebauchte Lamelle mit dem linksseitigen Stabe verbunden, lateralwärts begrenzt von Faserknorpel. Schon die Form dieses Stückes zeigt, dass es eine Verschmelzung von Stab und Platte dieser Hälfte vorstellt; seine weiteren Beziehungen rechtfertigen das. Auf der linken Hälfte des Schnittes liegt ventralwärts von Stab und Platte und der sie verbindenden Membran der linke der paarigen Muskeln, wie der dorsalwärts gelegene mediane Muskel unverkennbar nach dem Vergleich mit den voraufgehenden Schnitten. Auf der rechten Hälfte liegt ventralwärts von dem Knorpel der Querschnitt eines kleinen Muskels, das Endstück des rechten paarigen Muskels.

Fig. 18b zeigt die fortschreitende Reduction des Apparates, während der linke Stab und die mit ihm verbundene Platte tiefer zwischen Muskulatur einrückt, ist die Knorpelmasse der rechten Hälfte verringert, der vorhin unter ihr gelagerte rechte Muskel verschwunden.

In dem Schnitte, welchen Fig. 18c darstellt, ist am rechten Umfange des Apparates ein kleiner Querschnitt von hyalinem Knorpel vorhanden, das Ende des aus Vereinigung des rechtsseitigen Stabes und seiner Platte hervorgegangenen Knorpels, der hier sein Ende erreicht; dichtes Gewebe von Faserknorpel hüllt ihn ein und verbindet ihn mit dem Stabe der Gegenseite. Ein der rechten Seite zuzurechnender ventraler Muskel ist nicht mehr vorhanden. Die beiden Knorpelquerschnitte, welche, durch eine bindegewebige Platte verbunden, die Mitte des

Apparates einnehmen, gehören dem linken Stabe und der mit ihm verbundenen Platte an, deren Rand von weit am Umfange des ganzen Apparates hinaufgreifenden Faserknorpel begrenzt wird. Dorsal von diesem Knorpel liegt der unpaare Muskel, ihm entspricht an Ausdehnung der ähnliche ventral gelegene, der die Fortsetzung des linken paarigen Muskels ist.

Von hieraus ist leicht verständlich die Figur 18d. Sie zeigt den Durchschnitt des linken Stabes und seiner Platte durch die Membran verbunden, die volle Breite des Apparates einnehmend; die dorsal und ventral von ihr gelegenen Muskelquerschnitte, in ihrer äusseren Erscheinung so ähnlich und die Flächen des Knorpelgerüstes gleichmässig deckend, sind die Fortsetzungen des unpaaren dorsalen und des linken paarigen ventralen Muskels.

Weiter nach hinten (Fig. 18e) erfolgt dann auf der Bahn der Bindegewebslamelle, die Stab und Platte verbindet, der Zusammenfluss von deren Knorpelmassen zu einer einheitlichen Knorpelplatte, über der die Fasern des erheblich schwächer gewordenen dorsalen Muskels liegen, während ventral von ihr das letzte Ende des paarigen linken Muskels liegt. Die von dem Rande der Platte ausgehende Faserknorpelmasse dehnt sich dorsalwärts über den grössten Theil des Umfanges aus.

Ein Schnitt nahe vor dem Ende (Fig. 18f) zeigt die gleiche Knorpelplatte ohne eine Andeutung ihrer Beziehung zu den nach vorn von ihr gelegenen Knorpeltheilen. Ventral von ihr fehlen jetzt Muskelfasern; dorsalwärts liegt mit Bindegewebe untermischt eine Anzahl von Muskelquerschnitten, die dem unpaaren Muskel angehören; eine starke Schicht von Faserknorpel schlägt sich von dem der Platte entsprechenden Rande des Knorpels kommend wie eine Decke über sie hinweg.

Diese Theile verschwinden in den nächsten Schnitten ganz in Bindegewebe.

Eine Zusammenfassung dieser Befunde giebt von dem Verhalten der Muskeln und Skelettheile des processus xiphoideus folgendes Bild, wobei zunächst die hakenförmige Krümmung der Endstrecke und die ungleiche Länge ihrer beiden Hälften ausser Acht bleiben mag. Auf der dorsalen Fläche der Skelettheile entspringt am weitesten dem Ende zu der unpaare dorsale Muskelstrang; auf deren ventraler Fläche etwas weiter nach vorn nehmen die paarigen Muskeln ihren Ursprung und bleiben hier anfänglich unmittelbar nebeneinander liegen, sodass die Skelettheile auf der dorsalen wie ventralen Seite von Muskeln gedeckt sind. In ihrem weiteren Verlaufe sternalwärts rücken die paarigen Muskeln auseinander und lagern sich mit dorsalwärts gerichteter Verschiebung so, dass sie aussen an den Seitenflächen der Skelettheile, in gleicher Höhe mit dem unpaaren Muskel liegen, von diesem durch die bindegewebige Platte getrennt, die Stäbe und Platten des Skelettes jederseits miteinander verbindet. Diese Verschiebung der paarigen Muskeln an den Seitenumfang vollzieht sich mit der Umwandlung der Form des ganzen Apparates, der nun nicht mehr dorsoventral abgeplattet, sondern so dick als breit ist, und gleichzeitig mit der Verschiebung der skeletalen Platten aus der Ebene, in welcher sie in der hinteren abge-

platteten Strecke mit den Stäben lagen, gegen den dorsalen Umfang hin, an welchem sie mehr und mehr in der Mittellinie zusammentreten bis sie endlich miteinander verschmelzen. Der unpaare Muskel behält seine Lagerung dorsalwärts von den Stäben, die er in seinem Ursprunge hatte, bei, nur wird durch die Verschiebung, welche mit der Formänderung des Ganzen die Platten erleiden, seine Lagerung zu diesen verändert; und er liegt zwischen Stäben und Platten ventralwärts von diesen. Alle Muskeln ändern in ihrem Laufe ihre Gestalt, indem sie aus der Bandform in die eines Stranges übergehen. Die seitlichen Muskeln finden nach vorn ihr Ende an der zweiten sehnigen Inscription; der mediane Muskel setzt sich darüber hinaus fort, dorsalwärts von den Stäben, ventralwärts von den Platten, erhält von der zweiten und weiter von der ersten sehnigen Inscription ab die Umhüllung der Scheiden und tritt so über das Vorderende des processus xiphoideus auf die dorsale Fläche des Brustbeinkörpers.

Die Asymmetrie, von der in der Endstrecke der hakenförmigen Krümmung Muskeln und Skelettheile betroffen werden, ist wohl auf den ungleichmässigen Zug zurückzuführen, den die beiden Hälften des ganzen Apparates bei dieser Krümmung erleiden.

Die skeletalen Bestandtheile des processus xiphoideus bilden in dessen hinterer Hälfte Theile einer Scheide, welche den mittleren Muskelstrang in der Strecke zwischen den Inscriptionen umfasst, während an ihre Seitenflächen die paarigen Muskeln angelagert sind; gegen das Ende hin liegen durch die Abplattung des Ganzen Stäbe und Platten nahezu in einer Ebene. Es erhebt sich die Frage, welche Beziehungen wir, ohne die Kenntniss der Entwicklungsgeschichte, zwischen den Stäben und Platten annehmen dürfen. Da diese am Endtheile des Ganzen jederseits in einheitlichem Hyalinknorpel verbunden sind, diese Verbindung aber augenscheinlich in der Ebene erfolgt, in welcher zwischen den dorsal und ventral gelagerten Muskeln eine Bindegewebsplatte sich ausspannt, so wird man die Platten als laterale Fortsetzungen der Stäbe auffassen können, die in der Richtung gegen das Sternum laufen, dabei dorsal- und medianwärts verschoben werden; und hält man die bindegewebige Verbindungsplatte mit in Betracht, so kann man sich vorstellen, als sei der Seitenrand der Stäbe mit medianwärts gerichteter Höhlung dorsalwärts umgebogen, sodass in diesem Zusammenhange die Hälften der Endstrecke des processus xiphoideus zu einer dorsalwärts gerichteten Rinne aufgebogen wären, welche den medianen Muskel umfasste. Eine solche Aufrollung der Seitentheile wäre, wenn man sich den Entwicklungsgang construiren will, mit einem vorwärts gerichteten Längenwachsthum der Platten verbunden zu denken, bis am Vorderende die Platten verwachsen. Bei solcher Auffassung, die auf eine Aufrollung des plattenförmigen Endstückes des processus xiphoideus hinauskäme, wäre dann der Faserknorpel, der an die Aussenränder der Stäbe sich flügelförmig anschliesst, als eine Neubildung zu bezeichnen, die in der äusseren Umscheidung der lateralen Muskeln ihre Bedeutung hätte.

Für die Richtigkeit einer solchen Annahme kann ich aus der vergleichenden Anatomie Belege bringen. M. Weber hat von den asiatischen Manis-Arten, M. macrura und javanica, die spatenförmige Endstrecke des processus xiphoideus abgebildet, der wenig verlängert und nicht hakenförmig gekrümmt ist. In dem schaufelförmigen Endblatte ist die Knorpelplatte von einem medianen Schlitz durchbrochen, der nach vorn gewendete grade Rand der Schaufelplatte ist an den Ecken in zwei Zinken ausgezogen. An einer Manis javanica, die ich Herrn Kollegen Hubrecht in Utrecht verdanke, konnte ich das Verhalten der Muskulatur zu diesem Endstücke des processus xiphoideus feststellen. Die Musculi sternoglossi laufen vom Sternum her auf der dorsalen Fläche des als Stiel zu bezeichnenden Theiles des schaufelförmigen processus xiphoideus als zwei in der Medianlinie aneinander stossende Muskelbänder; da wo diese Muskeln an den Rand der Schaufelplatte kommen, theilt sich jeder von ihnen so, dass ein Theil der Fasermasse ausgebreitet und abgeplattet auf der dorsalen Fläche der Endplatte weiter bis zu deren convexen Rand läuft, während der andere Theil auf die ventrale Fläche der Platte übertretend hier in gleicher Weise sich ausbreitet[1]) (Taf. I. Fig. 9). So sind beide Flächen der Schaufelplatte von Muskeln bedeckt. Das ist offenbar das einfachere Verhalten gegenüber dem bei den afrikanischen Arten M. macrura und tricuspis, wo, wenn wir uns der angenommenen Einrollung gegenüber das Endstück des processus xiphoideus in eine Ebene ausgebreitet denken, ebenfalls die dorsale und ventrale Fläche von den längslaufenden Muskeln bedeckt sein würde, wie das in dem asymmetrischen Endstück unmittelbar zu Tage tritt.

Lässt man unter gleichzeitiger Streckung in die Länge die Schaufelplatte des processus xiphoideus der asiatischen Manis mit den Rändern median- und dorsalwärts sich aufrollen, gleichzeitig den fensterartigen Spalt in der Knorpelsubstanz sich ausdehnen und die Ecken der Schaufelplatte sich lang ausziehen, so stellen diese in dem aufgerollten Theile die Platten, die durch das vergrösserte Fenster sehr eingeschränkte mediane Knorpelmasse die Stäbe an dem processus xiphoideus der afrikanischen Art vor. Bei solcher Einrollung kommen die in der asiatischen Art getrennten Musculi sternoglossi, soweit sie auf der dorsalen Fläche liegen, in die Lichtung der aufgerollten Platte; rücken so eng zusammen, dass sie äusserlich als ein einheitlicher Strang erscheinen; die ventral gelagerten Muskeltheile werden dagegen bei der Aufrollung nach aussen und seitwärts an der aufgerollten und grösstentheils durch Bindesubstanz vertretenen Platte liegen, vollständig von einander getrennt. Die mit grossem Längenwachsthum ein-

---

1) Parker hat (a. a. O. Pl. XXII Fig. 12) das schaufelförmige Xiphisternum von Pholidotus Dalmannii, einer asiatischen Art, und die darauf liegenden Muskeln abgebildet. Ich halte die Muskeln wie sie hier, begrenzt auf die Endplatte des processus xiphoideus, abgebildet sind, für verstümmelt, für die abgerissenen Endstücke von Musc. sternoglossi wie sie bei Manis javanica vorhanden sind. Vielleicht soll die Strichelung am oberen Ende der Muskeln deren Verletzung andeuten.

tretende hakenförmige Krümmung führt dann zu asymmetrischer Ausgestaltung der von Haus aus gleichen Hälften.

Bei der besonderen Entwicklung, die der Muskelapparat bei diesen afrikanischen Manis-Arten erhalten hat, habe ich seinen Bestandtheilen eigene Benennungen gegeben. Das soll nun keineswegs besagen, dass diese derartig benannten Muskeln bei anderen Vermilinguia oder bei den Säugern allgemein fehlten, sondern nur die Entwicklung andeuten, welche diese Muskeln hier gefunden haben.

Es bleibt mir daher noch übrig, die Homologien des Muskelapparates mit den bei anderen Säugern vorkommenden Muskelgruppen darzuthun. Es gelingt das am besten, wenn man die Verhältnisse dieser Muskulatur zunächst mit denjenigen vergleicht, die sich bei anderen Edentaten findet. Ich kann dabei aus eigner Anschauung über diese Muskeln von Manis javanica, sowie Myrmecophaga jubata und tridactyla urtheilen. Bei dem Vergleiche beziehe ich mich besonders auf Myrmecophaga jubata, besonders auch deshalb, weil die uns hier interessirenden Verhältnisse eingehend von Pouchet[1]) dargestellt sind.

Den Schlüssel für das Verständniss der Muskulatur giebt aber die Berücksichtigung der Ausbildung der Zunge und ganz besonders der Zungenscheide; wo diese ihre höchste Entwicklung findet, gehen die dadurch bedingten Umgestaltungen der mit der Zunge in Verbindung stehenden Muskeln am weitesten. Entwickelt sich die Zunge unverhältnissmässig lang gegenüber der Mundhöhle, so nimmt dementsprechend die Zungenscheide, eine nach hinten gerichtete Ausweitung der Mundhöhle, an Länge zu. Das ergiebt sich, wenn man Myrmecophaga und besonders M. jubata mit den uns interessirenden Manis-Arten zusammenstellt: bei Myrmecophaga jubata ist mit der grossen Längenentwicklung der Kiefer die Mundhöhle stark nach vorn ausgezogen und bietet Raum für die eingezogene Zunge; bei Manis ist hiermit verglichen der Schnauzentheil nur kurz, die Mundhöhle viel weniger geräumig. Damit bringe ich in Zusammenhang, dass bei Myrmecophaga die Zungenscheide nur bis vor den Zungenbeinkörper reicht, bei unseren Manis sich tief nach hinten durch den vorderen Brusteingang in die Brusthöhle hinein erstreckt. In beiden Fällen erfolgt die räumliche Ausdehnung der Zungenscheide mit der Bildung eines Blindsackes, der gleiche Richtung hat. Diese Entwicklung der Zungenscheide beeinflusst nun die am Zungenbein anheftenden Muskeln, und zwar nach dem Grade ihrer Höhe in ungleicher Weise. Die Anheftungspunkte dieser Muskeln werden gleichsam durch die nach hinten schiebende Zungenscheide vom Zungenbeinkörper abgelöst. Dementsprechend fehlen mit der grössten Entwicklung der Zungenscheide bei unseren Manisarten dem Körper des Zungenbeins die Anheftungen des M. hyoglossus und M. geniohyoideus, des M. mylohoideus und des M. stylohyoideus, sowie des vom Sternum kommenden M. sternohyoideus.

Von diesem Gesichtspunkte aus betrachtet erweist sich nun zunächst der von mir als M. glossovaginalis superficialis beschriebene Muskel als homolog dem

1) S. Pouchet, Mémoire sur le grand fourmilier. Paris. 1874. 4°.

M. mylohyoideus. Fasst man diesen Muskel mit H. Meyer als ein Diaphragma oris nach seiner Stellung zur Mundhöhle, so kann man ihn zu einem Scheidenmuskel ausgestalten, indem man die zur Zungenscheide sich ausdehnende Mundhöhle bei dem Wege nach hinten dieses Diaphragma gleichsam mitnehmen lässt. Bei Myrmecophaga jubata ist diese Rolle des Muskels schon damit angelegt, dass in der Fortsetzung seiner Ursprünge am Unterkiefer eine bindegewebige Platte sich auf die Schädelbasis und die Ränder des weichen Gaumens fortsetzt.

Bei diesem Thiere bekommt der M. mylohyoideus aber noch den gewöhnlichen Zuwachs an Muskelfasern, der von dem Zungenbeinkörper stammt. — Schiebt sich nun aber die Zungenscheide über den Zungenbeinkörper hinaus nach hinten so weit in die Brusthöhle, wie es bei Manis der Fall ist, so schwindet der muskulöse Ursprung am Zungenbein und in der Verlängerung der von den Rändern des weichen Gaumens kommenden Bindegewebsplatte schliessen die spangenförmigen Muskelbündel dieses Muskels ventralwärts zusammen, dorsal von der genannten Bindegewebsplatte ausgehend. Dazu gesellt sich nun, für unsere Manis einen besonderen Zuwachs bildend, der vom Umfang der Bulla tympanica kommende Muskelbauch. Ich sehe darin den M. stylohyoideus, der, wie die Muskelplatte des M. mylohoideus sich nach hinten entwickelte, vom Zungenbein mit seinem Ansatz abgelöst und in den Bestand des M. mylohoideus aufgenommen wurde. Ein anderer als M. stylohoideus zu bezeichnender Muskel ist bei dieser Manis nicht vorhanden. Dagegen hat Myrmecophaga jubata, wo die Entwicklung des M. mylohoideus nach hinten beschränkt ist, den M. stylohoideus normal ausgebildet.

Man kann danach an der Homologie des M. glossovaginalis superficialis mit dem M. mylohyoideus wohl nicht zweifeln, muss aber diese Homologie als eine incomplete bezeichnen, insofern als der M. glossovaginalis die Ursprungstheile des M. mylohyoideus am Zungenbein verloren, dafür an Ausdehnung seiner queren Fasern mit neuen Ursprüngen an einer Bindegewebsplatte erhalten und schliesslich durch Aufnahme der Insertion eines dem M. stylohoideus entsprechenden Kopfes einen Zuwachs gewonnen hat. — Mit der Ausdehnung des Muskels steht seine Durchbrechung durch den Ausführungsgang der Unterkieferdrüse und den Nerv. hypoglossus in Verbindung. Der Durchtritt des Ausführungsganges durch den M. mylohoideus kommt übrigens als Varietät auch beim Menschen vor.

Auf dem M. mylohyoideus nach der Mundhöhle zu liegt der M. geniohyoideus, der sich als solcher auch bei Myrmecophaga findet. Bei Manis ist aber ein am Zungenbein inserirender Muskel, der diesen Namen verdiente, nicht vorhanden. Halten wir aber die Vorstellung fest, dass die Anheftungen der Muskeln am Zungenbein mit der Ausdehnung der Zungenscheide aufgegeben werden, so ergiebt sich als Vertreter dieses Muskels unser M. glossovaginalis profundus, und zwar dessen als Stratum externum und medium bezeichneten Schichten. Es ist dann auch verständlich, wie bei dem Vordringen der Zungenscheide über den Zungenbeinkörper weg nach hinten die Theile der M. geniohyoidei, welche ausein-

ander gedrängt wurden, mantelförmig die Zungenscheide im Stratum externum umfassten und auf deren dorsalem Umfange in der Mittellinie zusammenstiessen. Auf die Insertion dieser Muskelschicht komme ich nachher noch zu sprechen.

Die als dritte, innere Schicht des M. glossovaginalis profundus bezeichneten Fasern sind zum Theil sicher ein Homologon des M. genioglossus. Das wird unbeanstandet für jene Muskelbündel gelten, die aus dem gemeinsamen Ursprunge an den Kieferästen stammen und sich in der Medianlinie zwischen die beiden M. sternoglossi einsenken. Diese Faserbündel finden sich auch, aber weniger von einander getrennt, sondern mehr eine gegen die Zunge aufsteigende und in sie eindringende Platte bei Myrmecophaga jubata, und sind hier von Pouchet als M. genioglossus bezeichnet. Dagegen enthalte ich mich vor der Hand eines Urtheils über die übrigen in diesem Stratum auftretenden Fasern; hier ist ein Aufschluss von der Untersuchung anderer Formen zu erwarten. Ich verweise nur darauf, dass bei Myrmecophaga jubata Faserbündel dieses Muskels, da wo die beiden Sternoglossi sich aneinanderlegen, eine Durchkreuzung von der einen Seite zur anderen machen, und dass die lateralen Bündel des M. genioglossus den Spiralmuskel bilden, welcher scheidenförmig den einzelnen M. sternoglossus umhüllt. Das sind Verhältnisse, die sich bei Manis in dem aus durchkreuzten Bündeln bestehenden Wulste an der vorgebauchten Strecke der Zungenscheide und in den Muskelfasern wiederfinden, welche zunächst die M. sternoglossi umfassen. Sie bleiben aber noch besonders zu prüfen.

Von dem Standpunkte aus, dass bei den Vermilinguen die Insertionspunkte von Muskeln am Zungenbein verschoben sind, wird man die M. sternoglossi, soweit sie in die Substanz der Zunge eintreten, als Homologa der M. hyoglossi bezeichnen. Mir ist es aber wahrscheinlich, dass die M. sternoglossi der Manis noch andere Elemente aufgenommen haben. Es hat auch schon R. Owen[1]) ausgesprochen, ohne es weiter zu begründen, dass die hintere Strecke der M. sternoglossi die Musculi sternohyoidei enthalte.

Für die Beurtheilung dieser Verhältnisse greife ich auf Myrmecophaga zurück, die mit der geringeren Entwicklung des processus xiphoideus auch ein offenbar ursprünglicheres Verhalten der Muskeln zeigt. Die beiden M. sternoglossi verlaufen hier von ihrem Ursprung an der Basis des processus xiphoideus getrennt von einander auf der dorsalen Fläche des Brustbeins, sie liegen dabei lateralwärts von Muskeln, die nach ihren Anheftungen nichts anderes sein können als die Musculi sternothyreoidei, deren Ursprünge am Sternum aber nach hinten bis auf die Basis des proc. xiphoideus verschoben sind. Musculi sternohyoidei fehlen. Das Verhalten der Musculi sternothyreoidei ist beachtenswerth, da es die Möglichkeit einer Verschiebung der am Zungenbein inserirenden Muskeln nach hinten in offenkundigster Weise vorführt.

Bei Manis legen sich die beiden M. sternoglossi zu einem Strang aneinander; die M. sternothyreoidei haben aber eine so weitgehende Verschiebung nach hinten

1) R. Owen. On the anatomy of the great Anteater. Transactions of the zool. Society of London. Vol. IV. 1862. pg. 127.

wie bei Myrmecophaga nicht erfahren, sondern entspringen auf der dorsalen Fläche des Manubrium in der Höhe der ersten Rippe. Die M. sternohyoidei fehlen auch hier. Meines Erachtens ist hier die Deutung zulässig, dass die Musculi hyoglossi, als sie mit der Entwicklung der Zungenscheide nach hinten geschoben wurden und dabei den Ursprung am Zungenbein verloren, mit den M. sternohyoidei zusammenflossen, und dass diese dabei ihren Ursprung am Brustbein so weit nach hinten verlegten, wie es in geringerer Ausdehnung auch die M. sternothyreoidei bei Myrmecophaga gethan haben. Dann wären die M. sternoglossi als vereinigte Musculi hyoglossi und M. sternohyoidei zu bezeichnen. Das Fehlen selbständiger Musculi sternohyoidei wäre damit verständlich. Zu Gunsten dieser Auffassung kann angeführt werden, dass die Musculi sternohyoidei gelegentlich quere sehnige Inscriptionen aufweisen, und dass solche sich an der Endstrecke der M. sternoglossi finden. Vielleicht lässt sich aber auch feststellen, in welcher Ausdehnung die M. sternohyoidei an der Gesammtheit der Musculi sternoglossi betheiligt sind. Die Verhältnisse, die bei Manis tricuspis an der Endstrecke der Musculi sternoglossi bestehen, lassen sich nämlich derartig ausdeuten, dass man die vordere der beiden in ihr vorhandenen sehnigen Inscriptionen auf eine Strecke des Zungenbeinkörpers bezieht, an welcher sich die Fasern der Musculi hyoglossi und sternohyoidei anhefteten. Dann gehörte die vor der vorderen Inscription liegende Strecke den Musculi hyoglossi, die dahinter gelegene den Musculi sternohyoidei an, und diese wären durch den Besitz einer ihnen eigenen sehnigen Inscription gekennzeichnet. Ist eine solche Auslegung der Verhältnisse zulässig, so wird es verständlich, dass die äussere und mittlere Schicht des Musc. glossovaginalis profundus als ein Homologon des M. geniohyoideus an dieser Grenzmarke zwischen dem M. hyoglossus und M. sternohyoideus seine Anheftung wie am Zungenbein findet.

Nach meiner oben gegebenen Darstellung breitet sich die in Stränge gesonderte Endstrecke der Musculi sternoglossi bei Manis macrura und tricuspis auf der dorsalen und ventralen Fläche aus und findet hier ihre Insertion. Die völlige Trennung in zwei Stränge, welche bei diesen Thieren die auf den Musculus sternohyoideus zu beziehende Endstrecke findet, ist bei dem gleichen Abschnitt in M. javanica nicht vorhanden. Da aber das Verhalten bei der asiatischen Art offenbar das ursprünglichere, das bei der afrikanischen das gesteigerte ist, so erscheint es geboten, die beiden getrennten Stränge der Endstrecke der Musculi sternoglossi jederseits auf einen Muskel zurückzuführen, aus dem sie durch Spaltung hervorgegangen sind, und sie nicht als zwei gesonderte Muskeln aufzufassen, von denen dann der eine eine Neubildung sein müsste. Neu ist nur die Verschiebung der Insertion eines Theiles der Fasern auf die ventrale Fläche des Brustbeines, da in der Regel die Fasern des M. sternohyoideus auf der dorsalen Fläche dieses Knochens ansetzen. Diese Verschiebung ist aber bei Manis javanica an der stielförmig verschmälerten Strecke des processus xiphoideus leicht verständlich und wird auch bei grösserer Breite des Brustbeinfortsatzes erfolgen, sobald mit der Entfaltung des Muskels seine

Fasern zu einem Uebergreifen über den scharfen Rand der Endplatte des xiphoideum veranlasst werden.

Die so aufgestellten Homologien des Muskelapparates sind durch die Verbindungen seiner einzelnen Theile mit gleichwerthigen Nerven zu stützen. Leider bin ich dazu nicht ganz im Stande, da das mir zur Verfügung stehende Material nicht darartig erhalten war, dass sich alle Nervenzusammenhänge präpariren liessen. Das trifft in erster Linie den Musculus glossovaginalis superficialis und insbesondere dessen als M. stylohyoideus gedeuteten Kopf, der wenn die gegebene Deutung richtig ist, in den Verbreitungsbezirk des N. hypoglossus fallen muss, während der auf den Musculus mylohoideus bezogene Antheil seine Nervenfasern vom dritten Ast des Nervus trigeminus erhalten müsste; dagegen habe ich zu der übrigen Muskelplatte des äusseren Scheidenmuskels keinen der Zweige des N. hypoglossus verlaufen gefunden. Woher deren Innervation kommt, ist noch festzustellen. Die Zweige des Nervus hypoglossus, welche durch den Musculus glossovaginalis superficialis hindurchtreten, verbreiten sich nach vorn und hinten und versorgen die Schichten des Musculus glossovaginalis profundus. Das entspricht dem Verhalten, wie es für den Musculus genioglossus und geniohyoideus gefordert wird, und gestattet daher die Auffassung, dass diese Muskeln in den Musculus glossovaginalis profundus aufgegangen sind.

Für die Auffassung, dass der Musculus sternoglossus aus einer Vereinigung des Musculus hyoglossus und M. sternohyoideus hervorgegangen sei, kann ich aus dem Verhalten der Innervation bei Manis macrura und tricuspis keinen unmittelbaren Beleg beibringen. Ich fand nur Zweige eines einzigen Stammes vom N. hypoglossus an die hier in Betracht kommende Strecke in den Muskel eintreten. Dagegen ist von G. Pouchet eine hier ins Gewicht fallende Angabe gemacht. Nach ihm tritt bei Myrmecophaga jubata auf der Höhe des Manubrium sterni ein Nerv an den Musculus sternoglossus und wendet sich an diesem mit seinen Verzweigungen nach hinten, während an die vordere Strecke des M. sternoglossus Zweige des N. hypoglossus treten. Pouchet nennt diesen ersten Nerv Nervus sternoglossus, und lässt ihn aus einer Anastomose vom ersten Cervicalnerven zum Nervus hypoglossus hervorgehen. Dies Verhalten entspricht der Innervirung des Muscul. sternohyoideus anderer Säuger, wo dieser Muskel durch einen Ramus descendens Nervi hypoglossi versorgt wird, der mit Cervicalnerven eine Ansa hypoglossi bildet. Danach würde die von hier aus innervirte Strecke des M. sternoglossus einem M. sternohyoideus gleichzusetzen sein, wie ich das oben angenommen habe. Bei Manis macrura habe ich nun allerdings einen Nerven, der dem von Pouchet als Nerv. sternoglossus bezeichneten gleichzusetzen wäre, nicht gefunden, bezweifle auch, dass das nur Folge schlechter Erhaltung des Materials oder mangelhafter Präparation sei, da die Scheide der Musculi sternoglossi an keiner Stelle eine Durchbrechung aufweist, an welcher ein dementsprechender Nerv hätte durchtreten können. Da nun bei dieser Manis von dem Nervus hypoglossus, wo er den Musculus glossovaginalis superficialis durchbricht, Zweige nicht nur nach vorn sondern, was bei Myrmecophaga nicht der Fall ist,

auch nach hinten laufen, so vermuthe ich, dass diese letzteren den Fasern des von Pouchet beschriebenen Nervus sternoglossus entsprechen. Dann würde auch hier die Endstrecke des Musculus sternoglossus auf einen Musculus sternohyoideus bezogen werden können; der an ihn tretende Nerv enthielte die Fasern vereinigt, welche bei Myrmecophaga im N. hypoglossus und N. sternoglossus gesondert sind, und die bei anderen Säugern den Innervationsbezirk des Musculus hyoglossus und sternohyoideus umfassen.

Die Homologien in das Blutgefässsystem hinein zu verfolgen ist mir bei der in dieser Hinsicht unzulänglichen Präparation nicht möglich.

Als Schlussergebniss dieser kleinen Untersuchung stellt sich nun die Haltlosigkeit der von Parker behaupteten Deutung des processus xiphoideus der afrikanischen Manis-Arten als Abdominalrippen in überzeugender Weise heraus und bestätigt die von M. Weber gebrachte Widerlegung dieser Auffassung. Es ergiebt sich aber ferner, dass der so eigenartig gestaltete Muskelapparat, der an diesem Skelettheile entspringt und der in ungleichen Entwicklungsstufen bei den übrigen Vermilinguia vorhanden ist, alle die Bestandtheile enthält, die sich in mittelbarer oder unmittelbarer Weise mit der Zunge und dem Zungenbein anderer Säuger in Verbindung finden. Ist mit dem Aufgeben der Deutung des besonders entwickelten processus xiphoideus als Abdominalrippen, die denen von Reptilien gleichzusetzen wären, von dieser Seite her der Versuch, die Vermilinguia an Reptilien anzuschliessen oder sie von solchen abzuleiten, abgewiesen, so geschieht das noch mehr, wenn man die Besonderheiten des geschilderten Muskelapparates erwägt. Mag die lange Zunge der „Wurmzüngler“ in ihrer äusseren Erscheinung einer Reptilienzunge ähneln können, in der Ausgestaltung der mit ihr zusammenhängenden Muskulatur weicht sie völlig davon ab. Und wie diese Zungenmuskeln der vermilinguen Säuger auf die Zungenmuskulatur anderer Säuger zurückgehen, so sind sie von jener der Reptilien ganz abweichend; und wenn das Zungenbein der Reptilien, insbesondere der Lepidosaurier, in Verbindung mit der eigenartigen Zungenmuskulatur seine besonderen Formverhältnisse erhielt, so behält das Zungenbein der Edentaten die Form, wie sie den Mammalien eigenthümlich ist, auch da wo mit der Entwicklung des sternoglossalen Muskelapparates sonst an ihm anheftende Muskeln diese Verbindung aufgeben. In allen diesen Verhältnissen zeigen die Edentaten keine verwandschaftlichen Beziehungen zu Reptilien, sondern erweisen sich als Mammalien einer besonderen Entwicklungsrichtung.

Was im Einzelnen die Entwicklung der Zungenmuskulatur bei Manisarten des afrikanischen Continentes beeinflusst haben mag, wird sich wohl feststellen lassen, wenn wir genauer als zur Zeit über die Lebensweise und besonders über den Nahrungserwerb dieser Thiere unterrichtet sein werden.

Tafelerklärung.

Allgemein gültige Figurenbezeichnung.

Glv. s. Musculus glossovaginalis superficialis; Glv. s. 1 sein an der bulla tympanica entspringender Kopf.
Glv. p. Musculus glossovaginalis profundus.
Glv. p. 1 dessen äussere, 2 dessen mittlere, 3 dessen innere Schicht.
Pl. Platten des Brustbeinfortsatzes.
Pl. r. rechte, Pl. l. linke Platte.
St. Stäbe des Brustbeinfortsatzes.
St. r. rechter, St. l. linker Stab.
Stg. Musculus sternoglossus.
Stg. l. dessen lateraler Strang in der Endstrecke.
Stgl. l. linker, Stgl. r. rechter Strang.
Stg. m. medianer Strang.
Z. Zungenkörper.
Zsch. Zungenscheide und deren Binnenraum.

In den Buchstaben der Figurenbezeichnung ist zu berichtigen: Taf. I Fig. 3 unten rechts statt Glv. p. 3 Glv. p. 1; in Taf. II Fig. 18a unten links statt Stgl. r. Stgl. l.; in Fig. 18f statt St. Pl. r. St. Pl. l.

Tafel I.

Fig. 1. Vordertheil einer abgebalgten und ausgeweideten Manis tricuspis mit dem freigelegten Brustbeinfortsatz und dessen Muskulatur. Die Brustwand ist geöffnet und zur Seite geschlagen, sodass der Muskelapparat in seiner ganzen Länge frei liegt. In der Halsgegend sind die Unterkieferdrüsen freigelegt und zur Seite geschlagen; der Ausführungsgang der linken Drüse durchbricht die äussere Schicht, die vom Musculus glossovaginalis superficialis gebildet wird; daneben der Nervus hypoglossus; der Musculus sternomastoideus, den M. biventer mandibulae kreuzend ist bis auf den Kopfabschnitt weggenommen; der mit dem M. biventer parallel zum Kiefer nach vorn laufende Strang gehört zum M. sternomaxillaris. Auf der Höhe des Durchtrittes der Ausführungsgänge der Unterkieferdrüse inserirt sich der an der Bulla tympanica entspringende Muskelbauch an dem Musculus glossovaginalis superficialis. Hier tritt in der Mitte des ventralen Umfanges zwischen den auseinanderweichenden Muskelfasern die geknickte Zungenscheide mit der Zunge hervor. — In der Brustwand und auf dem vorderen Theile des Brustbeinfortsatzes ist der gesammte Muskelapparat von der Unterlage abgehoben, um zu zeigen wie er in dieser ganzen Ausdehnung frei liegt. Nat. Grösse.

Fig. 2—8. Verschiedene Präparationen an demselben Präparat; zur Orientirung dient für die vordere Strecke die angedeutete Zungenscheide. Nat. Grösse.

Fig. 2. Der Theil des Musculus glossovaginalis superficialis hinter dem Durchtritt der Zungenscheide ist am seitlichen Umfange eine Strecke weit gespalten und der dorsale membranöse zur Seite geschlagen; unter ihm tritt, zum Theil durchscheinend die äussere Schicht des Musc. glossovaginalis profundus hervor und die Stelle, an der deren beide Hälften in der dorsalen Medianlinie des Muskelstranges unter spitzem Winkel zusammentreten.

Fig. 3. Der Musculus glossovaginalis ist entfernt; die Ursprungstrecken der drei übereinanderliegenden Schichten des Musculus glossovaginalis profundus sind auseinandergezogen dargestellt; das Stratum externum Musc. glossovaginalis vorn nur in seinem muskulösen Theile erhalten, und noch geschlossen.

Fig. 4. Aehnliche Präparation, in der aber die hintere Strecke der Scheide, welche der M. glossovaginalis bildet, am seitlichen Umfange der Länge nach gespalten und auseinander geschlagen gezeichnet ist.

Fig. 5. Die gesammte hintere Strecke des Muskelapparates in Verbindung mit der Endstrecke des Brustbeinfortsatzes. Der Musculus glossovaginalis superficialis ist seitwärts der Länge nach gespalten; seine Platte heftet sich auf der Oberfläche des M. sternoglossus an; die äussere Schicht des M. glossovaginalis profundus ist gleichfalls seitlich gespaltet; das Blatt heftet sich auf der Höhe der vorderen sehnigen Inscription auf der Oberfläche des Musculus sternoglossus an. Die vordere Strecke der Musculi sternoglossi erscheint als ein einheitlicher frei in den Muskelscheiden liegender Strang; auf der folgenden Strecke zwischen den beiden sehnigen Inscriptionen sind die beiden im natürlichen Zustande unmittelbar aneinanderliegenden Hälften künstlich von einander getrennt; an der Endstrecke sieht man den Anfang der medianen Strecke, und wie der linke Stab und Platte zwischen dem medianen und lateralen Muskelstrange heraustreten; der linke laterale Muskelstrang greift auf die aufwärts gewendete ventrale Fläche des Endes vom Brustbeinfortsatz hinüber.

Fig. 6. Das untere Endstück des processus xiphoideus von der dorsalen Fläche gesehen; seine Stäbe und Platten sind zwischen den Muskeln herausgezogen und zur Seite gebogen; auf der Endfläche scheinen die medianen Stränge des Musculus sternoglossus durch, am Rande liegen dessen laterale Stränge.

Fig. 7. Dasselbe Präparat so gedreht, dass die ventrale Fläche vorliegt; man sieht das Ende der vom M. glossovaginalis superficialis gebildeten Scheide; vor der Inscription die getrennten Hälften des M. sternoglossus; auf der Endstrecke den linken lateralen Strang des M. sternoglossus und seine Ausbreitung auf der ventralen Fläche, die medianen Stränge des Muskels und die zwischen den Muskeln hervorgezogenen Stäbe und Platten des processus xiphoideus.

Fig. 8. Die vordere Strecke des Muskelapparates hinter der Knickung der Zungenscheide, die am seitlichen Umfange gespalten ist; M. glossovaginalis superficialis und die äussere und mittlere Schicht des M. glossovaginalis profundus sind gespalten und zur Seite geschlagen; man sieht die Faserbündel der tiefen Schicht dieses Muskels, die an die axialen Musculi sternoglossi hinantreten, sowie die Verbreitung des von arteriellen Zweigen begleiteten Nervus hypoglossus.

Auf der hinteren Strecke der Musculi sternoglossi ist bei Stgl. x. ein Schnitt in die Schicht der hier liegenden Ringfasern gemacht und sind diese auseinandergebogen. Vergr. 3.

Fig. 9. Der processus xiphoideus von Manis javanica und die Ausbreitung der Musculi sternoglossi auf ihm. An der stielförmigen Basis des spatenförmigen erweiterten Fortsatzes tritt aus der Brusthöhle der Muskelstrang heraus und breitet sich auf der dorsalen und ventralen Fläche der Endplatte des Fortsatzes aus. Um das zu zeigen ist auf der linken Hälfte des Fortsatzes die ventrale Ausbreitung des Muskels eingeschnitten und zur Seite geklappt, sodass man die sonst in dieser Ansicht verdeckte dorsale Muskelpartie sieht. Nat. Gr.

Fig. 10. Präparat des processus xiphoideus und seiner Muskulatur im Zusammenhang mit der Bauch- und Brustwand sowie mit dem Unterkiefer, von einem grösseren Exemplar der Manis macrura Erxl. Die vom Musculus glossovaginalis superficialis gebildete Scheide ist in der vorderen Strecke in der ventralen Mittellinie gespalten und ausgebreitet, der vorliegende Lappen zu dem Behufe zweimal eingeschnitten; auf der ausgebreiteten Platte sieht man die am dorsalen Umfang liegende Bindegewebsplatte, an welcher von jeder Seite her die spangenförmigen Fasern sich anheften, im oberen Theile den Durchtritt des Nervus hypoglossus und des Ausführungsganges der Unterkieferdrüse; auf der Anfangsstrecke der geschlossenen Scheide sieht man die nach hinten gegen die ventrale Medianlinie spitz auslaufende Muskelplatte. Im vorderen Theile des Muskelpräparates sind die muskulösen Bänder der oberflächlichen und mittleren Schicht des Musculus glossovaginalis profundus von einander getrennt und zur Seite gezogen; damit ist die tiefe Schicht des Muskels, die von den Kiefern kommenden Längsfasern, der Querwulst über der Knickuung der Zungenscheide und die von da auf die Oberfläche der Musculi sternoglossi sich ausbreitenden Fasern freigelegt. Der hintere Theil des Muskelapparates tritt über dem Anfangstheile des processus xiphoideus in eine Bauchfelltasche, innerhalb der er mit hakenförmiger Krümmung auf der Innenfläche der Bauchwand verläuft; diese Tasche ist weiterhin geöffnet und der Brustbeinfortsatz mit seinen Scheiden und Muskeln freigelegt. Auf dem Vorderende der Brustwand die Ursprünge der Musculi sternothyreoidei und eigenthümliche Muskeln auf der Innenfläche der Brustwand.

Tafel II.

Fig. 11. Skelet des Brustbeins mit den sternalen Rippenden und mit dem in grader Lage künstlich ausgestreckten processus xiphoideus, der so über die Symphyse des Beckens hinausreicht; von Manis macrura Erxl. Nat. Gr.

Fig. 12. Querschnitt durch den frei im Binnenraume der Zungenscheide liegenden Zungenkörper und die scheidenförmig abgeschlossenen Musc. glossovaginalis superficialis und profundus, aus der hinteren Halsgegend eines Embryo von Manis tricuspis. Vergr. 16,4.

Fig. 13. Querschnitt durch die Muskulatur auf der halben Länge des Brustbeinkörpers von Manis macrura Erxl. juv. Unter der axialen Muskelmasse,

die Nerven und Gefässe umschliesst, liegt als Spalt erscheinend die blindsackförmige Fortsetzung der Zungenscheide nach hinten. Der Musculus glossovaginalis superficialis fehlt. Vergr. 16,5.

Fig. 14. Querschnitt aus dem gleichen Thier durch den Muskelapparat auf der Basis des Brustbeinfortsatzes; der Musculus glossovaginalis superficialis fehlt; die beiden M. sternoglossi sind durch starke septale Muskelbündel von einander getrennt. Vergr. 16,5.

Fig. 15—18. Querschnitte in verschiedener Höhe durch den processus xiphoideus und seine Muskulatur aus einer Manis tricuspis. Vergr. 15,7.

Fig. 15. Querschnitt durch die zu einer Scheide vereinigten Stäbe und Platten des processus xiphoideus. Im Binnenraum der Scheide liegen frei die von dem sehnigen Theil des Musculus glossovaginalis superficialis umschlossenen Musculi sternoglossi. Der Schnitt liegt zwischen der ersten und zweiten sehnigen Inscription.

Fig. 16. Querschnitt durch den processus xiphoideus und seine Muskulatur aus dem Anfang der nach vorn zurücklaufenden Endstrecke. Die Querschnitte der Stäbe und Platten liegen in dem fünfkantigen Apparat einander gegenüber, durch äussere Hülle und innere septenartig erscheinende Bänder zusammenhängend. Der Muskelapparat zeigt die Trennung in die medianen und lateralen Stränge.

Fig. 17 und 18a bis f. Querschnitte in Abständen aufeinanderfolgend aus der abgeplatteten Endstrecke des processus xiphoideus.

Fig. 17. Die Platten und Stäbe liegen durch Membranen verbunden in einer Ebene, dorsalwärts von ihnen die mediane Masse, ventralwärts die lateralen Stränge der Musculi sternoglossi.

Fig. 18a. Der rechte Stab ist mit seiner Platte verschmolzen, unter ihnen der Endtheil des rechten lateralen Muskelstranges.

Fig. 18b. Der rechte laterale Muskelstrang fehlt.

Fig. 18c. Die rechte Hälfte der Knorpel des processus xiphoideus im Verschwinden; der linke Stab und seine Platte, zwischen der medianen dorsalen Muskulatur und dem linken lateralen Strange der Musculi sternoglossi.

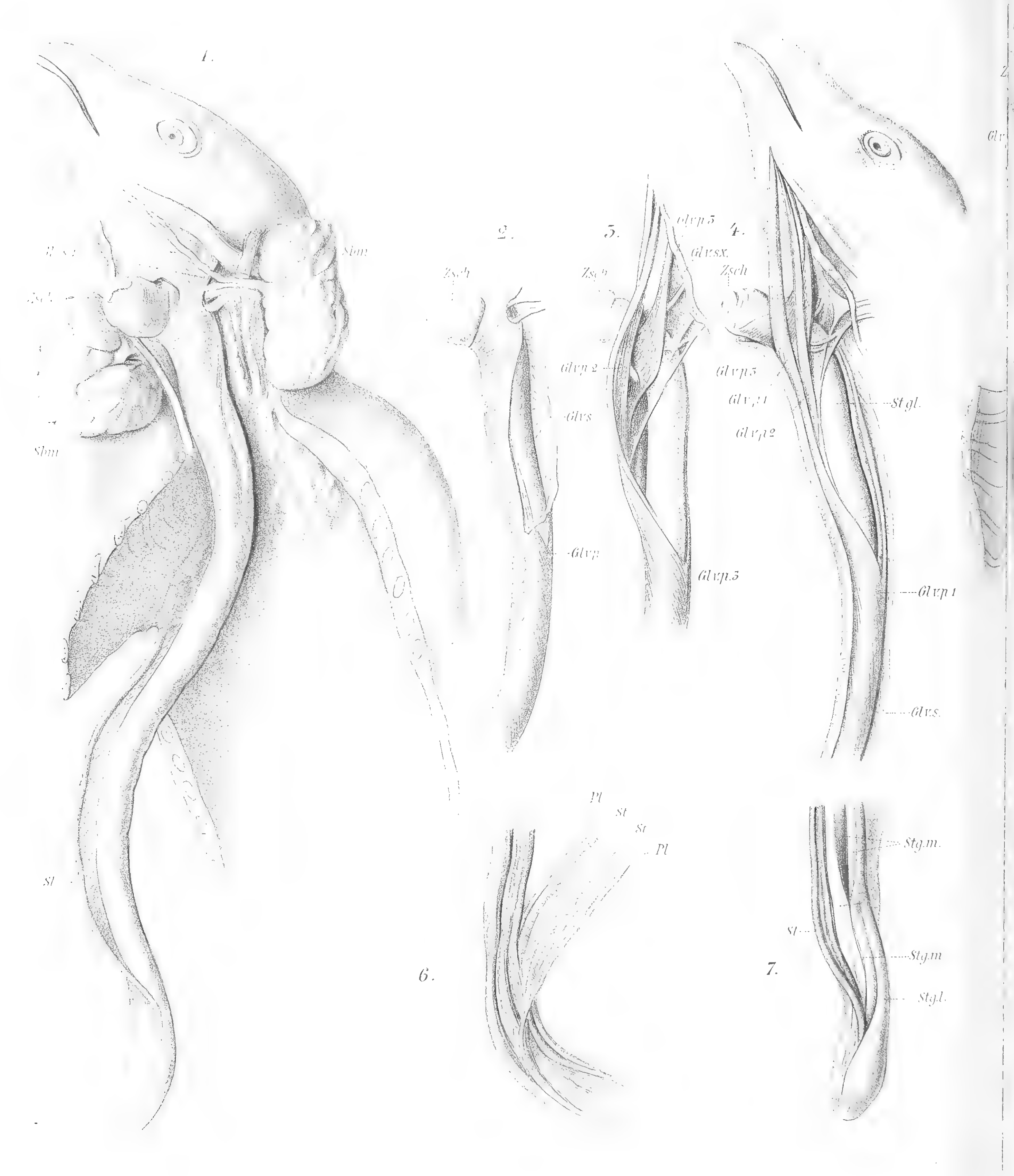
Fig. 18d. Der linke Stab und die linke Platte allein in der Mitte der eben erwähnten Muskulatur.

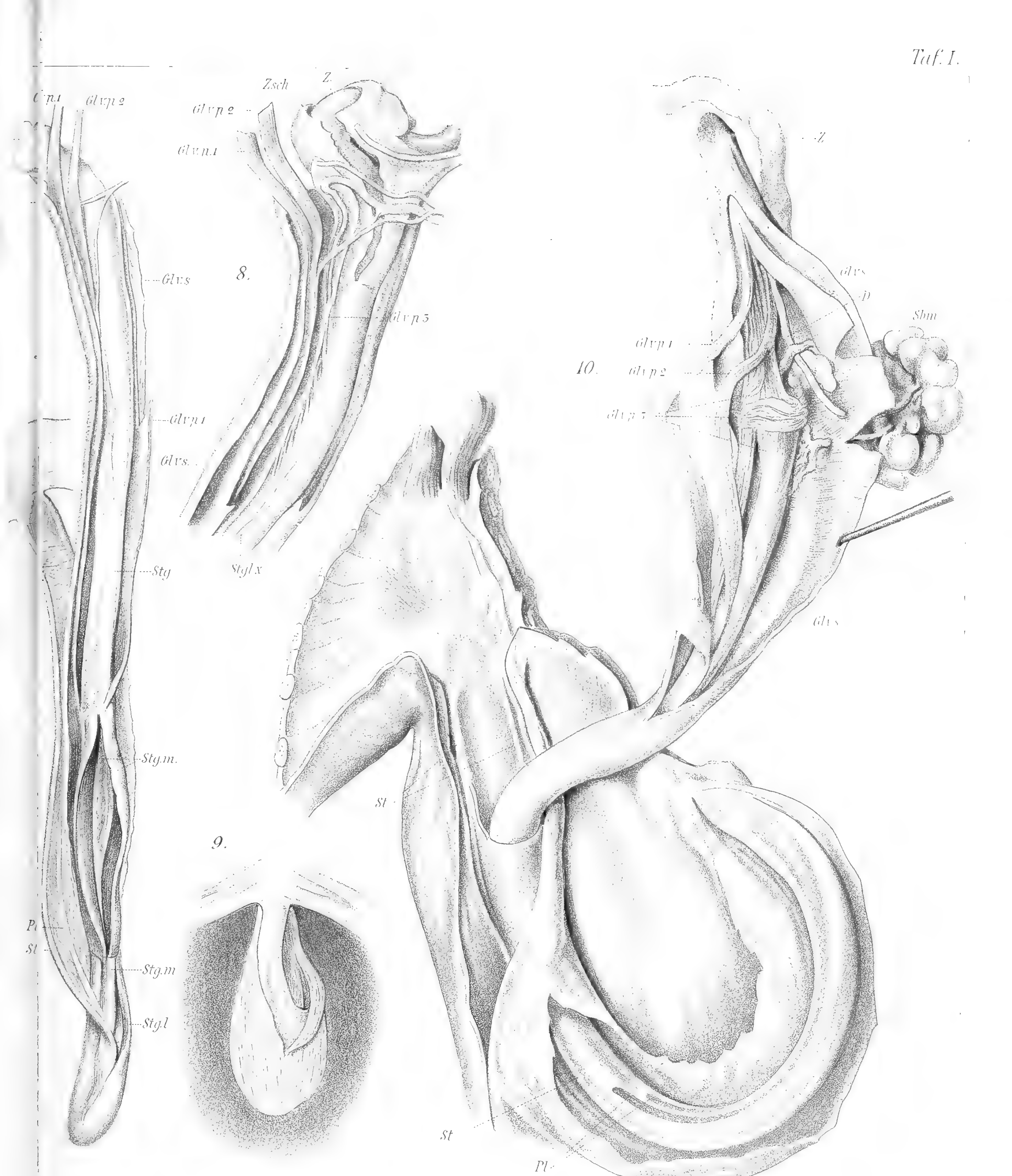
Fig. 18e. Der linke Stab und Platte verschmelzen, vom linken ventral gelegenen Muskelstrange besteht nur noch ein geringer Rest.

Fig. 18f. Querschnitt durch den gemeinsamen Ausgangspunkt des linken Stabes und seiner Platte, dorsalwärts von ihm ein Rest des medianen Stranges der M. sternoglossi, überdeckt von dem Faserknorpel der auf allen vorhergehenden Schnitten, wie an der linken so an der rechten Platte zu sehen ist.

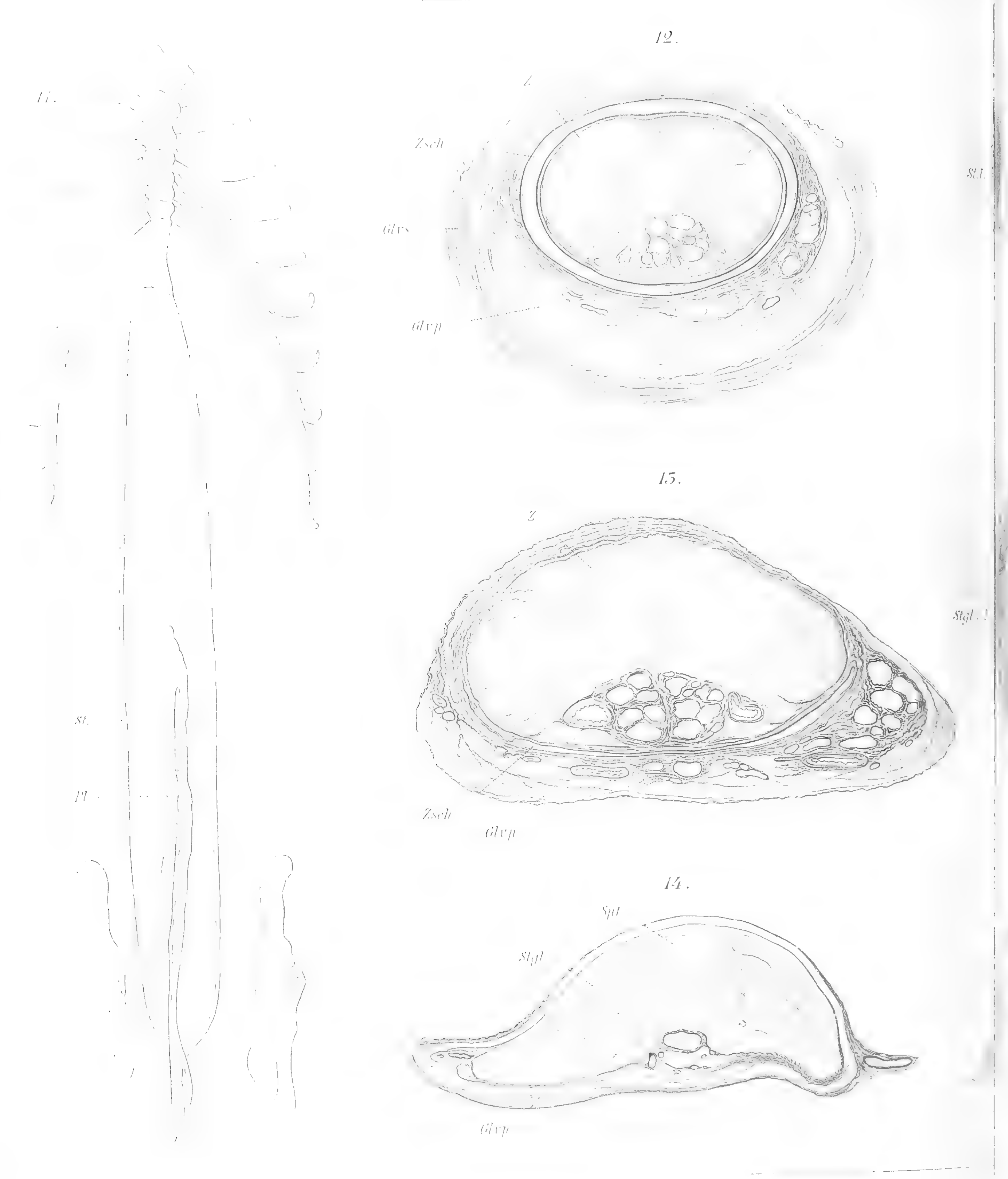
Berichtigung.

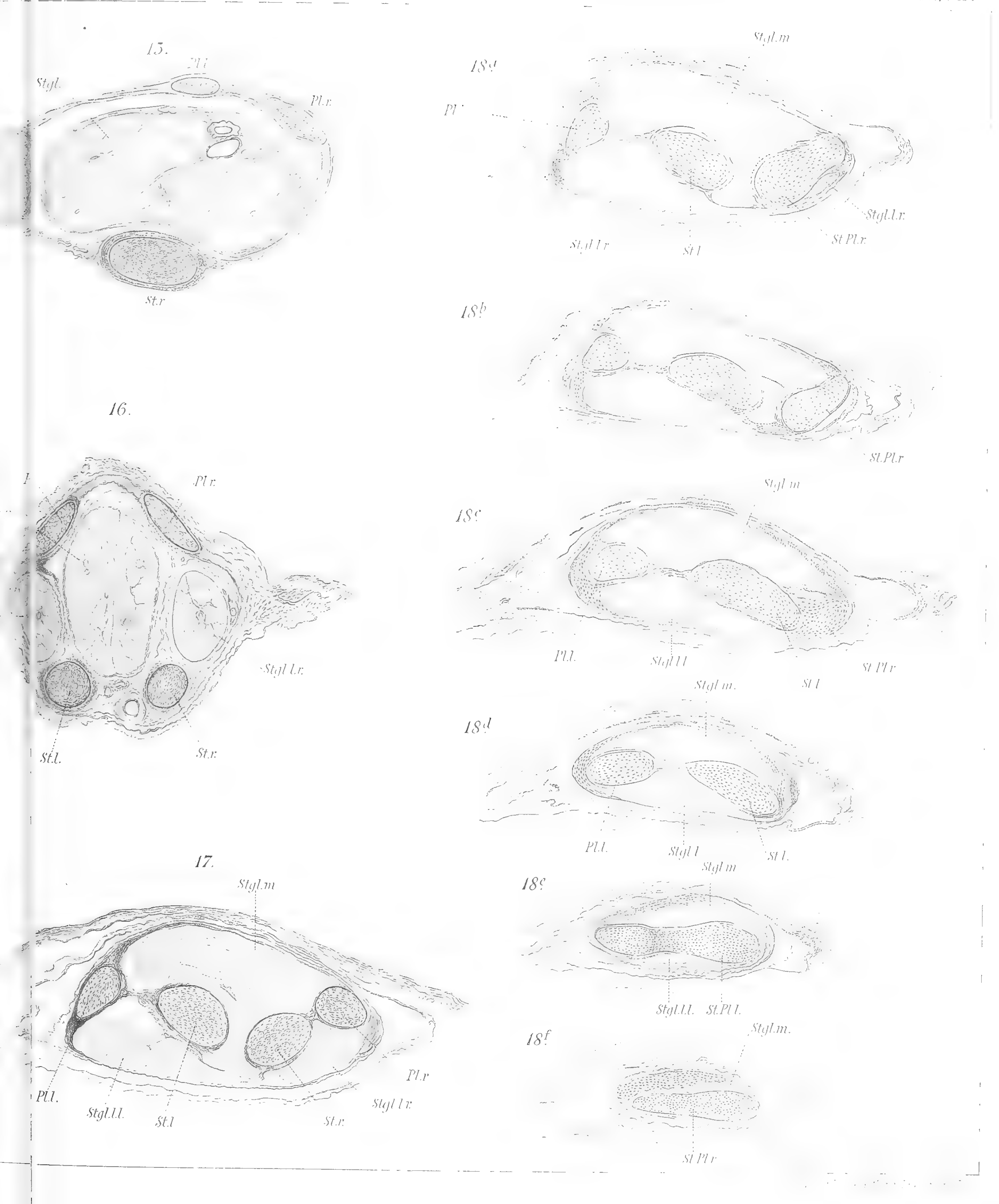
Auf Seite 2 Zeile 20 von unten ist statt Manis macrura Erxl. zu lesen Manis tricuspis Sundev.


1.
Stm
Sbm
St
2.
Zsch
Glvp 2
Glvs
Glvp
3.
Glvp 3
Glvsx.
Glvp.3
4.
Zsch
Glvp3
Glvp1
Glvp2
Stgl.
Glvp 1
Glvs.
Pl
St
St
Pl
6.
Stgm.
St
Stgm
Stgl.
7.



Lith. Anst. v. Werner & Winter, Frankfurt a/M.


11.
St.
Pl
12.
Z
Zsch
Glvs
Glvp
13.
Z
Zsch
Glvp
14.
Spl
Stgl
Glvp


15.
Stgl.
Pl.l.
Pl.r.
St.r.
16.
Pl.r.
Stgl.l.r.
St.l.
St.r.
17.
Stgl.m
Pl.l.
Stgl.l.l.
St.l
St.r.
Stgl.l.r.
Pl.r.
18a
Stgl.m
Pl.
Stgl.l.r.
St.l
Stgl.l.r.
St.Pl.r.
18b
St.Pl.r
18c
Stgl.m
Pl.l.
Stgl.l.l
St.Pl.r
St.l
18d
Stgl.m.
Pl.l.
Stgl.l
St.l.
18e
Stgl.m
Stgl.l.l.
St.Pl.l.
18f
Stgl.m.
St.Pl.r.

Die Schnabelbildung von Heteralocha acutirostris (Gould).

Mit 7 Textfiguren.

Zu den absonderlichen Erscheinungen, an denen die Thierwelt Neuseelands so reich ist, gehört der Dimorphismus in der Schnabelbildung der Heteralocha (Neomorpha) acutirostris (Gould). Als der Vogel, der nach den ausführlichen Mittheilungen, die Walter L. Buller zu wiederholten Malen, am ausführlichsten in der zweiten Auflage der schönen History of the Birds of New Zealand[1]), über ihn gemacht hat, auf Neuseeland nur in einem beschränkten Bezirke vorkommt, von J. Gould[2]) beschrieben wurde, glaubte dieser nach der ungleichen Form des Schnabels, die die ihm vorliegenden Stücke zeigten, zwei Arten, acutirostris und crassirostris, unterscheiden zu müssen. Die Vögel stimmten zwar in Färbung und Zeichnung des Gefieders überein, hatten gleichgebildete Schnabellappen, wichen aber durch die Schnabelform völlig von einander ab, denn bei dem einen Vogel war der Schnabel, ähnlich dem einer Upupa oder eines Irrisor schlank, dünn ausgezogen und stark gekrümmt, während bei dem anderen der Schnabel dick, kegelförmig und fast grade war, die Form eines Raben- oder Starenschnabels zeigend. Ich gebe hier die Umrisszeichnungen dieser ungleich gestalteten Schnäbel, nach denen die Arten acutirostris und crassirostris aufgestellt wurden, nach Exemplaren der Göttinger Sammlung.

1) Walter Lawry Buller, A history of the Birds of New Zealand. Ed. II. Vol. I. London 1888. pg. 7.

2) Proceedings of the zoological Society of London. Pt. IV. 1836. pg. 144. 145.

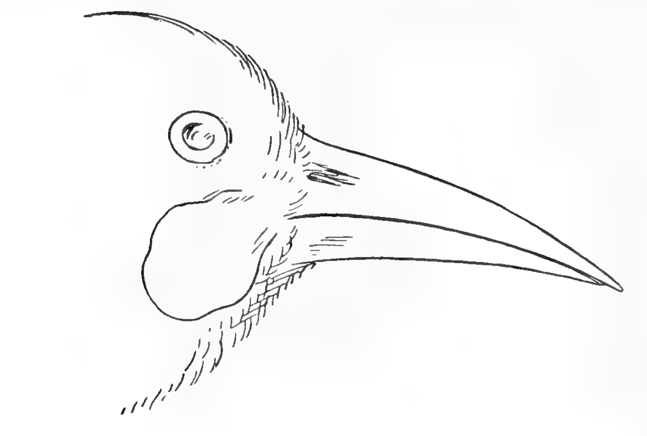


Fig. 1.

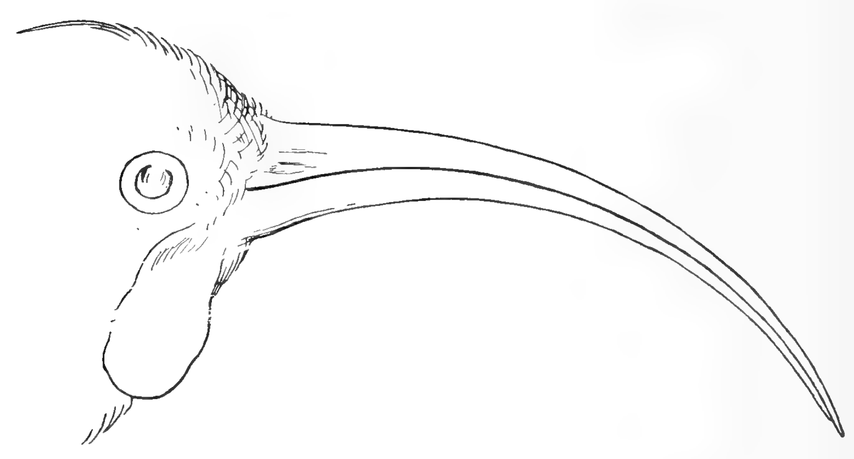


Fig. 2.

Fig. 1 Schnabel eines erwachsenen Männchens; Fig. 2 Schnabel eines erwachsenen Weibchens von Heteralocha acutirostris (Gould); nach gestopften Exemplaren der Göttinger Sammlung. Nat. Gr.

G. R. Gray[1]) war es, der die beiden Arten zusammenzog und die Ungleichheit der Schnabelform für einen Sexualcharakter erklärte; das Männchen hätte den dicken kegelförmigen, das Weibchen den schlanken gebogenen Schnabel. Dieser Geschlechtsunterschied ist den Eingeborenen Neuseelands, die den Vogel wegen seiner Federn schätzen, offenbar bekannt gewesen, und muss sich nach den Beobachtungen im Freien an den paarweis lebenden Thieren, wie solche zumal Walter L. Buller gemacht und mitgetheilt hat, leicht herausstellen. Dass diese Geschlechtsdifferenz, die unter den Vögeln doch wohl eine sehr seltene ist, durch anatomische Untersuchungen mehrfach bestätigt worden sei, ist mir nicht bekannt geworden.

1) G. R. Gray, Hand-List of genera and species of Birds. Pt. II. 1870. pg. 22.

Herrn Dr. O. Finsch verdanke ich die Gelegenheit in dieser Hinsicht nun einen Beitrag zu der Kenntniss der hier in Betracht kommenden Verhältnisse liefern zu können. Er überwies der Sammlung des Göttinger zoologisch-zootomischen Instituts zwei in Weingeist conservirte Exemplare der Heteralocha acutirostris.

Beide Vögel hatten das Gefieder, wie es von völlig ausgefärbten, erwachsenen Vögeln beschrieben wird. Das berechtigte die Annahme, dass die Thiere voll entwickelt seien. Das eine von ihnen musste nach der kurzen, kegelförmigen Gestalt des Schnabels als Männchen angesprochen werden; die anatomische Untersuchung bestätigte das durch den Nachweis der allerdings nur gering entwickelten Hoden. Bei dem anderen Exemplar war dagegen eine Bestimmung des Geschlechtes von vornherein nicht sicher zu machen. Die Form des Schnabels, von der ich hier (Fig. 3) eine Umrisszeichnung gebe, nahm eine Zwischenstellung



Fig. 3. Kurzer Schnabel eines erwachsenen Weibchens von Heterolocha acutirostris (Gould). Nach einem Exemplar der Göttinger Sammlung. Nat. Gr.

zwischen der männlichen und weiblichen Schnabelform ein. Eine irgend auffallende besondere Verletzung oder der Rückstand einer solchen, die ausgeheilt wäre, ist am Schnabel nicht zu sehen. Er ist an seiner Wurzel niedriger als der Schnabel des erwachsenen Männchens, aber länger, schlanker und stärker gekrümmt als dieser. Mit dem Schnabel des erwachsenen Weibchens stimmt er in der Höhe an der Schnabelwurzel überein, ist aber erheblich kürzer, und, worauf ich besonders Gewicht legen möchte, sehr viel weniger gekrümmt als dieser. Bei dieser Zwischenstellung des Schnabels zwischen männlicher und weiblicher Form und der völligen Uebereinstimmung des Gefieders bei beiden Geschlechtern konnte nur die Untersuchung der Eingeweide den Ausschlag über das Geschlecht geben. Diese erwies, dass der Vogel ein Weibchen war; der eine Eierstock war deutlich ausgebildet vorhanden; waren die Follikel auch nur klein, die grössten etwa von der Grösse eines Hirsekorns, so war das Organ als solches doch nicht zu verkennen. Die geringe Ausbildung des Eierstockes konnte nicht als ein Zeichen von Missbildung oder Functionsunfähigkeit aufgefasst werden, sondern zeigte, nach dem Vergleich mit anderen Vögeln, nur den Zustand an, in dem sich der Eierstock zur Zeit der Ruhe befindet.

Da der Vogel das Gefieder des ausgewachsenen Thieres besitzt, ihm besonders die weissen Flecken auf den unteren Schwanzdeckfedern fehlen, die von Buller[1]) als Kennzeichen der jungen Weibchen angeführt werden, so kann die Kürze des Schnabels nicht auf einen Jugendzustand zurückgeführt werden, das sonst anzunehmen nahe liegt, da junge Weibchen, wie das von Sharpe[2]) nach Exemplaren im britischen Museum bestätigt wird, kürzere Schnäbel als erwachsene Thiere besitzen. Ausserdem hat Buller[3]) den Schnabel eines jungen Weibchens abgebildet; von dieser Figur gebe ich hier eine Copie, um zu zeigen,

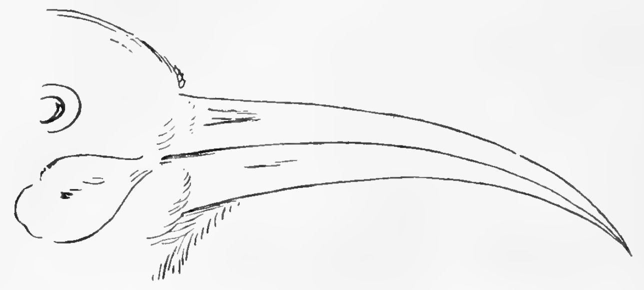


Fig. 4. Schnabel eines jungen Weibchens von Heteralocha acutirostris (Gould). Nat. Gr. (Copie nach W. L. Buller).

dass dieser Schnabel bereits stärker gekrümmt ist, als bei dem uns interessirenden Vogel mit völlig ausgefärbtem Gefieder.

Der Befund des Geschlechtsapparates bietet keine Veranlassung, die abweichende Schnabelform dieses Weibchens als einen Correlationszustand zu einem Defect im Geschlechtsapparat aufzufassen.

Danach wird man sich darauf beschränken müssen, die Schnabelform als eine Varietät anzusehen, die hinter der Erlangung der vollen Ausgestaltung zurückbleibt — eine an und für sich häufige Erscheinung —, für die aber eine Veranlassung nicht nachzuweisen ist.

Es wird die nächste Aufgabe sein, zu erfahren, ob derartige Abweichungen von dem, was als Regel in diesem Falle anzusehen ist, häufiger vorkommen und ob nicht Ausnahmen von der Regel, dass die männlichen Vögel kurzschnäbelig, die Weibchen langschnäbelig sind, festzustellen sind, sobald man die Feststellung des Geschlechtes mit dem Nachweis von Hoden oder Eierstock führt.

Inzwischen möchte ich einige Punkte hervorheben, die mir in der den Vogel betreffenden Literatur entgegengetreten sind.

Buller hat uns das Benehmen der Vögel geschildert, die er in der Gefangenschaft hielt, und legt einen gewissen Nachdruck auf die ungleiche Art, mit welcher das Männchen und das Weibchen Gebrauch vom Schnabel machen. Die

---

1) a. a. O. pg. 7.

2) Catalogue of the Birds in the British Museum. Vol. III. London. 1877. pg. 144.

3) Walter L. Buller, Further descriptive Notes of the Huia. Transactions and proceedings of the New Zealand Institute. 1877. Vol. X. pg. 211. Plate V. Fig. 1.

Vögel fressen Käferlarven, die im Holze leben; das Männchen meisselt mit seinem starken Schnabel die Gänge, in denen diese Larven stecken, auf, um so zu ihnen zu gelangen; das Weibchen holt mit dem langen dünnen Schnabel, den es tief in die Wurmgänge einsenkt, die Käferlarven aus diesen heraus. Wo das Holz zu hart ist, um vom Männchen aufgemeisselt zu werden, vermag das Weibchen mit dem Schnabel die Beute zu erreichen; auch in solchen Fällen, in denen das Männchen einen Wurmgang theilweise geöffnet hat, ohne bis an die Larve zu gelangen. Danach könnte es scheinen, als ob der Dimorphismus des Schnabels einer Arbeittheilung zu gut käme. Allein Buller hat nicht gesehen, dass der eine Vogel den anderen nach der Besonderheit seiner Schnabelbildung beim Nahrungserwerb unterstützte. Es kommt hinzu, dass die Vögel sich keineswegs nur von solchen Holz bewohnenden Insectenlarven, oder auch nur vorwiegend, wie unsere Spechte, von solchen ernähren. Ihre Nahrung bilden vielleicht mehr noch weiche Beeren; der Darminhalt der mir zu Gebot stehenden Vögel war offenbar pflanzlichen Ursprungs.

Auf eine ungleiche Benutzung des Schnabels in solcher Weise die Entstehung der ungleichen Schnabelform zurückzuführen, dürfte danach kaum zulässig sein.

Aus Bullers Darstellung ergiebt sich aber ein anderes, was für die hier bestehenden Verhältnisse in Betracht zu ziehen ist. Das ist die grosse Variabilität, der der Schnabel der Heteralocha überhaupt unterworfen ist. Wenn man erwägt, dass der Vogel bei seiner engen geographischen Verbreitung und bei seinem keineswegs sehr häufigen Vorkommen in diesem Bezirk, in einer nicht gar zu grossen Zahl von Exemplaren den Sammlern in die Hände fällt, so muss es überraschen und kann wohl kaum als ein Zufall gedeutet werden, dass verhältnissmässig viel Vögel mit abweichender Schnabelbildung bekannt geworden sind. In einem Falle, den Buller erwähnt, zeigte der Schnabel eine ungewöhnlich starke Krümmung; auffallender sind die anderen Fälle, von denen ich



Fig. 5. Abnorm gebildeter Schnabel eines Weibchens von Heteralocha acutirostris (Gould). Nat. Gr. (Copie nach W. L. Buller).

hier nach Bullers Figuren Copien[1]) vorlege. Der in Fig. 5 abgebildete Schnabel zeigt den Oberkiefer nach Art der weiblichen Form verlängert und gekrümmt, während der Unterkiefer an Länge weit hinter ihm zurücksteht; da wo der Oberkiefer über die Spitze des Unterkiefers hinwegragt, zeigt er eine spindelförmige Verdickung. Buller will diese Bildung darauf zurückführen, dass der Unterkiefer durch einen Zufall abgebrochen sei, und dass an der Reibungsstelle von Ober- und Unterkiefer ersterer dann eine Verdickung erfahren habe. — Auffallender noch ist die Deformität, die der Oberkiefer eines Weibchens zeigt.

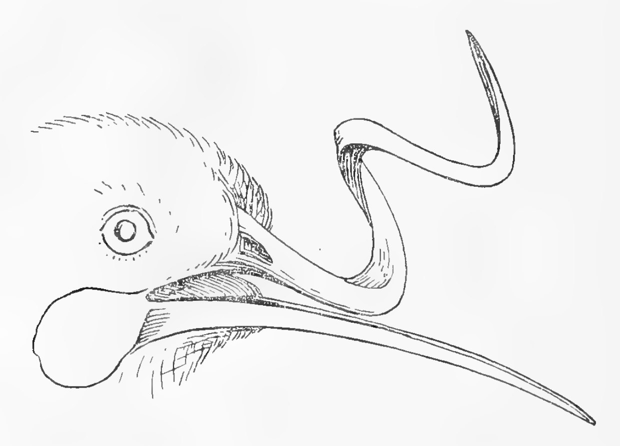


Fig. 6. Schnabel mit schraubenförmig gewundenem Oberkiefer von Heteralocha acutirostris (Gould). Nat. Gr. Umgekehrte Copie nach W. L. Buller.

Der Fall ist von W. Colenso beobachtet und von Buller[2]) mitgetheilt. Der Oberschnabel ist, wie das an der nach Bullers Zeichnung, aber in umgekehrter Stellung copirten Figur 6 ersichtlich, in schraubenförmigen Windungen aufwärts gewachsen. Dabei ist keinerlei Anzeichen vorhanden, dass der Schnabel gebrochen oder sonst verletzt gewesen und dadurch zu der ungewöhnlichen Bildung gekommen wäre. —

Anders liegt die Sache in einem von F. W. Kirk[3]) erwähnten Falle (Fig. 7). Diese Bildung soll nach Kirks Meinung auf mechanischen Einfluss zurückzuführen sein, dadurch dass wahrscheinlich ein Schuss durch den Oberschnabel gegangen und ihn unterhalb des Nasenloches gesplittert habe. Ich will die Möglichkeit solcher Veranlassungen zu dieser Deformität nicht in Abrede stellen, möchte aber vermuthen, dass derartige Verletzungen Narben und Callusbildungen zurücklassen würden, von denen in der Abbildung so wenig wie in der Beschreibung etwas bemerkt ist.

1) Transact. and Proceed. New Zeal. Institute. X. a. a. O. Pl. V.

2) Buller, History, a. a. O. pg. 17.

3) T. W. Kirk, Remarks on some curious Specimens of New Zealand Birds. Transact. and Proceed. of New Zealand Institute. 1879. Vol. XII. pg. 248.

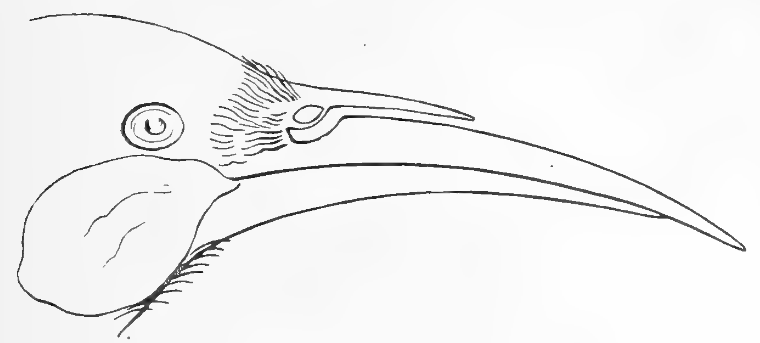


Fig. 7. Abnorm gebildeter Oberschnabel eines Weibchens von Heteralocha acutirostris (Gould). Nat. Gr. Nach F. W. Kirk.

Jedenfalls zeigen diese Fälle, dass der Schnabel in hohem Grade bildungsfähig ist. Zu solchen Variationen rechne ich nun auch den von mir erwähnten Fall des kurzen Schnabels eines Weibchens; vielleicht kann als geringe Abweichung auch das schon angesehen werden, was in Fig. 2 abgebildet ist, dass die Spitze des Oberschnabels ein Stück weit über die des Unterschnabels hinausragt.

Bei solcher Bildungsfähigkeit des Schnabels ist einmal wohl an den Darwinschen Satz zu erinnern, dass secundäre Sexualcharactere veränderlich sind. Andererseits lässt sich auch wohl auf einen anderen Satz Darwins zurückgreifen, dass verschiedene Arten analoge Abänderungen zeigen, wenn wir für unseren Fall ähnliche Bildungen des Schnabels im weiteren Kreise der Verwandtschaft der Heteralocha aufsuchen.

Nun ist es ja zur Zeit mit unserer Erkenntniss der Verwandtschaft der passeriformen Vögel, zu denen die Heteralocha unbestritten gehört, untereinander nach den Angaben Fürbringers wie Gadows schlecht bestellt, und so wird denn auch Heteralocha ungleich in dem System dieser Gruppe untergebracht. Während Garrod[1]) die Gattung nach seiner anatomischen Untersuchung zu den Sturninen stellt, führt Sharpe sie mit den rabenartigen Vögeln in der Gruppe der coliomorphen Turdiformen auf, und stellt sie hier zu der Familie der Corviden. Ist damit eine wahre Verwandtschaft zum Ausdruck gebracht, so ist es nicht zufällig, dass Variationen in der Schnabelbildung, in ähnlicher Weise wie bei Heteralocha, bei den Corviden häufig beobachtet werden. Und zwar in doppelter Form. Misbildungen, die in abnormen Krümmungen des Ober- oder Unterschnabels bestehen und unregelmässige Haken- oder Kreuzschnäbel hervorrufen, und somit an die oben abgebildete Schraubenform des Oberschnabels von Heteralocha erinnern, sind bei unseren einheimischen Rabenarten keine seltene Erscheinung, und von Corvus corone Lth., cornix L., monedula L. und frugilegus L. bekannt. Eine Ursache für solche Misbildung ist meines Wissens nie nachgewiesen.

1) A. H. Garrod, Notes on the Anatomy of the Huia Bird. Proceedings of the zoological Society of London. 1872. pg. 643.

In anderer Weise tritt die Variabilität des Schnabels bei einem anderen Corviden, Nucifraga caryocatactes (L.), auf. Ihre Beschreibung kann ich am besten mit Glogers[1]) Worten geben: „Form und Grösse des Schnabels ändern, sowohl was das Längenmaass, als was die Dicke und Breite desselben betrifft, so bedeutend und wesentlich ab, wie kaum bei einem anderen Vogel: übrigens fast immer in der Art, dass sich der höchste Grad von Stärke mit der mindesten Länge gepaart findet. Man sieht ihn von reichlich 2″2‴ Länge bei kaum 7‴ Höhe und bei nur gleicher oder geringerer Breite — bis 1″7‴ Länge und 9‴ Höhe. Letzteres ist ein Fall, in welchem nicht selten die Breite des Schnabels an der Wurzel merklich grösser ist, als seine Höhe. — Sehr selten findet sich die beinahe grösste Länge mit der entschieden ansehnlichsten Breite vereint. Nicht selten ist der Oberkiefer der ansehnlich längere.“ Daneben kommt auch eine geringe Kreuzung der Kiefer vor. Eine ähnliche Variabilität in der Schnabelgrösse giebt Sharpe[2]) auch für Nucifraga multipunctata Gould aus Cashmere an. Bei den beiden einzigen Stücken dieser Art, von denen ihm das Geschlecht bekannt war, hatte das Männchen den dünneren und längeren Schnabel. Da für Nucifraga caryocatactes die ungleiche Schnabellänge nicht als Sexualcharacter bekannt ist, wird man auch diese Einzelbeobachtung noch nicht in diesem Sinne ausdeuten dürfen.

Danach ist die Variabilität des Schnabels der Heteralocha vermuthlich eine Eigenthümlichkeit, die im Kreise der verwandten Formen weiter verbreitet ist; hier aber in grossem Maasse auftritt und augenscheinlich zur Bildung eines Sexualcharacters geführt hat. Die von mir beschriebene Varietät wäre danach als ein Zurückbleiben hinter dem Maximum, oder als eine Art von Hemmungsbildung zu bezeichnen.

Man ist versucht sich nach Verhältnissen umzusehen, durch die diese im sexuellen Dimorphismus ausgestaltete Variation begründet sein könnte. Die Frage hat, nach Bullers Angabe, Sclater schon beschäftigt, ohne dass er eine zusagende Antwort gefunden hat. Dass die ungleiche Verwendung, die der Schnabel bei Männchen und Weibchen jetzt findet, auch die Veranlassung zu der Divergenz der Form in den beiden Geschlechtern gewesen sein könnte, ist wenig einleuchtend. Eher dürfte der sexuelle Dimorphismus einen Zusammenhang mit Erscheinungen des Geschlechtslebens haben. Der Vogel nistet nach Bullers Mittheilungen in hohlen Bäumen; ein Buller gebrachtes Weibchen zeigte grosse Brutflecken, war mithin offenbar während des Brutgeschäftes erlegt; es erwies sich als ungewöhnlich gut genährt und fett, und das führte Buller zu der Vermuthung, dass, wie das von anderen Höhlenbrütern bekannt ist, das Männchen während der Brütezeit das Weibchen mit Futter versorgt.

Nun hat aber Buller[3]) von einem männlichen Vogel, den er der Zoologischen Gesellschaft in London geschenkt hatte, mitgetheilt, dass bei diesem,

1) C. L. Gloger, Vollständiges Handbuch der Naturgeschichte der Vögel Europas. Breslau 1834. pg. 162.

2) a. a. O. pg. 56. 3) a. a. O. pg. 15.

der in der Gefangenschaft mit Weichfutter genährt wurde und dem die Gelegenheit fehlte, seinen Schnabel als Meissel zu benutzen, in ungefähr Jahresfrist der Schnabel in die Länge wuchs, sich etwas krümmte, und damit der weiblichen Form näherte, während der Vogel im besten Gesundheitszustand war. Bringt man diese Beobachtungen zusammen, so drängt sich die Vermuthung auf, es sei bei der von vornherein bestehenden Neigung des Schnabels in der ganzen Familie zu variiren zu dieser als ein unterstützendes Moment Gebrauch und Nichtgebrauch, der mit der besonderen geschlechtlichen Verrichtung, dem Brutgeschäft, verbunden ist, in bestimmter Richtung fördernd hinzugetreten, und so bei jedem der Geschlechter eine Schnabelform zur Entwicklung gekommen, die sonst in verschiedenen Gruppen des Verwandtenkreises — Corvinae und Epimachinae — ihre besondere Ausbildnng erhalten hat.

Triangulation

zwischen sechszehn Sternen der Plejadengruppe vermittelst des Fraunhofer'schen Heliometers der Sternwarte zu Göttingen.

Von

L. Ambronn.

Vorgelegt in der Sitzung der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften am 3. März 1894.

Einleitung.

In dem ersten Bande der „Astronomischen Untersuchungen" giebt Bessel nach Abhandlung der Theorie des damals neuen sechszölligen Heliometers der Königsberger Sternwarte eine Vermessung der 52 helleren Sterne der Plejadengruppe. Die dort angeführten Gründe zu dieser Vermessung bestehen auch heute noch voll und ganz, aber man hätte sich mit dieser einmaligen Vermessung, namentlich nach einer neuen Reduction mit dem inzwischen noch weit genauer bekannt gewordenen Reductionselementen des Königsberger Instruments, für viele Zwecke begnügen können, wenn nicht im Laufe der Zeit noch einige andere Gesichtspunkte hinzugekommen wären. — Dahin gehört zuerst die Frage nach einer etwaigen physischen Beziehung zwischen den Sternen der in Rede stehenden Gruppe. Weiterhin sind es neuerdings Fragen mehr instrumentaler Natur, welche bei Gelegenheit der in den Jahren 1874 und 1882 eingetretenen Vorübergänge der Venus vor der Sonnenscheibe in den Vordergrund getreten sind. —

Bezüglich der ersten der hier erwähnten Fragen würde es wünschenswerth sein, wenn heutigen Tages, d. h. nahezu 60 Jahre nach den Messungen von Bessel mit einem der neuen grossen Repsold'schen Heliometer eine mustergiltige Neumessung sämmtlicher von Bessel bestimmter Sterne vorgenommen würde, was in Anbetracht der Leistungsfähigkeit dieser vorzüglichen Instrumente keine sehr grosse Aufgabe sein würde. Es ist auch schon eine derartige Arbeit ausgeführt worden und zwar von Dr. Elkin mit dem Heliometer der Sternwarte des Yale College in Newhaven.

So gut auch jene Arbeit ist, da die abgeleiteten Orte auf zwei ganz unabhängigen Messungsreihen nach verschiedenen Methoden beruhen, so ist doch mancher Einwand gegen die erhaltenen Resultate nicht unbedingt von der Hand zu weisen; dahin gehört namentlich die nicht ganz eingehende Untersuchung der

Konstanten des Instruments (Theilungsfehler und Ocularstellung), welche wohl im Stande sein können, systematische Unrichtigkeiten hervorzubringen. — Das Desiderat einer völlig einwurfsfreien Neuvermessung ist also mit der Elkin'schen Arbeit nicht ganz erfüllt. — Die gegenwärtige Arbeit ist aber auch nicht dazu bestimmt, diese Frage zu lösen und kann es ihrer Natur nach auch gar nicht sein, da das angewandte Instrument eines der kleineren, älteren Heliometer von Fraunhofer ist, welche dieser Künstler zu Anfang dieses Jahrhunderts in mehreren nahezu ganz gleichen Exemplaren konstruirte. Der Hauptzweck der gegenwärtigen Vermessung kann sich also nur auf den zweiten Punkt, d. h. auf die Fragen instrumentaler Natur beziehen. — Diese kleineren Heliometer haben eine historische Bedeutung dadurch erlangt, dass dieselben bei den beiden Vorübergängen der Venus vor der Sonnenscheibe, welche in unserem Jahrhundert sich ereigneten, von den deutschen Astronomen dazu ausersehen waren, als Hauptbeobachtungsinstrumente verwandt zu werden. — Seitens der vom Deutschen Reiche niedergesetzten Commission ist gerade auf die Messungen der Abstände der Venus von dem Sonnenrande während ihres Vorüberganges ein ganz besonderes Gewicht gelegt worden. In diesen Messungen wurden an den verschiedenen Stationen 1874 vier und 1882 fünf solcher Heliometer verwandt. Es ist daher von grossem Interesse, diese Instrumente, auf deren Zuverlässigkeit künftig in ganz wesentlicher Weise unsere Kenntniss des Abstandes der Erde von der Sonne beruhen dürfte, nach möglichst vielen Seiten hin genau zu untersuchen, und die Genauigkeit der von ihnen resultirenden Messungen mit anderen Bestimmungen gleicher oder ähnlicher Natur zu vergleichen. —

Diese Betrachtungen waren es, welche es wünschenswerth erscheinen liessen, die im allgemeinen so genau bekannten gegenseitigen Stellungen der Sterne der Plejadengruppe auch mit einem solchen Instrumente von Neuem zu bestimmen. Die erste Anregung dazu ging von Herrn Geheimen Rath Auwers aus, welcher die Gesammtbearbeitung des Beobachtungsmaterials der deutschen Venusexpeditionen übernommen hat. Auf seine Veranlassung hin wurde eine diesbezügliche Arbeit von Dr. Battermann mit dem Fraunhofer'schen Heliometer der Berliner Sternwarte unternommen. Leider ist dieses Instrument in optischer Beziehung sehr mangelhaft, da in Folge chemischer Vorgänge das Objectiv fast ganz erblindet ist. Es war aus diesem Grunde Dr. Battermann nur möglich, die 7 hellsten Sterne der Plejadengruppe in seine Triangulation aufzunehmen und es ist daher durch diese Arbeit auch nur ein kleiner Theil der gewünschten Vermessung zur Ausführung gelangt. Diese hat allerdings ein für unsere kleinen Instrumente ein recht günstiges Resultat ergeben. —

Da bei dem hiesigen Instrumente die optischen Theile sich noch in sehr gutem Zustande befinden, so schien es trotz der eben erwähnten Arbeiten doch nicht ganz müssig, nochmals eine Vermessung der Sterne der Plejaden in dem Umfange, wie ihn dieses Instrument gestattet, vorzunehmen. Auch dürfte eine ähnliche Untersuchung für andere Heliometer wünschenswerth sein. —

§ 1.

Die von mir in den Jahren 1889, 1890 und 1891 ausgeführte Triangulation erstreckt sich auf 16 Sterne der Plejadengruppe und es umfasst dieselbe alle Sterne bis zur 7. Grössenklasse. Die Verbindung der einzelnen Sterne untereinander wurde nur vermittelst Distanzmessungen hergestellt und zwar in der Weise, dass jeder einzelne Stern zum mindesten mit drei anderen verbunden wurde; in den bei weitem meisten Fällen sind aber solcher Verbindungen viel mehr hergestellt worden. Es wurde dabei aber nicht wie bei Battermann eine möglichste Vollständigkeit in der Messung aller möglichen Verbindungen erstrebt, sondern es sind namentlich alle grösseren Distanzen, welche nahe an der Grenze der Leistungsfähigkeit des Instruments (Distanzen von nahezu 1 Grad) liegen, vermieden, da für solche die Korrectionen der gemessenen Distanzen, wie sie aus dem Wesen des Instruments folgen, meiner Meinung nach nicht mehr mit der genügenden Sicherheit bestimmt werden können.

Ich habe daher alle Distanzen, welche 40′ erheblich überschreiten, von vornherein ausgeschlossen. Ausserdem ist auch noch einige Rücksicht auf die Form der durch die gemessenen Distanzen gebildeten Dreiecke genommen worden, so dass unter den in die Triangulation einbezogenen 16 Sternen nur 47 Distanzen gemessen wurden. Von diesen 47 Distanzen sind 2, nämlich die Entfernungen der Sterne $17\,b - \eta$ und $\eta - 27\,f$ sehr häufig gemessen, da dieselben zugleich für Ableitung des Einflusses der Temperatur auf die Messungen und bei der Ableitung der Skalenwerthe Verwendung finden sollten. Von den übrigen Distanzen sind einige 5 mal, die meisten aber je 4 mal gemessen worden, wobei leider, durch die Anordnung der Messungen veranlasst, nicht auf völlige Symmetrie bezüglich der Instrumentallagen Rücksicht genommen werden konnte, doch ist dieses soweit möglich trotzdem geschehen. —

Ich glaube nicht, dass aus diesem Umstande irgend welche systematische Fehler in den Endresultaten übrig bleiben können, weil zuletzt doch für den Ort eines jeden Sternes eine ganze Reihe von Messungen ausschlaggebend ist. — Ausserdem werden aber auch jene Eigenthümlichkeiten, welche durch die veränderte Lage der Verbindungslinien der einzelnen Sterne in den Messungen auftreten könnten, wohl schon zum weitaus grössten Theile durch die stete Anwendung des Reversionsprismas unschädlich gemacht. —

§ 2.

Was nun die Ableitung der Reductionskonstanten des Instruments anlangt, so ist darüber das Folgende mitzutheilen.

Durch die Güte des Herrn Geh. Rath Auwers war Herr Prof. Schur in den Besitz der vorläufigen Werthe dieser Konstanten gelangt, wie sie für die Reduction der bei Gelegenheit der Venusvorübergänge ausgeführten Messungen benutzt worden waren. Diese Werthe sind auch hier zum Theil ungeändert zur Verwendung gelangt; zum Theil habe ich aber noch eine Neubestimmung

hinzugefügt oder eine solche an deren Stelle gesetzt, wo es die Homogenität der hier in Frage stehenden Arbeit als wünschenswerth erscheinen liess.

§ 3.
Theilungsfehler der Skalen.

Ganz in derselben Form, wie von Herrn Geh. Rath Auwers gegeben, sind nur die Theilungsfehler benutzt, da deren Neubestimmung weit über den Rahmen meiner Arbeit hinausgegangen wäre, anderseits deren Genauigkeit auch wohl in den gegebenen Grenzen nicht angezweifelt werden kann. Es sind diese Korrectionen von mehreren Beobachtern zu verschiedenen Zeiten bestimmt worden, und somit würde die Vermehrung der Genauigkeit durch eine einzelne Nachmessung nicht erheblich vergrössert werden können. Die Theilungsfehler sind also dieselben wie sie von der Reichs-Commission bei den Venusarbeiten benutzt worden sind.

§ 4.
Bestimmung der Temperatur des Instruments.

Der Einfluss der Temperatur auf die Messungen ist hier einer vollständigen Untersuchung unterworfen worden und zwar vornehmlich aus dem Grunde, weil alle Temperaturbestimmungen des Instruments nicht wie bisher auf der Mitbenutzung des auf den Objectivschiebern angebrachten Metallthermometers beruhen, sondern zu diesem Zwecke ausschliesslich Quecksilberthermometer verwendet worden sind. Dieselben sind in der Nähe des Objectivs am Rohre und an der Säule etwa in der Höhe der gewöhnlichen Lage des Oculars angebracht. Massgebend für dieses Vorgehen waren namentlich zwei Gründe. Zunächst fällt nämlich bei Messungen von Sterndistanzen der Hauptanlass für Benutzung eines in der angedeuteten Weise angebrachten Metallthermometers fort, d. h. die Ungleichheit der Erwärmung des Instruments, wie solche bei Sonnen-Messungen auftritt. Die Aufstellung des Heliometers ist hier eine solche, dass an einer fast gleichmässigen Vertheilung der Temperatur in der nächsten Umgebung des Instruments nicht viel fehlen wird. — Weiterhin ist aber der Ausschluss der Ablesungen des Metallthermometers keineswegs auf diese Betrachtung allein gestützt, sondern erst die Diskussion der in den Jahren 1889 und 90 an beiden Thermometern zugleich gemachten Ablesungen, welche etwa 300 Temperaturbestimmungen umfassen, hat den endgiltigen Ausschlag gegeben.

Die ausgeführten gleichzeitigen Beobachtungen zeigten nämlich schon bei der ersten Zusammenstellung, dass der Nullpunkt des Metallthermometers mehrfachen Schwankungen unterworfen war, für die sich nicht immer ein Eingriff in den Mechanismus des Heliometers verantwortlich machen liess.

Im Grossen und Ganzen konnten sämmtliche Ablesungen in 3 Perioden eingetheilt werden, für deren Trennung äussere Ursachen nachweisbar waren.

Die erste Periode geht von 1889 Janr. 18 bis 1889 Septbr. 18.
Die zweite „ „ „ 1889 Octbr. 28 „ 1890 Febr. 28.
Die dritte „ „ „ 1890 März 4 „ 1891 April 5.

In diesen einzelnen Perioden findet sich, wenn man nur das in der Nähe des Objectivkopfes angebrachte Thermometer in Betracht zieht:

			Anzahl d. vollst. Beob.
1. Periode. Für den Eispunkt des Metallthermometers	$5\overset{p}{.}3392$	Temperaturcoeff. für 1° C. 0.00955	(169)
2. „ „ „ „ „ „	5.3756	„ „ „ 867	(81)
3. „ „ „ „ „ „	5.3528	„ „ „ 1021	(32).

(Benutzt man beide Quecksilber-Thermometer, so werden die Abweichungen des Metallthermometers vom Mittel der beiden Thermometer ganz unregelmässig.)

Eine verhältnissmässig kurze Reihe von Herrn Dr. Hayn, kurz vor Beginn meiner Messungen, gab für den Eispunkt 5.3945, für die Aenderung um 1° C. 0.00923. — Aus den für die Berechnung der Venusvorübergänge benutzten Daten ergab sich der Werth der Aenderung für 1° C. zu 0.00949.

Wie man sieht, zeigt der Temperaturfactor eine recht befriedigende Konstanz, während der Eispunkt, wie oben erwähnt, bedeutende Unsicherheit aufweist; denn einem Intervall von 0.01 Theilen des Metallthermometers entspricht, wie der Factor zeigt, 1° C.; somit schwankt der Eispunkt um 3—4° C.

Nachdem diese Untersuchung abgeschlossen war, wurde für die Folgezeit das Metallthermometer bei den Beobachtungen nicht mehr in Betracht gezogen, sondern die Temperatur des Rohres ausschliesslich auf Grund des am Rohre selbst befestigten Quecksilberthermometers abgeleitet.

Wenn in vorstehenden Zeilen die Methode der Gewinnung der Temperaturen des Instruments besprochen wurde, so kann auf den Einfluss dieser Temperaturen auf die Messungen hier noch nicht eingegangen werden. Diese Untersuchung wurde im directen Anschluss an die Bestimmung des Skalenwerthes ausgeführt und kann in Folge dessen füglich auch erst dort zur Mittheilung gelangen; und zwar nachdem die anderen Einflüsse und Eigenthümlichkeiten des Instruments, welche bestimmend auf die mit demselben angestellten Messungen einwirken, des Näheren erörtert sein werden und so die Möglichkeit ihrer Berichtigung gegeben sein wird.

Die meteorologischen Daten, soweit sie zur Berechnung der Refraction erforderlich waren, lieferten die Ablesungen des im westlichen Meridiansaale in gleicher Höhe mit dem Heliometer aufgehängten Krille'schen Barometers, dessen Korrection gegen das Barometer des Königlichen Meteorologischen Instituts zu Berlin durch Uebertragung bestimmt ist; weiterhin ein vor dem Nordfenster des östlichen Meridiansaales aufgehängtes gut verglichenes Thermometer. Die Angaben des letzteren wurden wenn erforderlich mit den Ablesungen im Heliometerthurm in geeigneter Weise combinirt. Dabei war der Umstand stets massgebend, dass doch die Temperatur der dem Objectiv zunächst gelegenen Luftschicht für die Refraction die wichtigste ist.

§ 5.

Die Abhängigkeit der Ocularstellung von der Temperatur ist einer eingehenden fortlaufenden Prüfung unterzogen worden, wobei durch Anwendung eines Reversionsprismas stets bewirkt wurde, dass die Lage der Verbindungslinie der beiden

Componenten der als Focussirungsobjecte benutzten Doppelsterne horizontal lag. — Ausserdem habe ich einige Reihen von Focussirungen bei verschiedenen Stellungen der Objectivschieber gemacht, um wenn möglich die Abhängigkeit der Ocularstellung von der Grösse der gemessenen Distanz zu bestimmen, da ja eine solche Abhängigkeit wegen der ebenen Führung der Objectivschlitten sicher vorhanden ist. Es ist diese Abhängigkeit aber bekanntlich keineswegs allein durch die Entfernungsänderung zwischen Objectivhälfte und Ocular beim Auseinanderschrauben bedingt, sondern es hat darauf die optische Veränderung der Bilder einen erheblichen Einfluss. Die über diesen Punkt angestellten theoretischen Betrachtungen von Bessel und in neuerer Zeit von Battermann haben trotz ihrer eingehenden Behandlung der Sache keinen grossen praktischen Werth für die Reduction der Heliometermessungen erhalten können, da sich in natura die Dinge meist nicht ganz so gestalten, wie dort angenommen, und es in Folge dessen immer bei einer empirischen Prüfung dieser Frage geblieben ist. —

Ich habe daher im Verlauf meiner Messungen auf diese Frage bezügliche Beobachtungen angestellt und dieselben discutirt und werde sie auch hier mittheilen (siehe folg. Seite). Bei der endgültigen Reduction der Messungen ist jedoch von einer anderen Methode Gebrauch gemacht worden, welche, wie ich glaube, ohne weitere Spekulationen den Verhältnissen, wie sie sich wirklich beim Messen gestalten, mehr Rechnung trägt, da sie selbst innig mit den Messungen verbunden ist.

Da zu Beginn der vorliegenden Triangulation nur eine dreimalige Durchmessung der sämmtlichen Distanzen in Aussicht genommen war, später aber noch eine vierte Messung für jede Distanz hinzugefügt wurde, welches im Winter 1890—91 geschah, so sind die sämmtlichen Focussirungen in zwei Gruppen ausgeglichen worden, von denen die erstere die Einstellungen von 1889 Janr. 22 bis 1890 Febr. 10 und die zweite alle Messungen umfasst; wenn auf diese Weise die erste Ausgleichung auch überflüssig erscheint, so werde ich deren Resultate doch hierher setzen, weil dieselbe wegen eines schon damals beabsichtigten Abschlusses der Arbeit ausgeführt war und durch die Uebereinstimmung beider Resultate auch eine Gewähr für die Homogenität der Focussirungen geboten wird.

Zunächst gebe ich hier die sämmtlichen Focaleinstellungen nebst den zugehörigen Temperaturen (welche auf die oben angeführte Weise ermittelt wurden). — Es sind, mit Ausnahme einiger der früheren Messungen, bei welchen das im Uebrigen stets angewandte Reversionsprisma nicht am Ocular befindlich war, alle Einstellungen bei „horizontaler“ Lage der Verbindungslinie der beiden Doppelsterncomponenten gemacht.

Oculareinstellungen und daraus abgeleitete Normalstellung (N_0) und Temperaturcoefficient (K).

Datum.	Stern.	Ocularstellung.	Temperatur.	
1889 Jan. 22.	α Piscium	8.691	$-\overset{0}{6}.5$	
Febr. 3.	α Piscium	8.656	-5.1	
Febr. 12.	α Piscium	8.791	-13.5	
März 6.	ι Triang.	8.558	-9.1	
März 22.	90 Leonis	8.527	-3.3	
April 7.	90 Leonis	8.540	$+5.3$	
April 17.	γ Leonis	8.550	$+2.1$	
Mai 1.	γ Leonis	8.522	$+13.3$	
Mai 4/5.	ε Lyrae	8.484	$+13.8$	
Mai 9/12.	ε Lyrae	8.543	$+12.8$	$\Sigma(vv) = 0.1251.$
Juni 5.	ε Lyrae	8.490	$+18.9$	
Juni 25.	ζ Aquarii	8.422	$+12.2$	
Juli 4.	δ Serp.	8.576	$+12.2$	
Juli 31.	ζ Aquarii	8.686	$+9.4$	
Aug. 25.	ζ Aquarii	8.662	$+9.2$	
Octob. 30.	α Piscium	8.749	$+4.3$	
Nov. 11.	ζ Aquarii	8.562	$+2.4$	
1890 Jan. 31.	γ Leonis	8.785	-10.5	
Febr. 2.	α Piscium	8.737	-5.6	
Febr. 10.	γ Leonis	8.704	-8.6	

$$\text{Normalgleichungen:}\quad 0 = +12.235 + 20.0\,N_0 + 53.70\,K$$
$$0 = +19.378 + 53.70\,N_0 + 1975.59\,K.$$

$$\text{Hieraus folgt:}\quad N_t = N_0 + t^0 K = 8.6315 - 0.00736\,t^0$$
(± 0.0180 ± 0.00194 Mittl. Fehler).

1890 März 30.	γ Leonis	8.532	$+\overset{0}{8}.2$	
April 4.	γ Leonis	8.600	$+5.2$	
Mai 7.	γ Leonis	8.545	$+11.7$	
Mai 8.	γ Leonis	8.492	$+15.1$	
Juni 25.	δ Serp.	8.580	$+18.8$	Aus beiden Gruppen:
Octob. 10.	ζ Aquarii	8.690	-2.0	$\Sigma(vv) = 0.1579.$
Nov. 8.	11 Monoc.	8.693	$+0.7$	
Dec. 9.	α Piscium	8.719	-6.0	
Dec. 15.	α Piscium	8.890	-12.5	
Dec. 31.	α Piscium	8.821	-10.8	

$$\begin{array}{l}\text{Normalgleichungen}\\ \text{aus beiden Gruppen}\end{array}\left\{\begin{array}{l} 0 = +18.797 + 30.0\,N_0 + 74.10\,K \\ 0 = +21.730 + 74.10\,N_0 + 2864.79\,K.\end{array}\right.$$

$$\text{Hieraus folgt:}\quad N_t = N_0 + t^0 K = 8.6493 - 0.00921\,t^0$$
(± 0.0134 ± 0.00145 Mittl. Fehler).

Aus den Beobachtungen bis zum Februar 1890 findet sich, wenn N_t die Normalstellung des Oculars bei zusammengeschraubtem Objectiv für die Temperatur von t^0 C., N_0 dieselbe für 0^0 C. und K der Temperaturfactor bedeutet:

$$N_t = N_0 + t^0 K. \qquad K = \overset{p}{8}.6315 - \overset{p}{0}.0074\,t^0$$

in Theilen der Skala des Ocularauszuges.

Die mittleren Fehler der beiden Konstanten ergeben sich zu resp.

$$\pm 0^{p}.0180 \text{ und } \pm 0^{p}.0019.$$

Nimmt man alle Beobachtungen zusammen, so erhält man:

$$N_t = 8^{p}.6493 - 0^{p}.0092\, t^{0}$$

und als mittlere Fehler resp. $\pm 0^{p}.0134$ und $\pm 0^{p}.0015$.

Die dieses Element betreffenden Angaben von Geh. Rath Auwers lauten:

$$N_t = N_0 - 0.0117\, t^{0},$$

ebenfalls noch nahe mit meinen Werthen übereinstimmend.

Das ist also eine Uebereinstimmung, wie man sie mit Rücksicht auf die mittleren Fehler nicht besser verlangen kann. Es kann daher angenommen werden, dass sowohl im optischen Apparate des Instruments, als auch mit dem Auge des Beobachters im Verlauf meiner Messungen keine Veränderungen von Belang eingetreten sind. Allerdings sind ja im zweiten Falle die Gleichungen, welche die erste Gruppe bilden, auch in überwiegender Anzahl mit inbegriffen, doch sind immerhin über ein Drittel der Gesammtheit neue Bestimmungen hinzugekommen, die, wenn ihnen andere Konstanten entsprächen, einen ausgesprochenen Einfluss gehabt haben würden. —

Für die Reduction der Plejadendistanzen ist die zuletzt gegebene Form der Reduction auf 0^{0} zur Anwendung gelangt. Ausser diesen einfachen Focaleinstellungen sind, wie schon erwähnt, noch solche gemacht worden, bei denen die Verbindungslinie der beiden Componenten „vertical“ stand, um so eventuell einen von einem gewissen Astigmatismus herrührenden Unterschied in den Focaleinstellungen zu ermitteln. Die erhaltenen Einstellungen sind die folgenden (auf gleiche Temperatur reducirt):

Verbindungslinie:	„horizontal“	„vertical“	horizt. — vert.
	mm *)	mm	mm
1889 April 17.	8.635	8.602	+0.033
Juni 5.	8.475	8.428	+0.047
Aug. 25.	8.654	8.671	—0.017
1890 Mai 7.	8.500	8.465	+0.035
Mai 8.	8.562	8.462	+0.100
Octob. 20.	8.808	8.645	+0.163
Nov. 8.	8.720	8.665	+0.055
1891 Febr. 23.	8.712	8.740	—0.028
		Mittel	mm +0.048

Wenn dieser Werth auch als ein sehr unsicherer bezeichnet werden muss, so ist er doch immerhin von einiger reellen Bedeutung, da er nahezu das vierfache des mittleren Fehlers der Konstanten der Focaleinstellungen erreicht. —

*) Die Ocularscala ist in $^1/_{10}$ mm getheilt, sodass an Stelle der „partes“ hier gleich „mm“ gesetzt worden ist.

Für die nachfolgenden Messungen kommt er aber nicht in Betracht, da diese alle bei horizontaler Richtung der Verbindungslinie der beiden Sterne gemacht sind. Dieselben haben also hier nur ein physiologisches Interesse*).

Auszug aus den Messungen der Distanz von Doppelsternen bei verschiedener Lage der Verbindungslinie der Componenten.

Stern.	Lage der Verbindungslinie. „Horizontal".	„Vertical".	Differenz. H. — V.
	R.	R.	R.
γ Arietis	0.9642	0.9380	+0.0262
	0.9493	0.9376	+0.0117
32 Eridani	0.7758	0.7798	—0.0040
40—41 Draconis	2.2532	2.2152	+0.0380
100 Herculis	1.5808	1.5412	+0.0396
	1.5986	1.5258	+0.0728
4 Draconis	3.4150	3.4619	—0.0469
23 Orionis	3.6116	3.5995	+0.0121
$\nu^1 \nu^2$ Draconis	3.4534	3.4435	+0.0099
ζ Lyrae	2.4330	2.4554	—0.0224
ζ Urs. maj.	1.5943	1.6404	—0.0461
	1.6192	1.6090	+0.0102
γ Delphini	1.2836	1.2725	+0.0111
δ Serpentis	(½) 0.6115	0.6105	+0.0010
	2.4114	2.4304	—0.0190
	2.4544	2.4237	+0.0307
$\varkappa^1$ Herculis	1.6646	1.6512	+0.0134
	(½) 0.8297	0.8752	—0.0455
		Mittel	+0.0052 = +0.″094.

Es sind hier nur diejenigen Messungen ausgeführt, welche ohne Anbringung irgend welcher Reductionen sofort miteinander vergleichbar waren, da sie stets unmittelbar nacheinander angestellt wurden. —

Ebenso ist es mit der Untersuchung der Verschiebung des Focus bei verschieden weit auseinander geschraubten Objectivhälften. Diese Beobachtungen

*) Eine längere Reihe von Doppelsternmessungen, welche ich bei anderer Gelegenheit geben werde, sind auch in verschiedenen Lagen der Verbindungslinie der Componenten gemacht, um eine Untersuchung des Einflusses der Lagen der beiden Componenten auf die Distanz und Positionswinkel-Messungen zu ermöglichen. (Einige Resultate dieser Messungen füge ich hier bei.)

wurden in der Weise gemacht, dass die Schieberscalen, welche sich symmetrisch zur optischen Axe bewegen, nach einander für Objectiv I auf nahezu 30^p, 60^p, 90^p, 125^p, 160^p, 190^p und 220^p gestellt wurden.

In diesen Stellungen wurden die Focaleinstellungen vorgenommen und zwar immer in symmetrischer Form, sodass etwaige Veränderungen mit der Zeit nach Möglichkeit stets eliminirt worden sind.

Die Beobachtungen sind auf beide Objectivhälften vertheilt, doch sind für die Untersuchung der Abhängigkeit alle Einstellungen auf die Objectivhälfte I reducirt mit dem aus sehr vielen Vergleichungen abgeleiteten Werth der Differenz I — II $= +0.064$ mm; auch sind die folgenden Zahlen auf gleiche Temperatur gebracht.

Vergleichung der bei verschieden weit auseinander geschraubten Objectivhälften angestellten Focussirungen.

	1890										1891							
Datum	Mai 4.		Mai 5.		Mai 9.		Mai 12.		Mai 24.		März 30.		April 4.		Juni 8.		Juli 13.	
Stern	ε Lyrae		ε Lyrae		ε Lyrae		ε Lyrae		ε Lyrae		γ Leonis		γ Leonis		δ Serp.		ζ Aquarii	
	p	mm	p	mm	p	mm	p	mm	p	mm	p	mm	p	mm	p	mm	p	mm
Einstellungen: zwischen 0^p u. dem Coincidenzpunkt	100	0.587	90	0.569	90	0.329	90	—	90	0.305	100	0.220	100	0.255	95	0.210	90	**0.314**
	70	0.460	60	0.232	60	0.203	60	0.241	60	0.079	50	0.072	50	0.149	65	0.109	60	**0.191**
	40	0.263	30	0.026	30	0.158	30	0.029	30	0.056	—	—	—	—	35	0.059	30	**0.038**
zwischen dem Coincidenzpunkt und 240^p der Scalen	20	0.185	30	0.004	30	0.084	30	0.067	30	0.087	—	—	—	—	35	0.084	30	**0.070**
	50	0.009	60	0.283	60	0.190	60	0.284	60	0.095	—	—	50	0.225	65	0.150	60	**0.229**
	80	0.830	90	0.467	90	0.406	90	—	90	0.353	—	—	100	0.379	95	0.196	90	**0.320**

Auf diese Weise erhält man für die einzelnen Beobachtungstage die in obiger Tabelle angegebenen Zahlen, wobei die erste Columne den Abstand der Mitte der Objectivhälfte I von der optischen Axe des Fernrohres in Scalentheilen bedeutet, und die zweite Columne angiebt, um welchen Betrag das Ocular für die fragliche Distanz gegen diejenige verschoben werden musste, in der es sich bei Coincidenz der Objectivhälften befunden haben würde. — Werden diese Ocularstellungen für beide Seiten des Coincidenzpunktes gesondert ausgeglichen, um eine etwaige schiefe Stellung der Schieberführungen gegen die optische Axe zu constatiren, so erhält man, wenn als Coefficienten die Potenzen des Abstandes vom Coincidenzpunkt dividirt durch 100, d. h. des hundertsten Theiles der halben Distanz, $\left(\frac{r}{2} \cdot \frac{1}{100}\right)$ eingeführt werden, die folgenden Ausdrücke:

1. Ein der Distanz und deren Quadrat proportionales Glied:

$$\left.\begin{array}{ll}\text{Erste Lage gegen d. Coincidenzpunkt:} & N_s - N_c = \left(\frac{\frac{1}{2}r}{100}\right) \cdot 0.279 + \left(\frac{\frac{1}{2}r}{100}\right)^2 \cdot 0.091 \\ \text{Zweite} \;\;„\;\;\;„\;\;„\;\;\;\;„ & N_s - N_c = \left(\frac{\frac{1}{2}r}{100}\right) \cdot 0.272 + \left(\frac{\frac{1}{2}r}{100}\right)^2 \cdot 0.110\end{array}\right\} \Sigma\,[nn_2] = 0.382.$$

2. Ein der Distanz, deren Quadrat und deren Cubus proportionales Glied:

$$\left.\begin{array}{ll}\text{Erste Lage:} & N_s - N_c = \left(\frac{\frac{1}{2}r}{100}\right)0.425 - \left(\frac{\frac{1}{2}r}{100}\right)^2 0.335 + \left(\frac{\frac{1}{2}r}{100}\right)^3 0.286 \\ \text{Zweite}\ \text{„} & N_s - N_c = \left(\frac{\frac{1}{2}r}{100}\right)0.335 + \left(\frac{\frac{1}{2}r}{100}\right)^2 0.034\ {}^{*)}\end{array}\right\} \sum [nn_3] = 0.364.$$

3. Ein der Distanz und deren Cubus proportionales Glied:

$$\left.\begin{array}{ll}\text{Erste Lage:} & N_s - N_c = \left(\frac{\frac{1}{2}r}{100}\right)0.308 + \left(\frac{\frac{1}{2}r}{100}\right)^3 0.064 \\ \text{Zweite}\ \text{„} & N_s - N_c = \left(\frac{\frac{1}{2}r}{100}\right)0.351 + \left(\frac{\frac{1}{2}r}{100}\right)^3 0.016\end{array}\right\} \sum [nn_2] = 0.374.$$

Wie aus der Summe der übrig bleibenden Fehler ersichtlich ist, gewährt die zweite Form den besten Anschluss. Es ist bei ihr offenbar den zufälligen Fehlern mehr Rechnung getragen als wünschenswerth erscheint. Wie die beiden anderen Formen zeigen, ist eine wahrnehmbare Abweichung des Winkels zwischen Schieberrichtung und optischer Axe von 90° sicher nicht vorhanden, und doch würde die zweite Form eine solche erkennen lassen. Im übrigen ist die wirkliche Verschiedenheit der 3 Formen nur eine sehr geringe, wenn man sie numerisch berechnet. Fasst man die beiden Formeln für jede Form einfach zum Mittel zusammen und berechnet mit diesen die an die Ocularstellungen anzubringenden Korrectionen, so erhält man folgende Tabelle, in welcher die erste Spalte die vorausgesetzte Distanz enthält, die 2[te], 4[te] und 6[te] die den entsprechenden Formeln gemäss an die Ocularstellung anzubringende Korrection, die 3[te], 5[te] und 7[te] aber die Anzahl der Secunden, um welche eine Distanz von der betreffenden Grösse durch die entsprechende Ocularverschiebung geändert werden würde.

(1) Distanz	(2) Quad. Gl.	(3)	(4) Quad. u. Cub. Gl.	(5)	(6) Cub. Gl.	(7)
R.	mm	″	mm	° ″	mm	″
10	0.01	0.00	0.01	0.00	0.02	0.00
30	0.04	0.02	0.05	0.02	0.05	0.02
50	0.08	0.06	0.09	0.07	0.09	0.07
70	0.11	0.11	0.12	0.13	0.12	0.13
90	0.14	0.20	0.15	0.21	0.15	0.21
110	0.18	0.31	0.18	0.31	0.19	0.32
130	0.22	0.43	0.21	0.42	0.23	0.44
150	0.26	0.58	0.25	0.57	0.27	0.61
170	0.31	0.80	0.29	0.75	0.30	0.80
190	0.35	1.02	0.35	1.02	0.35	1.02

Die geringe Abweichung dieser 3 Reihen von einander zeigt, dass es im Resultat ganz gleichgültig sein würde, welcher man den Vorzug einräumt. Aus theoretischen Gründen dürften die 2. und 3. der ersten vorzuziehen sein; denn die anzubringende Korrection ist derart, dass man sie als eine der Reduction

*) Der Coefficient des cubischen Gliedes wird Null.

der Tangente auf den Bogen ähnliche ansehen kann. Hätte ich schliesslich meine Beobachtungen auf Grund dieser Untersuchungen corrigirt, so würde ich mich für die dritte Form entschieden haben, zumeist wegen der Einfachheit und auch deshalb, weil ein quadratisches Glied immerhin unwahrscheinlich ist. Es mag hier noch eine interessante Stelle aus dem Briefwechsel zwischen Gauss und Bessel eingeschaltet werden, welche sich ebenfalls auf die Ableitung dieser Korrection für unser Heliometer bezieht. Dieselbe lautet pag. 260. Göttingen. 6. Dez. 1817:

„ . . . Da die Voraussetzung, die gemessenen Winkel den Theilen der Scala proportional zu setzen, doch nur näherungsweise richtig ist, so habe ich nach den mir bekannten Halbmessern die Korrection gesucht, die dem Cubus des Winkels proportional und für einen Grad gleich $+0''.86$ ist . . .“

Es findet sich nirgends angegeben, welche Betrachtungen oder Messungen diesem Resultate zu Grunde liegen, doch war mir die Uebereinstimmung mit den obigen Werthen eine so nahe, dass ich die Mittheilung desselben hier nicht umgehen wollte, namentlich wenn man bedenkt, dass dasselbe gewiss auf ganz anderem Wege und mit Beeinflussung der Bildbeschaffenheit erhalten wurde.

§ 6.

Bevor ich nun auf die Ableitung der von mir zur Reduction der gemessenen Distanzen benutzten Daten übergehe, wie sie wegen nicht bestehender Proportionalität derselben mit den abgelesenen Scalenwerthen nöthig sind, sei hier noch auf einen anderen Punkt, welcher ebenfalls mit der Reduction wegen Focalstellung in engstem Zusammenhang steht, näher eingegangen. — Herr Geh. Rath Auwers warf nämlich die Frage auf, ob die bisher befolgte Methode der Reduction auf Normalstellung vermittelst der einfachen Reciproken der Brennweite des Objectivs richtig sei, oder ob nicht vielmehr auch dabei wie in vielen anderen Konstanten der Heliometer persönliche, physiologische Verschiedenheiten beständen. Auf diese Anregung hin wurde eine Reihe von Beobachtungen besonders zu diesem Zweck angestellt und zwar nicht nur hier in Göttingen, sondern auch an anderen Orten und an wesentlich verschiedenen Instrumenten. Das Resultat war, dass thatsächlich ein Einfluss der oben erwähnten Art sich nachweisen liess, und zwar sogar an den grossen Heliometern der neuesten Repsold'schen Construction. Die Gesammtheit dieser Resultate wird sicher an anderer Stelle von Herrn Geh. Rath Auwers selbst mitgetheilt werden, hier mögen nur die in Göttingen gefundenen Zahlen eine Stelle finden und zwar in extenso auch nur die auf den vorliegenden Fall Bezug habenden.

Distanzmessungen bei Verschiebung des Oculars in der Richtung der optischen Axe.

Datum.	Object.	Ocular-Stellung.	Normal-Stellung.	O. — N.	Ocular-Verschiebung.	Red. Abstand des Sternpaares.	Differenz im Sinne: Kleine Zahl d. Oc.-Schieb. — Grössere Zahl d. Oc.-Schieb.	Aenderung für 0.1 mm auf 100[R.]
1890								
Janr. 31.	64—65 Gemin.	8.10	8.69	—0.59		45.8497		
					mm 0.65		+0.0077	+0.0026
		8.75	8.69	+0.06		45.8420		
					0.44		+0.0014	+0.0007
		9.20	8.70	+0.50		45.8406		
Febr. 1.	$v_1 v_2$ Cancri	8.75	8.68	+0.07		68.3934		
					0.55		+0.0295	+0.0078
		8.20	8.68	—0.48		68.4229		
Febr. 1.	63—64 Cancri	8.25	8.71	—0.46		54.5011		
					0.53		+0.0183	+0.0063
		8.78	8.71	+0.07		54.4828		
					0.47		+0.0172	+0.0067
		9.25	8.71	+0.54		54.4656		
Febr. 7.	64—65 Gemin.	8.70	8.66	+0.04		45.8323		
					0.70		+0.0297	+0.0093
		8.00	8.66	—0.66		45.8620		
März 4.	$v_1 v_1$ Cancri	8.10	8.68	—0.58		68.4592		
					0.60		+0.0711	+0.0173
		8.70	8.68	+0.02		68.3881		
					0.50		+0.0247	+0.0072
		9.20	8.68	+0.52		68.3634		
April 5.	de. Hydr.	9.15	8.57	+0.58		173.1878		
					0.50		+0.0458	+0.0053
		8.65	8.57	+0.08		173.2336		
					0.51		+0.1070	+0.0121
		8.15	8.58	—0.43		173.3406		
April 11.	62—63 Cancri	8.65	8.63	+0.02		54.4918		
					0.50		+0.0302	+0.0111
		8.15	8.63	—0.48		54.5220		
Juni 3.	* * Lyrae	8.05	8.54	—0.49		33.6865		
					0.74		+0.0193	+0.0078
		8.80	8.55	+0.25		33.6672		
Juni 4.	* * Hercul.	9.00	8.52	+0.48		78.8936		
					1.01		+0.0737	+0.0093
		8.00	8.53	—0.53		78.9673		
Juni 4.	ef. Cygni.	8.00	8.54	—0.54		126.3976		
					1.00		+0.1055	+0.0084
		9.00	8.54	+0.46		126.2921		

Die einzelnen Messungen finden sich in obiger Tabelle zusammengestellt und zwar sind dort an die gemessenen Distanzen alle Reductionen, soweit erforderlich, bis auf diejenige wegen Focalstellung angebracht. Die 3. Columne

enthält die jeweilige Focalstellung, die 4. Spalte den dazugehörigen Werth von N_0, die 5. die Distanz $O - N_0$, die 6. die Gesammtverschiebung des Oculars wegen Temperatur corrigirt, die 7. die reducirte Distanz, die 8. die Differenz dieser Distanzen, welche der betreffenden Ocularverschiebung entspricht, die 9. diese Aenderung auf 0.1 Mill. und 100 Scalentheile reducirt. Diese unter sich gerade nicht besonders übereinstimmenden Werthe weiter discutirt, liefern, wenn man sie nach Gewichten, welche dem Produkt aus Distanz und Abweichung von der Normalstellung proportional genommen werden, vereinigt, für die Reduction einer Distanz auf Normalstellung auf 100 Scalentheile und 0.1 mm Focalunterschied berechnet 84.53 Einheiten der 4 Decimalen des Scalenwerthes. Die bisher angenommene, aus der reciproken Brennweite folgende, ist aber 86.72 derselben Einheiten, das Verhältniss beider zueinander also:

$$\frac{\text{Beobachtete Reduction}}{\text{Theoretische Reduction}} = 0.975.$$

Der Unterschied ist hier nur ein geringer zwischen den beiden Annahmen. Für die Reduction der Plejadenmessungen ist der Homogenität halber der beobachtete Werth angenommen, also die theoretische Reduction immer im Verhältniss von 1:0.975 verringert worden. —

Für das grosse Repsold'sche Heliometer finde ich z. B. diesen Faktor nur zu 0.886, also erheblich mehr abweichend von dem theoretischen, während Herr Professor Schur für das letztere Instrument 0.950 findet, obgleich gerade bei den Heliometern dieser Construction wegen der Cylinderführung der Objectivschieber von Hause aus auf eine viel bessere Uebereinstimmung sollte gerechnet werden können.

Vergleicht man noch die Zahlen, je nachdem das Ocular beim Messen dem Objectiv näher oder ferner stand, als es hätte der Fall sein sollen, so erhält man aus allerdings nur wenigen Messungen im ersteren Falle 0.0053 und im zweiten Falle 0.0104, während einige Messungen, bei denen diese Differenz theils vor, theils hinter die Normalstellung fällt, 0,0088 liefern. Doch sind, wie bemerkt, diese Zahlen so wenig verbürgt, dass ich für die Reduction von einem solchen Unterschied abgesehen habe.

Die bisher abgeleiteten Formeln für die Reduction der Messungen auf eine feste als Normalstellung bezeichnete Stellung des Oculars sind mit Ausnahme der letzten, wie schon bemerkt, in Folgendem nicht zur Verwendung gelangt, sondern es ist diese Reduction in unmittelbarem Zusammenhang mit der Ableitung des Werthes eines Scalentheiles der Objectivschieber gebracht worden, sodass auch die Mittheilung der gefundenen Resultate, sowie des Weges, der zu diesem geführt hat, hier am besten im Anschluss an die Bestimmung des Scalenwerthes selbst erfolgt. Vorher sind aber noch zwei Dinge des Näheren zu erörtern, nämlich die Verhältnisse des Mikrometer-Mikroskopes, welches zur Ablesung der Objectivscalen dient, uud zwar bezüglich der Beschaffenheit der Mikrometerschraube und bezüglich des sogenannten Run's oder Ganges der Schraubenumdrehung.

§ 7.

Was den letzteren anbetrifft, so ist eine Bestimmung desselben in angemessenen Zeitabschnitten und namentlich immer dann ausgeführt worden, wenn irgend welche Eingriffe in den Mechanismus des Instruments stattfanden. Die einzelnen Beobachtungen geschahen meist derart, dass an beiden Enden und in der Mitte der Scalen je ein Intervall von 10 Theilen vermittelst der Schraube gemessen worden ist. Nach Anbringung der Theilungsfehler gab dann die Differenz der Anzahl der Trommeltheile gegen die nominelle Anzahl der Scalentheile den fünffachen Run für ein Doppelintervall der Scala. Die in dem hier in Frage kommenden Zeitraum ausgeführten Bestimmungen lieferten die in folgender Tabelle gegebenen Resultate. Die Messungen sind demgemäss corrigirt worden.

Zusammenstellung der Run-Bestimmungen*).

		Scala I.			Scala II.		
Datum.	Temp.	(70)	(130)	(190)	(70)	(130)	(190)
1889 Febr. 26.	−1°	+21	—	+74	+201	—	+243
Mai 23.	+16°	+247	—	+171	+153	—	+277
Mai 31.	+19°	—	+36	—	—	+140	—
Juli 31.	+9°	—	+171	—	—	+134	—
Aug. 6.	+14°	—	+107	—	—	+230	—
Sept. 5.	+11°	—	+68	—	—	+141	—
Dec. 27.	−6°	+75	+28	+49	+125	+70	+96
1890 Febr. 2.	−5°	−21	—	+51	−30	—	+7
Febr. 9.	−5°	−102	—	+60	−20	—	−111
Febr. 24.	+4°	−64	—	+3	−72	—	−140
März 18.	+9°	−151	−112	−165	−108	−132	−141
April 4.	+7°	−148	—	−106	−106	—	−112
April 14.	+4°	−126	—	−150	−102	—	−107
Juni 7.	+22°	+7	−16	+14	+49	+45	+27
Juni 11.	+18°	—	−83	—	—	−37	—
Juli 18.	+23°	+40	+35	+65	+166	+109	+84
Aug. 1.	+16°	—	+34	—	—	+135	—
Octob. 21.	+6°	−154	−148	−3	−2	−1	+15
Nov. 21.	+8°	−119	−151	−196	+5	−83	+89
Dec. 19.	−5°	−172	−140	−57	−57	−65	−73
1891 Jan. 3.	−3°	−53	−92	−70	+53	−38	+58
März 19.	+5°	(−168)	−81	−53	+1	+5	+4
Mai 5./6.	+19°	—	−112	—	—	−16	—

*) Zwischen den durch Querlinien getrennten Tagen sind nachweisbare Eingriffe in den Mechanismus des Instruments vorgekommen. —

Die Tafel giebt die Runkorrektion in Einheiten der vierten Decimale des Scalenwerthes. —

Ueber die Fehler der Mikrometerschraube ist nun folgendes zu bemerken. Von Beginn der Messungen bis zum 18. Mai 1890 war die alte Schraube im Mikroskop verblieben, obgleich dieselbe nicht unbedeutende periodische Fehler zu haben schien. Erst bei Diskussion der Instrumentaltemperatur des Heliometers machten sich die grossen Unbequemlichkeiten dieser bedeutenden periodischen Fehler recht fühlbar, sodass auf eine genaue Bestimmung derselben Bedacht genommen werden musste, denn es zeigte sich, dass die Benutzung der beiden um $1^1/_2$ Revolutionen von einander entfernten Fädenpaare die Fehler nicht in genügender Weise eliminirte, und dass auch an das Mittel aus beiden Fädenpaaren noch eine belangreiche Korrektion angebracht werden musste. (Es ist im Mikroskop im Februar 1888 eine Glasplatte mit recht hübsch eingerissenen Linien statt der sonst üblichen Fädenpaare angebracht, weil die Fäden sehr häufig schlaff werden).

Zum Zwecke der Untersuchung der Mikrometerschraube wurde am 28. Februar 1890 ein kleines Silberplättchen auf die eine Objectivscale aufgesetzt, welches zwei Strichpaare im Abstande von nahe 1.25 und 1.50 Revolut. trug. Vermittelst dieser Einrichtung wurden auf die bekannte Weise die periodischen Fehler der Schraube, wie es in nachstehender Tabelle angegeben ist, bestimmt.

1890. Febr. 28.

Periodische Fehler der Mikrometerschraube des Fraunhofer'schen Heliometers.

	$u'-u$ (1.5)	$u'-u$ (1.25)	$\Delta = u'-u-f$	$\Delta' = u'-u-f$	$\Delta\sin(u+\frac{1}{2}f)$	$\Delta\cos(u+\frac{1}{2}f)$	$\Delta\sin(2u+f)$	$\Delta\cos(2u+f)$	$\Delta'\sin(u+\frac{1}{2}f)$	$\Delta'\cos(u+\frac{1}{2}f)$	$\Delta'\sin(2u+f)$	$\Delta'\cos(2u+f)$
0.0	1.4620	1.2398	−322	− 93	−0.0322	−0.0006	−0.0012	+0.0322	−0.0066	−0.0066	−0.0093	−0.0000
0.1	1.4562	2400	−380	− 91	− 312	+ 218	+ 356	+ 131	− 90	− 14	− 29	+ 86
0.2	1.4675	2312	−267	−179	− 87	+ 252	+ 165	− 210	− 160	+ 81	+ 144	+ 106
0.3	1.4878	2180	− 64	−311	+ 19	+ 61	− 36	− 53	− 142	+ 277	+ 253	− 181
0.4	1.5132	2380	+190	−111	− 151	− 115	+ 183	− 53	+ 17	+ 110	− 34	− 106
0.5	1.5322	2680	+380	+189	− 380	− 7	+ 14	− 380	− 133	− 134	+ 189	+ 0
0.6	1.5255	2815	+313	+324	− 257	+ 179	− 294	− 108	− 320	− 52	+ 102	− 307
0.7	1.5192	2682	+250	+192	− 82	+ 237	− 155	+ 198	− 171	+ 87	− 155	− 114
0.8	1.4995	2575	+ 53	+ 84	+ 15	+ 51	+ 30	+ 44	− 38	+ 75	− 68	+ 49
0.9	1.4790	2490	−152	− 1	− 121	− 92	− 146	+ 42	− 0	− 1	− 0	− 0
Mittel	1.4942	1.2491			−0.1678	+0.0778	+0.0105	−0.0067	−0.1103	+0.0363	+0.0309	−0.0468

f(1.5) 177° 54′.6 $\frac{1}{2}f$ 88° 57′.3
f(1.25) 89 40.4 $\frac{1}{2}f$ 44 50.2

$10\alpha\sin(\frac{1}{2}f) = \Sigma(u'-u-f)\sin(u+\frac{1}{2}f)$	$10\alpha = -0.1678$	$7.050\,\alpha = -0.1103$	$149.70\,\alpha = -1.6780 - 0.7776 = -2.4556$
$10\beta\sin(\frac{1}{2}f) = -\Sigma(u'-u-f)\cos(u+\frac{1}{2}f)$	$10\beta = -0.0778$	$7.050\,\beta = -0.0363$	$149.70\,\beta = -0.7780 - 0.2559 = -1.0339$
$10\alpha'\sin f = \Sigma(u'-u-f)\sin(2u+f)$	$0.364\,\alpha' = +0.0105$	$10\alpha' = +0.0309$	$100.13\,\alpha' = +0.0038 + 0.3090 = +0.3128$
$10\beta'\sin f = -\Sigma(u'-u-f)\cos(2u+f)$	$0.364\,\beta' = +0.0067$	$10\beta' = +0.0468$	$100.13\,\beta' = +0.0024 + 0.4680 = +0.4704$

$$\text{Corrigirte Ablesung} = u - 0.01640\cos u - 0.00691\sin u + 0.00312\cos 2u + 0.00470\sin 2u.$$

1890. Juni 24.

Periodische Fehler der neuen Mikrometerschraube des Fraunhofer'schen Heliometers.

	$u'-u$ (1.5)	$u'-u$ (1.25)	$\varDelta = u'-u-f$	$\varDelta' = u'-u-f$	$\varDelta \sin(u+\frac{1}{2}f)$	$\varDelta \cos(u+\frac{1}{2}f)$	$\varDelta \sin(2u+f)$	$\varDelta \cos(2u+f)$	$\varDelta' \sin(u+\frac{1}{2}f)$	$\varDelta' \cos(u+\frac{1}{2}f)$	$\varDelta' \sin(2u+f)$	$\varDelta' \cos(2u+f)$
0.0	1.5188	1.2800	+0.0001	+0.0008	+0.0001	−0.0000	−0.0000	−0.0001	+0.0006	+0.0005	+0.0008	−0.0002
0.1	1.5200	1.2818	− 11	− 10	− 8	+ 7	+ 11	+ 21	− 10	− 1	− 1	+ 10
0.2	1.5180	1.2780	+ 9	+ 28	+ 2	− 9	− 4	+ 8	+ 24	− 15	− 25	− 12
0.3	1.5205	1.2778	− 16	+ 30	+ 6	+ 15	− 11	− 12	+ 11	− 28	− 20	+ 22
0.4	1.5175	1.2818	+ 14	− 2	− 12	− 8	− 13	+ 6	+ 1	+ 2	− 1	− 2
0.5	1.5218	1.2810	− 29	− 2	+ 29	− 17	− 3	+ 29	+ 2	+ 1	− 2	0
0.6	1.5170	1.2832	+ 19	− 24	− 15	+ 12	− 19	− 4	+ 24	+ 1	− 3	+ 24
0.7	1.5132	1.2845	+ 57	− 37	− 14	+ 55	− 28	+ 50	+ 31	− 20	+ 33	+ 16
0.8	1.5208	1.2785	− 19	+ 23	− 7	− 18	+ 13	+ 14	− 8	+ 21	− 16	+ 17
0.9	1.5210	1.2818	− 21	− 10	− 18	− 11	− 19	+ 9	− 3	− 10	− 5	− 9
Mittel	1.5189	1.2808			−0.0036	+0.0026	−0.0073	+0.0120	+0.0078	−0.0044	−0.0032	−0.0064

f	$186^\circ 48'.0$	$101^\circ 5'.0$
$\frac{1}{2}f$	$93\ 24.0$	$50\ 32.0$

$10\,\alpha \sin(\frac{1}{2}f) = \Sigma(u'-u-f)\sin(u+\frac{1}{2}f)$ $\quad 10\,\alpha = -0.0036$ $\quad 7.72\,\alpha = +0.0078$ $\quad 159.60\,\alpha = -0.0360+0.0602 = +0.0242$

$10\,\beta \sin(\frac{1}{2}f) = -\Sigma(u'-u-f)\cos(u+\frac{1}{2}f)$ $\quad 10\,\beta = -0.0026$ $\quad 7.72\,\beta = +0.0014$ $\quad 159.60\,\beta = -0.0260+0.0340 = +0.0080$

$10\,\alpha' \sin(f) = \Sigma(u'-u-f)\sin(2u+f)$ $\quad 1.19\,\alpha' = +0.0073$ $\quad 9.81\,\alpha' = -0.0032$ $\quad 97.65\,\alpha' = +0.0086-0.0314 = +0.0228$

$10\,\beta' \sin(f) = -\Sigma(u'-u-f)\cos(2u+f)$ $\quad 1.19\,\beta' = +0.0120$ $\quad 9.81\,\beta' = +0.0064$ $\quad 97.65\,\beta' = +0.0143+0.0628 = +0.0771$

$$\text{Corrigirte Ablesung} = u + 0.0002\cos u + 0.0001\sin u - 0.0002\cos 2u + 0.0008\sin 2u.$$

Diese Untersuchungen erstreckten sich stets nur auf diejenigen 2—3 Gänge der Schraube, welche ausschliesslich bei den Messungen benutzt wurden. Da sich die bedeutende Grösse der Correctionen aus dem erlangten Ausdruck:

$$\begin{aligned}\text{Corrigirte Ablesung} = {} & \text{Wirkliche Ablesung} \\ & -0.01640\cos u \;-0.00691\sin u \\ & +0.00312\cos 2u + 0.00470\sin 2u\end{aligned}$$

sofort ergab, ward beschlossen, diese Schraube, sobald es ohne allzu grosse Beeinträchtigung der Beobachtungen der Plejaden geschehen könne, gegen eine andere, bessere auswechseln zu lassen.

Es wurde demzufolge das Mikroskop im Mai nach Hamburg gesandt, wo durch Repsold eine neue Schraube eingesetzt worden ist. Nachdem das Mikroskop wieder hierher gelangt war, nahm ich sofort eine Untersuchung der neuen Schraube vor. Die bezüglichen Messungen giebt die Tabelle auf pag. 18 in extenso. Eine Vergleichung der beiden Schrauben ist in graphischer Form auf angefügter Tafel gegeben.

Das erlangte Resultat für die neue Schraube ist:

$$\begin{aligned}\text{Corrigirte Ablesung} = {} & \text{Wirkliche Ablesung} \\ & +0.0002\cos u \;+0.0001\sin u \\ & -0.0002\cos 2u + 0.0008\sin 2u.\end{aligned}$$

Die Fehler der neuen Schraube sind also nur klein, sodass schon eine Ablesung an einem Fädenpaar ohne Rücksicht auf dieselben benutzt werden könnte. Es ist aber doch auch in der Folge stets die Ablesung an beiden Fädenpaaren in der Art erfolgt, dass mit dem einen Paare bei Einstellung der Distanz im Sinne der Bewegung des Uhrzeigers, mit dem anderen Paare bei der in entgegengesetzter Richtung erfolgten Distanzmessung gemessen wurde.

§ 8.

Coincidenz der Objectivhälften.

Die Coincidenz der Objectivhälften, resp. die aus einer etwaigen Abweichung derselben entstehenden Correctionen der Distanzen sind unter steter Controle geblieben, obgleich ein Einfluss der Nichtübereinstimmung der optischen Axen beider Objectivhälften nur bei zwei Distanzen, nämlich denen zwischen den Sternen f u. h und k u. l der Plejadengruppe von erheblichem Einfluss hätte werden können. Bei diesen beiden Distanzen sind stets die entsprechenden Positionswinkel mit abgelesen worden, sodass eine unmittelbare Bestimmung der etwa anzubringenden Correction erlangt wurde, welche auch erforderlichen Falls Verwendung fand. Im Uebrigen ergeben sich die jeweiligen Entfernungen der Objectivhälften aus gleichzeitig ausgeführten Doppelsternmessungen mit zur Controlle ihrer Kleinheit völlig genügender Genauigkeit. Es wurde daher von

einem Verfahren, wie es Battermann vorschlägt*), abgesehen, zumal meiner Meinung nach ein solches indirectes Vorgehen keine grosse Gewähr für Zuverlässigkeit bieten kann.

§ 9.

Ableitung des Scalenwerthes und des Einflusses der Temperatur auf denselben, sowie dessen Abhängigkeit von der Grösse der gemessenen Distanz.

Ehe wir zur Bestimmung des Scalenwerthes selbst schreiten, wollen wir zunächst den zweiten Punkt, nämlich den Einfluss der Temperatur auf denselben erörtern, zumal schon in den früheren Capiteln hierher verwiesen wurde und weil auch diese Bestimmung sich ohne Kenntniss des absoluten Werthes eines Scalentheiles ausführen lässt. Zur Ermittelung des Temperaturcoefficienten hat ein Theil der Plejadendistanzen selbst das erforderliche, wenn auch gerade nicht sehr umfangreiche, so doch völlig in dem Rahmen der zu behandelnden Triangulation gelegene Material geliefert. Die Discussion dieser Messungen, sowie deren Vergleichung mit früheren Bestimmungen dieses Elementes, werden zu einem befriedigenden Werthe desselben führen, zumal ja eine directe Ursache für die Veränderung des Temperaturcoefficienten für ein und dasselbe Instrument im Laufe der Zeit nicht abzusehen ist.

Eine theoretische Bestimmung der in Rede stehenden Grösse werde ich nicht ausführen, da dieser Versuch schon häufig gemacht worden ist, aber immer der auf diesem Wege erlangte Werth derselben schliesslich bei der Reduction nicht zur Verwendung gelangte. Es geschah dieses selbst dann nicht, wenn er mit Hülfe der verschiedenen physikalischen Annahmen über die Beschaffenheit der das Instrument in seiner Gesammtheit zusammensetzenden Materialien zu einer nahen Uebereinstimmung mit den direct gefundenen Zahlen führte.

Ich habe zum Zwecke der Ableitung des Temperaturcoefficienten die Distanzen $\eta - f$; $\eta - b$, $\eta - d$ und $g - e$ benutzt, da dieselben einestheils sehr häufig und dann auch bei möglichst verschiedenen Temperaturen gemessen wurden. Es kamen im Ganzen 33 Distanzen zu diesem Zwecke zur Verwendung; dieselben wurden wegen aller bisher erörterten Einflüsse corrigirt und sodann gemeinsam in Bezug auf Temperaturänderung ausgeglichen. Von einer speciellen Mittheilung der Messungen werde ich absehen, da dieselben später doch sämmtlich im Zusammenhange mit den übrigen Distanzen gegeben werden müssen. An dieser Stelle will ich nur die aus den 33 Bedingungsgleichungen folgenden Normalgleichungen aufführen und das aus diesen folgende Resultat.

---

*) Astron. Nachr. Bd. 122. pag. 364.

Die Normalgleichungen sind:

$$\begin{array}{rrrrrrl}
+13.00x_1 & 0 & 0 & 0 & + & 7.80y & = + \ 91.08 \\
0 & +10.0x_2 & 0 & 0 & + & 0.84y & = + \ 76.73 \\
0 & 0 & +5.0x_3 & 0 & - & 2.29y & = + \ 25.44 \\
0 & 0 & 0 & +5.0x_4 & - & 4.88y & = + \ 30.89 \\
+ \ 7.80x_1 & + \ 0.84x_2 & -2.29x_3 & -4.88x_4 & + & 1601.49y & = +121.98,
\end{array}$$

worin x_1 x_2 x_3 x_4 die resp. Distanzen $\eta - f$; $\eta - b$; $\eta - d$ und $g - e$ Plej. und y der gesuchte Temperaturcoefficient sind. Die Werthe der ersten 4 Unbekannten $x_1 = 77.6697$, $x_2 = 119.6767$; $x_3 = 61.8012$; $x_4 = 40.2624$ haben hier keine weitere Bedeutung, da sie später doch in anderer Weise aus der Gesammtausgleichung folgen.

Für die Correction der Distanzen wegen Wärme (y) findet sich aus diesen 5 Gleichungen der Werth: -0.000645 ± 0.000207 für 1^0 C. auf 100 Scalentheile bezogen, d. h. also eine Distanz von 100 Scalentheilen muss für je 1^0 C. über Null um 0.000645 Scalentheile vermindert und für 1^0 C. unter Null um ebensoviel vermehrt werden, um diejenige Anzahl von Scalentheilen zu bekommen, welche man, abgesehen von anderweitigen Correctionen, bei 0^0 C. am Heliometer würde abgelesen haben.

Wie der wahrscheinliche Fehler zeigt, ist die Sicherheit des Wärmefactors keine sehr grosse, denn er selbst ist nur etwa 3mal grösser als sein wahrscheinlicher Fehler. Aus diesem Grunde habe ich auch die früheren Bestimmungen dieses Elements, soweit sie mir zugänglich, noch in Betracht gezogen.

Die in Rede stehenden Bestimmungen sind:

Aus einer Vergleichung der von mir im Jahre 1889 gemessenen Hydradistanzen (vergl. pag. 32) findet sich (in Einheiten der IV. Decimale)	7.79 ± 3.5	
Nach der hier geführten Ausgleichung	6.45 ± 2.1	
Nach Angabe von Herrn Geh. Rath Auwers (Venusdurchgänge)	6.45	wahrscheinlich sehr hohes Gewicht
Nach älteren Strassburger Beobachtungen	8.66 ± 1.1.	

Ich habe, trotzdem der 1. und 4. Werth erheblich höher ist, doch nicht Anstand genommen, den für die Reduction der Plejadendistanzen benutzten Werth zu rund 6.5 anzusetzen, einmal weil der 3. Werth auf einer ausgedehnten Discussion des Gesammtmaterials beruht und zweitens weil der 2. Werth von genau demselben Betrage wie der 3. ist und dem zu reducirenden Material selbst entstammt, somit also die Homogenität der ganzen Rechnung am besten gewahrt bleibt. Ausserdem würde bei einer Temperatur von 20^0 und der grössten vorkommenden Distanz von 175 Scalentheilen der Unterschied zwischen den Annahmen von 6.5 und 8.5 des Temperaturfactors erst eine Veränderung der Reduction von etwa $0''.014$ hervorbringen; also eine Grösse, welche weit unterhalb der Messungsfehler liegt.

Nachdem nun auch die Frage nach der Aenderung der gemessenen Distanzen mit der Temperatur im Vorstehenden erörtert ist, werde ich zur Ableitung des Scalenwerthes selbst schreiten. Wie schon früher erwähnt, schliesst diese Untersuchung auch gleichzeitig die Abhängigkeit des Scalenwerthes von der Grösse der gemessenen Distanz mit ein. Ich glaube, dass dieser Weg in mancher Hinsicht dem, welcher auf Grund der früheren Betrachtungen hätte eingeschlagen werden können, vorzuziehen ist. Namentlich deshalb, weil derselbe mit den wirklichen Distanzmessungen auf das engste verknüpft ist.

Bisher hat man fast ausschliesslich eine Reihe von grossen Bögen am Himmel gemessen, deren Endpunkte von Sternen in der Weise gebildet werden, dass sich die 5 oder 6 Sterne nahezu in einem grössten Kreise befinden und immer ein Bogen nahezu in der Fortsetzung des anderen liegt. So erhielt man durch Messen der 4. oder 5. Intervalle und durch deren Aneinanderreihen, eventuell mit Reduction auf den durch die beiden äusseren Sterne gelegten grössten Kreis vermittelst der berechneten Positionswinkel, einen gemessenen Werth zwischen den beiden äussersten Sternen des ganzen Bogens. Diese beiden Sterne sind dann durch möglichst genaue Meridianbeobachtungen festgelegt worden. (Allerdings ist das auch mit den dazwischen liegenden Sternen geschehen, doch spielte hier die absolute Position keine grosse Rolle, da dieselbe nur zur Herleitung der Reduction auf den grössten Kreis direct erforderlich war, während der Einfluss auf den Scalenwerth erst in zweiter Linie stattfand und sich ein etwaiger Fehler zum grössten Theil durch die Aneinanderreihung der Bögen wieder eliminirte.) Ermittelt man nun durch eine sphärische Rechnung den Winkelabstand der beiden äussersten Sterne und vergleicht man mit dieser Zahl die Anzahl der Scalentheile, welche die Heliometermessungen gehörig reducirt für denselben Bogen geben, so gelangte man zu einem Werth des Scalentheils, welcher um so genauer wurde, je grösser der gemessene Bogen und je genauer die beiden Endsterne desselben festgelegt waren. Auf diesem Wege sind früher alle Scalenwerthbestimmungen, soweit sie auf Messungen am Himmel beruhen, erlangt worden. Im Grossen und Ganzen ist dieser Gang auch hier beibehalten worden, nur bin ich, wie es auch schon anderweit geschehen ist, insofern von demselben abgewichen, dass ich die einzelnen Bögen der grössten Kreise nicht aneinander gereiht habe, um so die zwischenliegenden Sterne zu eliminiren, sondern ich habe die einzelnen Bögen, jeden für sich, mit den aus den Meridianbeobachtungen folgenden Distanzen der sie begrenzenden Sterne verglichen. — Durch dieses Vorgehen giebt man den Vortheil der Elimination der Fehler der zwischenliegenden Sterne nicht auf, aber man bleibt von den berechneten Positionswinkeln unabhängig und macht die Einzelheiten der Messungen noch leichter controlirbar und übersichtlicher.

Die für diese Arbeit benutzten grössten Kreise sind zunächst der sogenannte Cygnuskreis und der Hydrakreis, beide aus je 5 Distanzen resp. 6 Sternen bestehend, welche zum Zwecke der Benutzung bei den Messungen der Venusexpeditionen ausgesucht worden waren und seitdem für alle Heliometermessungen

von fundamentaler Bedeutung geworden sind. Ausser diesen beiden Bögen habe ich noch die Distanzen $\eta - b$ und $\eta - f$ Plejadum, welche auch schon zur Bestimmung des Temperaturfactors im wesentlichen benutzt worden sind, und das Sternpaar $\alpha^1\alpha^2$ Capricorni zur Ableitung des Scalenwerthes herangezogen. Die drei letzten Bögen namentlich deshalb um den mit der Distanz selbst veränderlichen Theil des Scalenwerthes direct aus Distanzmessungen ableiten zu können, welchen Weg ich nach den oben schon auseinandergesetzten Gründen für den rationellsten halten muss. — Was die Ausführung der hier in Betracht kommenden Messungen betrifft, so sind sie ebenso erhalten, wie die Plejadendistanzen selbst. Sie erstrecken sich auch über denselben Zeitraum, sodass sie mit den letzteren in innigem Zusammenhange stehen und auch wirklich dem Zustande des Instruments entsprechen, in welchem sich dieses während der Plejadentriangulation befand. Ich lasse hier die in Rede stehenden Messungen folgen, soweit sie sich auf den Cygnus- und Hydrakreis und auf α Capricorni beziehen, während die Plejadendistanzen später im Zusammenhange mitgetheilt werden.

Die Ausmessung des Cygnus- und des Hydrakreises wurde sowohl in dem Jahre 1889 als auch 1890*) vorgenommen, während $\alpha^1\alpha^2$ Capricorni nur 1889 gemessen worden ist.

Die folgenden Tabellen geben die Messungen in extenso mit allen nöthigen Reductionsdaten und es ist den einzelnen Columnen wohl kaum noch eine Erläuterung hinzuzufügen.

Messungen des Cygnuskreises von 1889.

atum.	Axe	Object.	St. Zt.	Inst.-Temp.	Oc.-St.	N.-St.	O.—N.	Gemessene Distanz.	Refr.	Aberr.	Foc.	Temp.	Abstand	Red. auf 1890.0.	Red. Abstand	Epoche
			h m	°												
Ii 6.	*f*	*a-b*	16 49	+12.0	8.40	8.54	—0.14	132.0134	+400	+52	—156	—103	132.0327	—6	132.0321	1889.35
13.			15 50	12.0	8.35	8.54	— 19	0170	460	55	—212	—103	0370	—6	0364	37
24.			16 54	15.0	8.38	8.51	— 13	0210	389	57	—145	—129	0382	—6	0376	40
Ji 19.			16 1	12.5	8.60	8.53	+ 7	0082	445	57	+ 78	—108	0554	—5	0549	47
19.			16 38	12.0	8.60	8.54	+ 6	9807	390	57	+ 67	—103	0218	—5	0213	47
21.			16 24	14.0	8.60	8.52	+ 8	9777	416	57	+ 89	—120	0219	—5	0214	47
26.			17 49	16.0	8.40	8.50	— 10	0226	371	56	—112	—137	0404	—5	0399	49
													132.0353		132.0348	1889.43
Mi 6.	*f*	*b-c*	16 24	+13.0	8.40	8.53	—0.13	106.9149	+332	+41	—118	— 90	106.9314	+6	106.9320	1889.35
13.			16 21	11.0	8.35	8.55	— 20	9269	337	44	—181	— 76	9393	+6	9399	37
24.			17 25	15.0	8.38	8.51	— 13	9260	298	46	—118	—104	9382	+6	9388	40
Ji 18.			16 36	13.0	8.40	8.53	— 13	9245	327	46	—118	— 90	9410	+5	9415	46
19.			17 29	11.0	8.60	8.55	+ 5	9043	304	46	+ 45	— 76	9362	+5	9367	47
21.			16 52	14.0	8.60	8.52	+ 8	8947	314	46	+ 72	— 97	9278	+5	9283	47
26.			17 9	17.0	8.40	8.49	— 9	9463	308	44	— 81	—118	9616	+5	9621	49
													106.9394		106.9399	1889.43
M. 1.	*f*	*c-d*	15 41	+11.5	8.40	8.54	—0.14	122.7221	+500	+44	—145	— 92	122.7528	+1	122.7529	1889.33
6.			15 51	13.5	8.40	8.53	— 13	7032	481	46	—135	—107	7317	+1	7318	35
13.			16 50	10.5	8.35	8.55	— 20	7387	403	49	—207	— 84	7548	+1	7549	37
24.			17 46	15.0	8.38	8.51	— 13	7185	354	51	—135	—119	7336	+1	7337	40
Ji 18.			15 58	13.5	8.40	8.53	— 13	7122	470	51	—135	—107	7501	+1	7502	46
20.			16 14	13.5	8.60	8.53	+ 7	6873	439	51	+ 72	—107	7328	+1	7329	47
24.			16 13	14.0	8.60	8.52	+ 8	7026	444	50	+ 83	—111	7482	+1	7483	48
26.			16 33	19.0	8.40	8.48	— 8	7253	409	49	— 83	—151	7477	+1	7478	49
													122.7440		122.7441	1889.42

*) Spätere Messungen des Cygnuskreises aus dem Jahre 1891, welche bei der Reduction nicht mehr benutzt werden konnten, befinden sich mit den hier gegebenen Resultaten in guter Uebereinstimmung.

Datum.	Axe	Object.	St. Zt.	Inst.-Temp.	Oc.-St.	N.-St.	O.—N.	Gemessene Distanz.	Refr.	Aberr.	Foc.	Temp.	Abstand	Red. auf 1890.0.	Red. Abstand	Epoche
			h m	°												
Mai 1.	*f*	*d-e*	15 12	+11.8	8.40	8.54	—0.14	104.1688	+491	+37	—123	— 80	104.2013	—61	104.1952	1889.33
„ 21.			16 40	15.0	8.60	8.51	+ 9	1880	346	42	+ 79	—101	2246	—56	2190	39
„ 26.			16 41	11.5	8.40	8.54	— 14	1811	344	43	—123	— 78	1997	—54	1943	40
Juni 6.			18 35	13.5	8.45	8.53	— 8	1747	294	44	— 70	— 91	1924	—52	1872	43
„ 20.			16 43	13.0	8.60	8.53	+ 7	1810	343	43	+ 62	— 88	2170	—48	2122	47
„ 24.			16 42	13.0	8.60	8.53	+ 7	1429	347	42	+ 62	— 88	1792	—47	1745	48
„ 25.			17 31	13.0	8.60	8.53	+ 7	1577	314	42	+ 62	— 88	1907	—47	1860	48
													104.2007		104.1955	1889.43
Mai 21.	*f*	*e-f*	17 8	+14.0	8.60	8.52	+0.08	126.3084	+406	+50	+ 85	—115	126.3610	+27	126.3637	1889.39
„ 26.			17 12	11.5	8.40	8.54	— 14	3248	399	51	—150	— 94	3454	+27	3481	40
Juni 6.			17 46	14.3	8.45	8.52	— 7	3146	379	52	— 75	—117	3395	+25	3420	43
„ 20.			17 17	12.8	8.60	8.53	+ 7	2966	398	51	+ 75	—105	3385	+24	3409	47
„ 24.			17 21	11.5	8.60	8.54	+ 6	2920	397	50	+ 64	— 94	3337	+23	3360	48
„ 25.			16 39	13.5	8.60	8.53	+ 7	3090	453	50	+ 75	—111	3557	+23	3580	48
Juli 20.			18 25	12.5	8.40	8.53	— 13	3308	360	38	—139	—111	3456	+20	3476	55
													126.3456		126.3480	1889.47

Messungen des Cygnuskreises von 1890.

Datum.	Axe	Object.	St. Zt.	Inst.-Temp.	Oc.-St.	N.-St.	O.—N.	Gemessene Distanz.	Refr.	Aberr.	Foc.	Temp.	Abstand.	Red. auf 1890.0.	Red. Abstand.	Epoche
			h m	°												
Mai 28.	*f*	*a-b*	16 21	+ 8.5	8.50	8.57	—0.07	132.0239	+419	+49	— 78	— 73	132.0556	+ 4	132.0560	1890.41
Juni 20.			17 59	12.0	8.50	8.54	— 4	0351	373	57	— 45	—103	0633	+ 5	0638	47
„ 25.			16 48	13.0	8.53	8.53	0	0134	401	56	0	—112	0479	+ 5	0484	48
Juli 12.			18 8	7.5	8.55	8.58	— 3	0160	375	49	— 33	— 64	0487	+ 5	0492	53
„ 28.			18 19	18.5	8.55	8.58	+ 7	0156	364	29	+ 78	—159	0468	+ 6	0474	57
„ 29.			18 9	14.0	8.55	8.52	+ 3	0109	370	27	+ 33	—120	0419	+ 6	0425	58
													132.0507		132.0512	1890.51
Mai 28.	*f*	*b-c*	16 46	+ 8.0	8.50	8.58	—0.08	106.9209	+324	+37	— 72	— 56	106.9442	— 4	106.9438	1890.41
Juni 1.			18 5	4.3	8.55	8.61	— 6	9013	307	47	— 54	— 30	9283	— 4	9279	42
„ 25.			17 14	12.5	8.53	8.53	0	9093	310	44	0	— 87	9360	— 5	9355	48
Juli 12.			17 40	8.0	8.55	8.58	— 3	9214	306	37	— 27	— 55	9475	— 5	9470	53
„ 16.			18 12	17.0	8.50	8.49	+ 1	9202	294	35	+ 9	—118	9422	— 5	9417	54
													106.9397		106.9392	1890.48
Mai 28.	*f*	*c-d*	17 13	+ 7.0	8.50	8.59	+0.09	122.7498	+386	+42	— 93	— 56	122.7777	— 1	122.7776	1890.41
Juni 1.			17 8	4.3	8.55	8.61	— 6	7003	393	52	— 62	— 34	7352	— 1	7351	42
„ 25.			17 55	12.0	8.53	8.54	— 1	7283	359	49	— 10	— 96	7585	— 1	7584	48
Juli 10.			18 21	9.5	8.55	8.56	— 1	7248	352	43	— 10	— 76	7557	— 1	7556	52
„ 14.			18 37	16.0	8.50	8.50	0	7534	343	41	0	—128	7790	— 1	7789	54
													122.7612		122.7611	1890.47
Mai 28.	*f*	*d-e*	17 36	+ 6.5	8.50	8.59	—0.09	104.1613	+316	+35	— 79	— 44	104.1841	+37	104.1878	1890.41
Juni 1.			16 25	4.5	8.55	8.61	— 6	1352	374	43	— 53	— 31	1685	+38	1723	42
„ 25.			18 25	11.5	8.53	8.54	— 1	1413	297	42	— 9	— 78	1665	+44	1709	48
Juli 10.			17 54	9.5	8.55	8.56	— 1	1516	306	38	— 9	— 64	1787	+57	1844	52
„ 14.			18 15	17.0	8.50	8.49	+ 1	1507	294	36	+ 9	—115	1731	+58	1789	54
													104.1742		104.1789	1890.47
Mai 28.	*f*	*e-f*	17 58	+ 6.0	8.50	8.59	—0.09	126.3266	+379	+41	— 96	— 49	126·3541	—18	126.3523	1890.41
Juni 1.			15 47	5.0	8.48	8.60	— 12	2923	546	52	—128	— 41	3352	—12	3333	42
Juli 10.			17 26	10.0	8.55	8.56	— 1	2828	394	44	— 11	— 83	3172	—23	3149	5[illegible]
„ 14.			17 50	17.5	8.50	8.49	+ 1	3167	371	42	+ 11	—142	3449	—23	3426	54
„ 4.			16 42	+12.0	8.00	8.54	— 54	3636	439	52	—577	— 97	(3453	—19	(3434	5[illegible]
„ 4.			17 9	12.0	9.00	8.54	+ 46	2612	408	52	+490	— 97	3465)		3446)	
													126.3394		126.3374	1890.4[illegible]

Messungen des Hydrakreises von 1889.

tum.	Axe.	Object.	St. Zt.	Inst.-Temp.	Oc.-St.	N.-St.	O.—N.	Gemessene Distanz.	Refr.	Aberr.	Foc.	Temp.	Abstand	Red. auf 1890.0	Red. Abstand	Epoche
			h m	°												
Mz 3.	v	a-b	10 30	−13.5	8.80	8.77	+0.03	133.8121	+1167	− 73	+ 34	+118	133.9367	+10	133.9377	1889.17
Al 6.	v		10 41	+ 5.5	8.50	8.60	− 10	8694	1107	−118	−113	− 48	9522	+ 9	9531	26
23.	f		10 49	+ 9.8	8.55	8.56	− 1	8637	1133	−127	− 11	− 85	9547	+ 9	9556	31
													133.9479		133.9488	1889.25
Mz 3.	v	b-c	11 3	−14.0	8.80	8.78	+0.02	118.2043	+ 836	− 64	+ 20	+108	118.2943	+24	118.2967	1889.17
Al 6.	v		10 14	− 6.0	8.50	8.59	− 9	2366	713	−104	− 90	− 46	2839	+22	2861	26
23.	f		11 16	+ 9.0	8.55	8.57	− 2	2001	798	−110	− 20	− 69	2600	+20	2620	31
													118.2794		118.2816	1889.25
Mz 4.	v	c-d	10 1	−13.3	8.80	8.77	+0.03	122.6212	+ 844	− 74	+ 31	+106	122.7119	−10	122.7109	1889.17
22.	v		11 55	− 4.2	8.48	8.69	− 21	6111	1159	−102	−218	+ 33	6983	− 9	6974	22
Al 23.	f		11 54	+ 7.5	8.55	8.58	− 3	6155	1098	−125	− 31	− 60	7037	− 8	7029	31
													122.7046		122.7037	1889.23
M 4.	v	d-e	10 37	−13.5	8.80	8.77	+0.03	173.0425	+ 951	− 98	+ 44	+152	173.1470	−15	173.1455	1889.17
22.	v		11 14	− 3.5	8.48	8.68	− 20	0518	950	−136	−293	+ 37	1078	−14	1064	22
A 24.	f		11 5	+ 8.5	8.55	8.57	− 2	0692	888	−163	− 29	− 96	1292	−13	1279	31
													173.1280		173.1266	1889.23
Mä 4.	v	e-f	11 8	−13.8	8.80	8.77	+0.03	106.2686	+ 992	− 61	+ 27	+ 95	106.3769	+ 7	106.3776	1889.17
6.	v		10 35	−10.5	8.55	8.75	− 20	2985	868	− 64	−180	+ 73	3682	+ 7	3689	18
Ap 24.	f		11 44	+ 7.5	8.55	8.58	− 3	2960	1107	−100	− 27	− 52	3888	+ 6	3894	31
													106.3779		106.3786	1889.22

Messungen des Hydrakreises von 1890.

D um.	Axe.	Object.	St. Zt.	Inst.-Temp.	Oc.-St.	N.-St.	O.—N.	Gemessene Distanz.	Refr.	Aberr.	Foc.	Temp.	Abstand	Red. auf 1890.0	Red. Abstand	Epoche
			h m	°												
Mä 22.	v	a-b	10 54	+ 3.7	8.70	8.62	+0.08	133.8619	+1182	−100	+ 91	− 32	133.9760	−3	133.9757	1890.22
„ 29.			10 12	+13.7	8.40	8.52	− 12	9329	1006	−108	−136	−119	9972	−3	9969	24
Ap 13.			10 26	+ 1.5	8.75	8.64	+ 11	8907	1075	−124	+124	− 13	9969	−4	9965	28
													133.9900		133.9897	1890.25
Mä 22.	v	b-c	10 12	+ 4.0	8.70	8.61	+0.09	118.2151	+ 728	− 90	+ 90	− 31	118.2848	−7	118.2841	1890.22
Ap 3.			9 46	+ 6.2	8.45	8.59	− 14	2283	716	−102	−139	− 48	2710	−8	2702	26
„ 14.			10 30	+ 6.4	8.75	8.59	+ 16	2312	726	−109	+159	− 49	3039	−9	3030	29
													118.2864		118.2858	1890.26
Mä 9.	v	c-d	10 5	− 0.5	8.65	8.65	0.00	122.6289	+ 806	− 82	0	+ 4	122.7017	+2	122.7019	1890.19
Ap 3.			10 38	+ 6.0	8.45	8.59	− 14	6702	827	−114	−145	− 48	7222	+3	7225	26
„ 14.			11 2	+ 6.0	8.75	8.59	+ 16	6394	868	−121	+166	− 48	7259	+3	7262	29
													122.7166		122.7169	1890.25
Feb 14.	v	d-e	11 2	− 5.5	8.85	8.70	+0.15	173.0465	+ 943	− 54	+220	+ 62	173.1636	+2	173.1638	1890.13
Ap 3.			11 27	+ 5.5	8.45	8.60	− 15	0928	942	−149	−220	− 62	1439	+5	1444	26
„ 5.			10 13	+ 9.0	8.65	8.57	+ 8	1008	868	−151	+117	−102	1740	+5	1745	26
													173.1605		173.1609	1890.22
Feb 14.	v	e-f	10 33	− 5.3	8.85	8.70	+0.15	106.3124	+ 839	− 32	+135	+ 37	106.4103	−1	106.4102	1890.13
Apr 4.			10 0	+ 7.5	8.50	8.58	− 8	3574	737	− 93	− 72	− 52	4094	−2	4092	26
„ 15.			10 31	+10.2	9.20	8.55	+ 65	2924	789	− 98	+585	− 70	4130	−2	4128	29
													106.4109		106.4107	1890.23

Fehlerberechnung für Cygnus und Hydra.

Cygnus 1889	$B-R$	(vv)	Cygnus 1890	$B-R$	(vv)	Hydra 1889	$B-R$	(vv)	Hydra 1890	$B-R$	(vv)
132.0321	− 27	729	132.0560	+ 48	2304	133.9377	−111	12321	133.9757	−140	19600
364	+ 16	256	638	+126	15876	531	+ 43	1849	969	+ 72	5184
376	+ 28	784	484	− 28	784	556	+ 68	4624	965	+ 68	4624
549	+201	40401	492	− 20	400	133.9488			133.9897		
213	−135	18225	474	− 38	1444						
214	−134	17956	425	− 87	7569						
399	+ 51	2601	132.0512								
132.0348											
106.9320	− 79	6241	106.9438	+ 46	2116	118.2967	+151	22801	118.2841	− 17	289
399	0	0	279	−113	12769	861	+ 45	2025	2702	−156	24336
388	− 11	121	355	− 37	1369	620	−196	38416	3030	+172	29584
415	+ 16	256	470	+ 78	6084	118.2816			118.2858		
367	− 32	1024	417	+ 25	625						
283	−116	13456	106.9392								
621	+222	49284									
106.9399											
122.7529	+ 88	7744	122.7776	+165	27225	122.7109	+ 72	5184	122.7019	−150	22500
318	−123	15129	7351	−260	67600	6974	− 63	3969	225	+ 56	3136
549	+108	11664	584	− 27	729	7029	− 8	64	262	+ 93	8649
337	−104	10816	556	− 55	3025	122.7037			122.7169		
502	+ 61	3721	789	+178	31684						
329	−112	12544	122.7611								
483	+ 42	1764									
478	− 37	1369									
122.7441											
104.1952	− 3	9	104.1878	+ 89	7921	173.1455	+189	35721	173.1638	+ 29	841
2190	+235	55225	723	− 66	4356	064	−202	40804	444	−165	27225
1943	− 12	144	709	− 80	6400	279	+ 13	169	745	+136	18496
2872	− 83	6889	844	+ 55	3025	173.1266			173.1609		
2122	+167	27889	789	0	0						
1745	−210	44100	104.1789								
1860	− 95	9025									
104.1955											
126.3637	+157	24649	126.3523	+138	19044	106.3776	− 10	100	106.4102	− 5	25
481	+ 1	1	333	− 52	2704	689	− 97	9409	092	− 15	225
420	− 60	3600	149	−236	55696	894	+108	11664	128	+ 21	441
409	− 71	5041	426	+ 41	1681	106.3786			106.4107		
360	−120	14400	434	+ 49	2401						
580	+100	10000	446	+ 61	3721						
476	− 4	16	126.3385								
126.3480											
		418273			281552			189120			165155

	Cygnus 1889		Cygnus 1890		Hydra 1889		Hydra 1890
lg. (vv)	5.62145		5.44956		5.27674		5.21789
lg. $(n\text{-}\nu)$ = lg. (36—5)	1.49136	(27—5)	1.34242	(15—5)	1.00000	(15—5)	1.00000
	4.13009		4.10714		4.27674		4.21789
M.F. 1 Beob. lg. $\sqrt{\frac{(\nu\nu)}{m-\nu}}$	2.06504	$\pm 0.0116^{\mathrm{R}}$ =	2.05357	$\pm 0.0113^{\mathrm{R}}$ =	2.13837	$\pm 0.0138^{\mathrm{R}}$ =	2.10894 $\pm 0.0129^{\mathrm{R}}$ =
		$\pm 0.''208$		$\pm 0.''203$		$\pm 0.''247$	$\pm 0.''230$

Mittl. Fehler d. Mittels einer Distanz:

$\pm 0.0044^{\mathrm{R}} = \pm 0.''078$ $\pm 0.0051^{\mathrm{R}} = \pm 0.''091$ $\pm 0.0079^{\mathrm{R}} = \pm 0.''141$ $\pm 0.0074^{\mathrm{R}} = \pm 0.''132$

Zusammenstellung der Cygnus- und Hydra-Distanzen und deren Vereinigung zu Mitteln für die Epoche von 1890.0.

Cygnus.					Hydra.				
Epoche.	Abstand.	Red. auf 1890.0.	Abstand 1890.0.	Mittel.	Epoche.	Abstand.	Red. auf 1890.0.	Abstand 1890.0.	Mittel.
	R	(a-b)					(a-b)		
18[illegible].43	132.0353	—0.0006	132.0347	132.0330	1889.25	133.9479	—0.0008	133.9471	133.9686
18[illegible].51	0307	+ 5	0312		1890.25	9900	+ 2	9902	
		(b-c)					(b-c)		
18[illegible].43	106.9394	—0.0013	106.9381	106.9394	1889.25	118.2794	—0.0008	118.2786	118.2828
18[illegible].48	9397	+ 11	9408		1890.26	2866	+ 3	2869	
		(c-d)					(c-d)		
18[illegible].42	122.7440	+0.0014	122.7454	122.7528	1889.23	122.7046	+0.0001	122.7047	122.7106
18[illegible].47	7612	— 11	7601		1890.25	7166	— 1	7165	
		(d-e)					(d-e)		
18[illegible].43	104.2007	—0.0055	104.1952	104.1870	1889.23	173.1280	—0.0008	173.1272	173.1440
18[illegible].47	1742	+ 45	1787		1890.22	1605	+ 3	1608	
		(e-f)					(e-f)		
18[illegible].47	126.3456	+0.0032	126.3488	126.3426	1889.22	106.3779	+0.0008	106.3787	106.3947
18[illegible].48	3394	— 29	3365		1890.23	4109	— 2	4107	

Messungen von $\alpha^1 \alpha^2$ Capricorni.

Datum.	Axe	St. Zt.	Inst.-Temp.	Oc.-St.	N.-St.	O.—N.	Gemessene Distanz.	Refr.	Aberr.	Foc.	Temp.	Abstand.	Red. auf 1890.0.	Red. Abstand.	v
		h m	°												
89 Juli 4.	f	18 30	+11	8.50	8.55	—0.05	21.0211	+186	+ 9	— 9	—15	21.0187	+11	21.0198	—122
„ 9.	f	19 41	+15	8.50	8.51	— 1	0257	105	+13	— 2	—20	0235	+11	0246	— 74
„ 22.	v	20 5	+ 9	8.45	8.57	— 12	0311	92	+18	—19	—20	0280	+10	0290	— 30
„ 31.	v	19 3	+11.5	8.40	8.54	— 14	0348	140	+19	—25	—15	0308	+10	0318	— 2
Aug. 1.	v	19 40	+14	8.50	8.52	— 2	0478	106	+19	— 4	—19	0455	+10	0465	+145
„ 8.	v	19 10	+11	8.50	8.55	— 5	0346	133	+20	— 9	—15	0322	+ 9	0331	+ 11
„ 25.	f	22 18	+ 9	8.65	8.57	+0.08	0388	57	+18	+14	—12	0390	+ 8	0398	+ 78
														21.0320	

$m = \pm 0''.162 \qquad M = \pm 0''.061.$

Die vorstehenden Tabellen geben die Zusammenstellung der Resultate und die Fehlerberechnung, um ein Urtheil über die erlangte Genauigkeit zu ermöglichen. Es zeigt sich dabei, dass die Fehler beim Cygnuskreis erheblich kleiner ausfallen, als beim Hydrakreis, was sich wohl genügend durch die tiefe Stellung des letzteren und auch durch die erheblich schwächeren Sterne, welche denselben als Endpunkte dienen, erklären lässt. In den beiden Jahren sind die Fehler von fast genau derselben Grösse, was um so mehr für obige Erklärung des Unterschiedes bei den beiden Bögen spricht.

Es ergeben sich für eine Messung einer Cygnusdistanz, einer Hydradistanz und der Distanzen $\alpha^1 \alpha^2$ Capricorni und der Plejaden die mittleren Fehler nach obigen Tabellen resp. zu:

	Cygnus	Hydra	$\alpha^1 \alpha^2$ Capric.	Plejaden
1889	±0″.208	±0″.247	±0.162	±0.157.
1890	±0 .203	±0 .230	—	

Für das Mittel einer Distanz bestehend aus der nebengesetzten Anzahl von Einzeldistanzen:

1889	±0″.078 (7)	±0″.141 (3)	±0″.061	±0″.046.
1890	±0 .091 (5)	±0 .132 (3)	—	

Ich habe die einzelnen Messungen aus den beiden Jahren aber nicht nach ihren Gewichten vereinigt, weil die Cygnusdistanzen bei „Axe folgend", die Hydradistanzen fast alle bei „Axe vorangehend" beobachtet sind. Die Distanz $\alpha^1 \alpha^2$ Capricorni wurde nur in einem Jahre gemessen und sollte aus diesem Grunde kein Uebergewicht erhalten. Ebenso sind die Plejadendistanzen schon anderweit benutzt und sollen deshalb hier auch nicht überwiegen. Werden die Messungen vom Cygnuskreis, Hydrakreis und $\alpha^1 \alpha^2$ Capricorni mit den in dem nächsten Absatze gegebenen Eigenbewegungen auf 1890.0 gebracht, so erhält man die in der Tabelle pag. 27 in den Columnen 5 gegebenen endgültigen Werthe der einzelnen Bögen ausgedrückt in Scalentheilen des Heliometers.

Um nun den Werth eines Scalentheiles in Secunden zu erhalten, ist es nöthig, dieselben Bögen auch auf Grund anderweitiger Bestimmung in diesem Maasse ausdrücken zu können.

Für die Sterne des Cygnus- und des Hydrabogens, ebenso für die Orte der Plejadensterne 17b, η u. 27f liegen eine grosse Anzahl von Bestimmungen vor, welche zum Zwecke der Bestimmung der Scalenwerthe derjenigen Heliometer, welche bei den Beobachtungen der Venusvorübergänge benutzt worden sind, angestellt wurden. Das gesammte diesbezügliche Material wird seinerzeit in den von Herrn Geh. Rath Auwers herauszugebenden „Die Venusdurchgänge 1874 und 1882." enthalten sein. Theilweise sind auch schon Mittheilungen darüber in der Elkin'schen Vermessung der Plejadensterne und ebenso in der denselben Gegenstand betreffenden Publikation von Battermann gemacht worden. Ich kann mich daher hier darauf beschränken, in kurzer Weise die in Frage kommenden Angaben, wie sie ein Schreiben des Herrn Geh. Rath Auwers an Herrn Professor Schur von April 8. 1891 enthält, anzuführen. Dieselben weichen theilweise von den an obengenannten Orten etwas ab, da diesen Daten eine mehr Material umfassende Diskussion zu Grunde liegt. Die betreffenden Zahlen sind die folgenden, wenn μ die jährliche Veränderung der Distanz bedeutet:

1883.0	η-17 Plejad.	2143″.409	μ	−0″.0010
	η-27 „	1391.187		−0.0041

Hydra	*a-b*	2399″.609	—0″.0187
	b-c	2118.472	—0.0209
	c-d	2197.770	+0.0027
	d-e	3101.077	—0.0212
	e-f	1905.553	+0.0184
Cygnus	*a-b*	2365.178	—0.0174
	b-c	1915.443	—0.0390
	c-d	2198.372	+0.0432
	d-e	1867.303	—0.1724
	e-f	2262.123	+0.1094

Mit den angegebenen Eigenbewegungen sind die Längen der Bögen, auf den Jahresanfang 1890 gebracht, die nachstehenden:

η-27 f Plejad.	1391″.158
η-17 b „	2143.056
a-b Cygni	2365.056
b-c „	1915.170
c-d „	2198.674
d-e „	1866.096
e-f „	2262.889
a-b Hydrae	2399.478
b-c „	2118.326
c-d „	2197.789
d-e „	3100.929
e-f „	1905.682

Für die Distanz $\alpha^1 \alpha^2$ Capricorni lagen nun Angaben von anderer Seite, die direct für den vorliegenden Zweck zu benutzen gewesen wären, nicht vor; ich habe deshalb selbst die Distanz auf Grund der mir zugänglichen Daten der Cataloge bestimmt. — Es ist das folgende Material, welches mir das meiste Vertrauen zu verdienen schien und welches durchaus homogene Angaben enthält, benutzt:

1. Auwers 83 südl. Sterne.

		AR. 1875.0	Eigenbew.	Zahl d. Beob.	δ 1875.0	Eigenbew.	Zahl d. Beob.
Ep. 1865.0	α^1	20ʰ 10ᵐ 43ˢ.101	−0ˢ.0008	(19)	−12° 53′ 34″.93	+0″.026	(15)
	α^2	20 11 7.090	+0 .0022	(27)	−12 55 50 .97	+0 .017	(32)

Die Distanz (Δ) zwischen beiden Componenten wird somit für 1865.0:

376″.286.

2. Romberg, Pulkowa Merid. Kreis.

			Eigenbew.	Zahl d. Beob.			Eigenbew.	Zahl d. Beob.
1875.0	α^1	20ʰ 10ᵐ 43ˢ.14	−0ˢ.0008	(17)	1875.0	−12° 53′ 35″.3	+0.026	(17)
	α^2	20 11 7 .11	+0 .0022	(14)		−12 55 51 .2	+0.017	(13)

Hieraus ergiebt sich für 1875.0 Δ = **375″.886.**

3. München, Catalog v. 1880 (Epoche 1849.7)

1880.0	α^1	$20^h\ 10^m\ 59^s.61$ (5)	1880.0	$-12^0\ 52'\ 39''.1$ (5)
	α^2	20 11 23 .61 (5)		−12 54 56 .3 (5)

damit Distanz der beiden Sterne für:

1849.7 **376″.801.**

4. Stone Cape Catalogue

			Eigenbew.			Eigenbew.
1880.0	α^1	$20^h\ 10^m\ 59^s.71$ (2)	−0.002	1880.0	$-12^0\ 52'\ 39''.91$ (2)	0.00
	α^2	20 11 23 .69 (17)	+0.001		−12 54 56 .52 (3)	0.00

Diese Daten geben als Entfernung für:

Epoche **1875.5** **376″.178.**

Für die Ableitung der Distanz zunächst für das Jahr 1875.0 habe ich nur die Oerter aus dem Fundamental-Catalog von 83 südl. Sternen und die neuen Pulkowaer Beobachtungen benutzt, da die Münchener Beobachtungen stark abweichen und ausserdem weit zurückliegen, was wohl für eine Ableitung der Eigenbewegung günstig wäre, aber hier ohne Belang ist, da ich die letztere auf anderem Wege für die Distanz direct gültig ableiten werde und die Stone'schen Positionen auf nur wenigen Beobachtungen in sehr ungleicher Vertheilung der einzelnen Coordinaten beruhen.

Ich setze also im Zusammenhang hier noch einmal

München	1849.7	376″.801
Stone	1875.5	376 .178
Auwers	1875.0	376 .286
Romberg	1875.0	375 .886

Zum Zwecke der Ableitung der Eigenbewegung habe ich noch die von Schur in den Astronomischen Nachrichten Nr. 2180 pag. 311 gegebene Zusammenstellung der Distanzen von $\alpha^1\alpha^2$ Capricorni anzuführen. Es finden sich an diesem Orte auf Grund einer längeren Reihe von Positionen die folgenden Angaben über die Distanz von $\alpha^1\alpha^2$ Capricorni, für die in Intervallen von 10 zu 10 Jahren fortschreitenden Epochen

1850	375″.16
1860	375.57
1870	375.97
1880	376.38
1890	376.79
1900	377.20

Aus dieser Reihe ergiebt sich die Eigenbewegung in Distanz zu +0″.041. Aus den Daten des Fundamental-Catalogs von Auwers von 83 südlichen Sternen findet sich für die

Eigenbewegung von α^1 +0″.0206 } bezogen auf die Verbindungslinie
für die von α^2 −0 .0246 } beider Componenten.

also Differenz für die Eigenbewegung in Distanz +0″.0452.

Zieht man die Menge des für beide Werthe benutzten Materials und dessen Sicherheit in Betracht, so glaube ich berechtigt zu sein, für die endgültige Eigenbewegung $+0''.044$ anzunehmen. — Werden nun mit dieser Eigenbewegung die obigen Daten für $\Delta\, \alpha^1 \alpha^2$ Capricorni nach Auwers, Romberg und aus der Schur'schen Reihe auf 1875.0 gebracht, so hat man

Schur	376″.175
Auwers	376 .276
Romberg	375 .886
Mittel	376 .112
Eigenbewegung 15 · +0″.044	+ 0 .660
Also Δ 1890.0	376″.772

Diese Zahl ist diejenige, welche ich der Ableitung des Scalenwerthes zu Grunde gelegt habe, und ich glaube, dass sie wohl ziemlich sicher sein dürfte, wenn sich ihr mittlerer Fehler auch nur sehr schwierig zahlenmässig angeben lässt; nach den in den Quellen angegebenen Fehlern dürfte er aber wohl kaum $\pm 0''.15$ überschreiten.

Zu den oben gegebenen Daten für die Distanzen der Plejaden-, Cygnus- und Hydra-Bögen kommt also noch der für $\alpha^1 \alpha^2$ Capricorni folgende Werth von 376″.772 hinzu.

Die zur Verfügung stehenden Entfernungen umfassen somit Bögen zwischen nahe 377″ und 3100″. Es überschreitet daher der grösste Bogen bei weitem diejenigen, welche ich in der Plejadentriangulation aus den oben angeführten Gründen noch mit gemessen habe; ein Umstand, der für die Ableitung eines genauen und für den vorliegenden Fall durchaus ausreichenden Scalenwerthes und dessen Aenderung mit der Grösse der gemessenen Distanz von grosser Bedeutung ist.

In der folgenden Tabelle habe ich nun die aus anderweitigen Angaben stammenden Bogengrössen mit den für das Göttinger kleine Heliometer sich ergebenden Daten zusammengestellt. Bevor ich zur weiteren Erläuterung dieser Tabelle schreite, mag noch bemerkt werden, dass auch die in den letzten Jahren von Herrn Professor Schur und mir angestellten Messungen am grossen Heliometer die Werthe für den Cygnus- und Hydrakreis, sowie für die Plejadendistanzen $\eta-17$b und $\eta-27$f in ihrer Gesammtheit durchaus bestätigen, sodass die hier angesetzten Grössen für diese Bögen auch hierdurch eine schöne Bestätigung erhalten haben. Es werden dort nämlich nicht nur die einfachen Bögen, sondern auch deren Combinationen, soweit möglich (bis zu nahe 2^0 Distanz) gemessen, wodurch sich bei der Ausgleichung die kleinen Bögen dann mit grosser Sicherheit ergeben; zumal in den Einzelfällen sich bis jetzt die Existenz eines von der Grösse des gemessenen Bogens abhängigen Gliedes mit ziemlicher Sicherheit als nicht vorhanden ergeben hat. Es können also auch aus diesem Grunde die obigen Bogenwerthe ohne Bedenken hier zu Grunde gelegt werden. — Man hat somit:

	Gemesene Distanz.	log. der Distanz.	log. der Distanz in Sec.	Distanz aus d. Heliom.-Messung 1890.0.	Distanz aus Meridian-Beob. 1890.0.	M.-H.
$\alpha^1 \alpha^2$ Capric.	$21^p.0320$	1.3228806	2.5760206	376″.722	376″.77	+0″.048
η-27 Plej.	77.6697	1.8902531	3.1433931	1391.211	1391.158	—0.053
η-17 Plej.	119.6757	2.0780060	3.3311460	2143.611	2143.402	—0.209
a-b Cygni	132.0430	2.1207154	3.3738554	2365.132	2365.056	—0.076
b-c „	106.9394	2.0291378	3.2822778	1915.481	1915.170	—0.311
c-d „	122.7528	2.0890314	3.3421714	2198.727	2198.674	—0.053
d-e „	104.1870	2.0178135	3.2709535	1866.180	1866.096	—0.084
e-f „	126.3426	2.1015498	3.3546898	2263.027	2262.889	—0.138
a-b Hydra	133.9686	2.1270031	3.3801431	2399.623	2399.478	—0.145
b-c „	118.2828	2.0729216	3.3260616	2118.661	2118.326	—0.335
c-d „	122.7106	2.0888821	3.3420221	2197.972	2197.789	—0.183
d-e „	173.1440	2.2384074	3.4915474	3101.326	3100 929	—0.397
e-f „	106.3947	2.0269200	3.2800600	1905.724	1905.682	—0.042

Die erste Columne enthält die Bezeichnung des Bogens, die zweite die Grösse desselben in Theilen der Heliometerscala, die dritte deren Logarithmus, die vierte den Logarithmus der Distanz in Secunden, wenn man für den Werth eines Scalentheiles des Heliometers als vorläufige Näherung 17″.911831 = Num. log. 1.2531400 annimmt. Die fünfte Columne giebt die so reducirten Heliometerdistanzen in Secunden und die sechste die oben gegebenen Zahlen für dieselben Bögen. In der siebenten Columne ist der Unterschied der beiden letzten Zahlen im Sinne Meridian-Beob.-Heliometer gegeben, also diejenigen Daten, welche nun der weiteren Ausgleichung zu Grunde gelegt werden sollen. Aus denselben werden erstens eine Verbesserung des angenommenen Scalenwerthes und dann die Faktoren für die etwa von der Grösse des gemessenen Bogens im allgemeinsten Sinne abhängenden Glieder abzuleiten sein. — Schreiben wir zu diesem Zwecke die Differenzen der siebenten Columne nach der Reihe der Grösse der zugehörigen Bögen, so erhalten wir diese Bögen in Scalentheilen in der Form $\frac{r}{100}$ vorangestellt:

$\frac{r}{100}$	M.-H.
0.210	+0″.048
0.777	—0.053
1.042	—0.084
1.064	—0.042
1.069	—0.311
1.183	—0.335
1.197	—0.209
1.227	—0.183
1.228	—0.053
1.264	—0.138
1.320	—0.076
1.340	—0.145
1.731	—0.397

Diese Differenzen M.-H. sind also im Folgenden einer Ausgleichung zu unterwerfen, um nicht nur eine Verbesserung des angenommenen Scalenwerthes,

sondern auch dessen Abhängigkeit von der Grösse der gemessenen Sterndistanzen zu finden.

Ich habe zu diesem Zwecke zuerst die Gleichung in allgemeiner Form mit drei Gliedern angesetzt, sodass die erste Unbekannte eine Verbesserung des Scalenwerthes, die zweite einen dem Quadrat und die dritte einen dem Cubus der gemessenen Distanz proportionalen Faktor des Scalenwerthes bedeutet.

Eine Betrachtung über die Sicherheit der so berechneten Unbekannten wird dann zeigen, ob nicht eine dem speciellen Falle besser angepasste Form der Bedingungsgleichungen angewandt werden kann.

Die Ausgleichung in der eben erwähnten allgemeinen Form führt auf die folgenden Normalgleichungen:

$$\begin{aligned} +17.989\,x + 22.990\,y + 30.481\,z &= -2.577 \\ +22.990\,x + 30.481\,y + 41.658\,z &= -3.443 \\ +30.481\,x + 41.658\,y + 58.883\,z &= -4.749 \end{aligned}$$

wo x, y und z die oben definirten Unbekannten sind.

Aus diesen Gleichungen findet sich, wenn

$$\Delta = r s_0 + \frac{r}{100} x + \left(\frac{r}{100}\right)^2 y + \left(\frac{r}{100}\right)^3 z$$

der allgemeine Ausdruck für die Distanz ist:

$$\Delta = 17.91183\,r - 0.00003\,r + 0.0000079\,r^2 - 0.000000023\,r^3$$

wo r die gemessene Anzahl der Revolutionen der Mikrometerschraube des Ablesemikroskops (Scalentheile) und s_0 einen genäherten Werth für eine Revolution bedeutet. Die wahrscheinlichen Fehler der Coefficienten von $\left(\frac{r}{100}\right)$, $\left(\frac{r}{100}\right)^2$ und $\left(\frac{r}{100}\right)^3$ ergeben sich zu resp.

$$\pm 0.00168;\ \pm 0.0000248;\ \pm 0.000000098 \text{ und } [nn_3] = 0.1160.$$

Wie man sieht, sind alle diese Fehler grösser als die ihnen zugehörigen Werthe der Unbekannten selbst. Die Bestimmung der Letzteren ist also eine sehr unsichere. Ich habe deshalb die Ausgleichung noch einmal mit Weglassung des quadratischen Gliedes durchgeführt, wozu ja auch schon die im Früheren angedeuteten Erörterungen einen Hinweis liefern. In der That ist bei diesem Verfahren, welches auf die Normalgleichungen

$$\begin{aligned} +17.989\,x + 30.481\,z &= -2.577 \\ +30.481\,x + 58.883\,z &= -4.749 \end{aligned}$$

führt, die Darstellung der Werthe von M.-H. nicht nur eine ebenso gute, $[nn_3] = 0.1168$, sondern die wahrscheinlichen Fehler der Werthe für x und z sind ganz erheblich herabgegangen, sodass die letztere Form des Ausdrucks für die Distanz ohne Zweifel die richtigere ist.

Man hat nämlich dann:

$$\varDelta = r s_0 + \frac{r}{100} x + \left(\frac{r}{100}\right)^3 z$$
$$= 17.91183 r - 0.00054 r - 0.000000053 r^3$$
$$= 17.91129 r - 0.000000053 r^3$$

mit den wahrscheinlichen Fehlern für die beiden Coeff. resp.:

$$\pm 0.00047 \text{ und } \pm 0.000000027.$$

In nachstehender Tabelle habe ich die hier und in den früheren Capiteln auf anderem Wege abgeleitete Correction der gemessenen Distanzen, soweit sie von der Grösse der Bögen in irgend einer Form abhängig sind, zusammengestellt. Man sieht, dass die Unterschiede der auf verschiedenem Wege gefundenen Correction nicht von grossem Belange sind, es also für das Endresultat ziemlich gleichgültig ist, welchen Weg man zur Verbesserung der Distanzen einschlägt, und dass fernerhin durch diese Uebereinstimmung die Realität der Correctionen erwiesen ist. Diese Uebereinstimmung zeigt ferner, dass ein systematischer Fehler in der Plejadentriangulation, wie die folgenden Seiten sie geben, nicht mehr zu erwarten sein wird. Auch die Vergleichung meiner mit Hülfe der letzten Form für die Distanz $\varDelta$ berechneten Plejadendistanzen mit den entsprechenden Elkin'schen Werthen führen zu demselben Resultate, wie die weiter unten gegebene Zusammenstellung zeigt.

Vergleichung der auf verschiedenen Wegen erhaltenen Reduction der Distanzen wegen fortschreitender Aenderung des Scalenwerthes.

(1) Be-zeichnung der Distanz.	(2) Grösse der Distanz in Rev.	(3) Grösse der Distanz in Sec.	(4) Red. auf Grund der Ocul.-Einst.	(5) Red. auf Grund der Quad. u. Cub. Form.	(6) Red. auf Grund der Cub. Form.	(1) Be-zeichnung der Distanz.	(2) Grösse der Distanz in Rev.	(3) Grösse der Distanz in Sec.	(4) Red. auf Grund der Ocul.-Einst.	(5) Red. auf Grund der Quad. u. Cub. Form.	(6) Red. auf Grund der Cub. Form.	(1) Be-zeichnung der Distanz.	(2) Grösse der Distanz. in Rev.	(3) Grösse der Distanz. in Sec.	(4) Red. auf Grund der Ocul.-Einst.	(5) Red. auf Grund der Quad. u. Cub. Form.	(6) Red. auf Grund der Cub. Form.
	R	"	"	"	"		R	"	"	"	"		R	"	"	"	"
l-k	8.37	150	+0.006	−0.001	−0.004	*b-c*	67.19	1203	+0.009	−0.045	−0.052	*s*-40	91.04	1631	−0.046	−0.086	−0.088
f-h	16.79	301	+ 11	3	8	34-40	72.81	1304	+ 1	51	59	28-*s*	91.90	1646	49	88	89
c-l	33.75	605	20	11	19	*f*-34	73.35	1314	0	52	60	*η-c*	92.49	1657	51	91	92
e-c	34.65	621	20	12	20	*b-d*	74.37	1332	− 2	54	62	*d-g*	97.87	1753	76	100	102
b-g	35.55	637	21	12	21	*m-l*	74.54	1335	− 3	55	62	*m*-12	105.26	1885	112	116	118
e-k	36.48	653	+0.021	−0.013	−0.021	*e-m*	74.79	1340	−0.004	−0.056	−0.063	*η-l*	107.45	1925	−0.126	−0.123	−0.124
c-k	37.73	675	21	13	− 22	*η-f*	77.67	1391	− 11	59	67	*e-d*	116.20	2081	177	148	146
g-e	40.26	721	22	15	− 24	*η-h*	78.33	1403	− 12	61	68	*d*-12	118.89	2130	196	154	153
e-l	40.30	721	22	15	− 24	*f*-40	80.69	1445	− 17	66	71	*η-b*	119.68	2144	201	157	156
f-s	40.61	727	22	16	− 24	*η-s*	83.49	1496	− 25	70	75	*d-s*	121.70	2180	216	162	161
h-12	43.08	772	+0.022	−0.018	−0.027	*h*-40	85.06	1524	−0.030	−0.073	−0.078	*h*-12	126.72	2270	−0.255	−0.178	−0.175
s-34	46.32	830	23	20	30	28-34	86.28	1545	− 33	75	79	*η-e*	127.14	2277	258	180	178
g-c	49.44	885	22	24	33	*η*-12	86.43	1548	− 34	76	79	*η-g*	128.33	2299	270	184	180
s-h	57.22	1025	19	32	40	*c-d*	87.37	1565	− 37	78	81	*η*-34	129.79	2335	281	188	184
η-d	61.80	1107	16	38	46	34-*h*	88.91	1593	− 40	80	85	*d-f*	131.90	2362	299	195	192
												d-28	140.96	2525	−0.391	−0.226	−0.222
												η-28	143.04	2562	415	235	231

Anmerkung: In den unter (4) gegebenen Zahlen ist noch ein der Grösse der Distanz proportionales Glied enthalten, welches aber anzubringen war, um die in (4), (5) und (6) gegebenen Werthe als Correctionen der mit demselben genäherten Scalenwerth gerechneten Distanzen direct vergleichbar zu machen. —

§ 10.

Bevor ich zu der Reduction der von mir gemessenen Entfernung zwischen den Sternen der Plejadengruppe schreite, will ich hier noch einmal sämmtliche Daten, welche zu dieser Reduction erforderlich und benutzt sind, in der als endgültig gewählten Form zusammenstellen.

1. Die Theilungsfehler, welche in Anwendung kamen, sind die früher in Strassburg und späterhin von den Theilnehmern an der Venusexpedition bestimmten.
2. Die Temperatur des Instrumentes ist mit Hülfe eines genau verglichenen Quecksilberthermometers, welches am Rohre selbst befestigt ist, bestimmt.
3. Die Refraction und Aberration sind nach den Bessel'schen Formeln berechnet und angebracht; als Elemente für die erstere wurden ein Krille'-sches Heberbarometer und ein Thermometer vor der Nordfront des östlichen Meridiansaales in Verbindung mit dem Thermometer am Instrument selbst benutzt.
4. Die Abhängigkeit der Ocularstellung von der Temperatur wurde nach dem folgenden Ausdruck in Rechnung gebracht:

$$N_t = 8\overset{p}{.}6493 - 0\overset{p}{.}0092\, t^0,$$

wo N_t die Normalstellung für die Temperatur t^0 in Celsiusgraden bedeutet.

5. Die Reduction der Distanz auf Normalstellung giebt die Formel:

Reduction der Distanz von 100 Scalentheilen für eine Ocularverschiebung von 0.1 Millim. gleich 0.008672×0.975 im Sinne von Ocularstellung minus Normalstellung.

6. Der Gang der Mikrometerschraube ist gemäss den in angemessenen Intervallen angestellten besonderen Bestimmungen desselben für die einzelnen Ablesungen in Rechnung gebracht.
7. Die periodischen Fehler der Schraube des Mikroskopes wurden nach der Formel:

$$\text{Corrig. Ablesung} = \text{Wirkliche Ablesg.} - 0.01640 \cos u - 0.00691 \sin u + 0.00312 \cos 2u + 0.00470 \sin 2u$$

für die erste Periode der Messungen bis zum Mai 1891 in Rechnung gebracht, während die Messungen der späteren Periode ohne eine solche Verbesserung direct benutzt werden konnten.

8. Die Reduction der Distanzen auf 0^0 geschah durch den Ausdruck:

$$\varDelta_0 = \varDelta_t - \frac{\varDelta_t}{100} \cdot 0.00065\, t.$$

9. Eine Correction wegen des bei den Messungen der Distanzen auftretenden Ausschlages habe ich nicht angebracht, da ich nach sorgfältigem Beachten des eigentlichen Vorganges der Messung zu der Ueberzeugung

gelangt bin, dass dieser Ausschlag nicht die Wirkung hervorbringt, welche Battermann demselben zuschreibt. Vielmehr glaube ich, wenigstens bei mir, wahrgenommen zu haben, dass doch nur das Durcheinandergehen der Sterne das ausschlaggebende Moment bei der Auffassung der Coincidenz ist. Ausserdem ist dieser Ausschlag stets so klein als möglich gehalten. Auch würde ein doch noch vorhandener Einfluss, da derselbe wesentlich von der Grösse der gemessenen Distanz abhängt, durch die Art und Weise der Bestimmung des Scalenwerthes von selbst mit eliminirt werden.

10. Für den Werth eines Scalentheiles ist auf Grund der auf Seite 34 abgeleiteten Reductionsformel und unter alleiniger Beibehaltung des cubischen Gliedes in Benutzung genommen worden:

$$\varDelta = r s_0 + r \frac{x}{100} + r^3 \frac{z}{(100)^3}$$

$$= 17.91183 r - 0.00054 r - 0.000000053 r^3$$
$$= 17.91129 r - 0.000000053 r^3$$

wo $\varDelta$ die reducirte Distanz, r die Anzahl der Scalentheile, s_0 der angenommene abgerundete Scalenwerth, x die Verbesserung desselben und z das mit der dritten Potenz der Anzahl der Scalentheile zu multiplicirende Glied der Verbesserung ist.

§ 11.

Auf Grund der vorstehenden Annahmen sind die in den folgenden Tabellen gegebenen Messungen reducirt und auf ein einheitliches, vergleichbares Maass gebracht, als welches also hier der für die Distanz von einem Scalentheil gültige Werth des letzteren anzunehmen ist, wie er sich in der Normalstellung N_0 des Oculars bei einer Temperatur von 0^0 aus den besonders zu diesem Zwecke angestellten Messungen der Bögen zwischen $\alpha^1 \alpha^2$ Capricorni, zwischen den Plejadensternen η-17b u. η-27f, sowie aus den Cygnus- und Hydrakreisen ergiebt.

Zusammenstellung der Plejadendistanzen.

Datum.	Axe	Object.	St. Zt.	Inst.-Temp.	Oc.-St.	N.-St.	O.–N.	Wegen Refract., Aberr., Theilgsf. und Gang corrig. Distanz.	Correction wegen Oc.-St.	Correction wegen Temp.	Abstand.	Abw. vom Mittel.	m = mittl. Fehler 1 Beob. M = mittl. Fehler des Mittels.
			h m	°				R			R		
1889 Janr. 22.	*f*	η-*f*	2 13	— 4.2	8.97	8.69	+0.28	77.6403	+185	+ 21	77.6609	— 88	
März 22.	*v*		8 50	— 2.0	8.55	8.67	— 12	6704	— 79	+ 10	6635	— 62	
Aug. 16.	*f*		0 1	+10.3	8.50	8.55	— 5	6702	— 33	— 52	6617	— 80	
„ 25.	*f*		23 26	+ 8.5	8.65	8.57	+ 8	6793	+ 53	— 43	6803	+106	
Sept. 18.	*f*		0 11	+ 2.0	8.65	8.63	+ 2	6671	+ 13	— 10	6674	— 23	$m = \pm 0''.134$
1890 Janr. 31.	*f*		3 1	— 8.0	8.75	8.72	+ 3	6588	+ 20	+ 40	6648	— 49	$M = \pm 0.038$
April 4.	*v*		8 55	+ 8.5	8.52	8.57	— 5	6790	— 33	— 43	6714	+ 17	
Sept. 8.	*f*		23 21	+ 8.5	8.50	8.57	— 7	6785	— 46	— 43	6696	— 1	
Octbr. 20.	*f*		0 38	— 1.0	8.65	8.66	— 1	6806	— 7	+ 5	6804	+107	
„ 22.	*f*		0 43	— 1.0	8.65	8.66	— 1	6592	— 7	+ 5	6590	—107	
Decbr. 15.	*f*		2 42	—12.1	8.90	8.76	+ 14	6586	+ 92	+ 61	6739	+ 42	
1891 Janr. 2.	*f*		1 56	— 6.5	8.90	8.71	+ 19	6636	+125	+ 33	6794	+ 97	
1889 Octbr. 28.	*f*		23 22	+ 7.0	8.62	8.59	+ 3	6749	+ 20	— 35	6734	+ 37	
											77.6697		
1889 Janr. 22.	*f*	η-*b*	2 46	— 4.5	8.97	8.69	+0.28	119.6388	+284	+ 35	119.6707	— 50	
März 4.	*v*		8 19	—11.5	8.80	8.75	+ 5	6724	+ 51	+ 90	6865	+108	
Aug. 22.	*f*		22 28	+12.5	8.50	8.53	— 3	7016	— 30	— 98	6888	+131	
Octbr. 30.	*f*		22 47	+ 8.5	8.62	8.57	+ 5	6686	+ 51	— 66	6671	— 86	$m = \pm 0''.180$
1890 Febr. 21.	*v*		7 20	— 3.5	8.65	8.68	— 3	6668	— 31	+ 27	6664	— 93	$M = \pm 0.061$
März 30.	*v*		8 59	+ 9.0	8.40	8.57	— 17	7020	—173	— 70	6777	+ 20	
Sept. 8.	*f*		23 0	+ 8.8	8.50	8.57	— 7	6741	— 71	— 69	6601	—156	
Octbr. 20.	*f*		0 16	— 0.6	8.65	8.65	0	6840	0	+ 5	6845	+ 88	
„ 22.	*f*		0 24	— 1.0	8.65	8.66	— 1	6658	— 10	+ 8	6656	—101	
Decbr. 15.	*f*		5 47	—13.5	8.90	8.77	+ 13	6567	+132	+105	6802	+ 45	
1891 Janr. 2.	*f*		2 24	— 7.0	8.90	8.71	+ 19	6606	+193	+ 55	6854	+ 97	
											119.6757		
1889 Febr. 5.	*f*	η-*d*	6 33	— 7.5	8.52	8.72	—0.20	61.7906	—105	+ 30	61.7831	—209	
Aug. 25.	*f*		22 56	+ 8.5	8.65	8.57	+ 8	8212	+ 42	— 34	8220	+180	$m = \pm 0''.310$
Sept. 18.	*f*		1 19	+ 1.5	8.65	8.64	+ 1	8040	+ 5	— 6	8039	— 1	$M = \pm 0.127$
Octbr. 30.	*f*		23 18	+ 8.5	8.62	8.57	+ 5	8187	+ 26	— 34	8179	+139	
Decbr. 13.	*f*		1 4	— 4.5	8.80	8.69	+ 11	8063	+ 58	+ 18	8139	+ 99	
1890 Octbr. 22.	*f*		1 31	— 1.7	8.65	8.66	— 1	7828	— 5	+ 7	7830	—210	
											61.8040		
1889 März 3.	*v*	*g*-*e*	6 54	— 9.5	8.80	8.74	+0.06	40.2601	+ 20	+ 25	40.2646	+ 72	$m = \pm 0''.301$
Decbr. 16.	*v*		6 7	— 5.7	8.55	8.70	+ 15	2604	+ 51	+ 15	2670	+ 96	$M = \pm 0.150$
1890 Febr. 10.	*v*		7 46	— 6.5	8.70	8.71	— 1	2309	— 3	+ 17	2323	—251	
Nov. 8.	*f*		2 44	+ 4.0	8.64	8.61	+ 3	2657	+ 10	— 10	2657	+ 83	
											40.2574		
1889 Janr. 22.	*f*	η-*h*	6 13	— 6.5	8.97	8.71	+0.26	78.3308	+173	+ 33	78.3514	+195	$m = \pm 0''.322$
Sept. 18.	*f*		0 33	+ 2.0	8.65	8.63	+ 2	3233	+ 13	— 10	3236	— 83	$M = \pm 0.161$
Octbr. 28.	*f*		23 54	+ 6.5	8.62	8.59	+ 3	3124	+ 20	— 33	3111	—208	
1890 Octbr. 22.	*f*		1 11	— 1.3	8.65	8.66	— 1	3414	— 7	+ 7	3414	+ 95	
											78.3319		
1889 Janr. 22.	*f*	*f*-*h*	7 17	— 5.0	8.97	8.70	+0.27	16.7920	+ 39	+ 5	16.7964	+ 24	$m = \pm 0''.048$
Nov. 12.	*f*		1 5	— 1.5	8.75	8.66	+ 9	7917	+ 13	+ 2	7932	— 8	$M = \pm 0.024$
1890 Decbr. 28.	*f*		2 29	— 8.6	8.80	8.73	+ 7	7940	+ 10	+ 9	7959	+ 19	
1891 März 13.	*v*		9 0	+ 1.7	8.70	8.63	+ 7	7897	+ 10	— 2	7905	— 35	
											16.7940		

Datum.	Axe	Object.	St. Zt.	Inst.-Temp.	Oc.-St.	N.-St.	O.—N.	Wegen Refract., Aberr., Theilgsf. und Gang corrig. Distanz.	Correction wegen Oc.-St.	Temp.	Abstand.	Abw. vom Mittel.	m = mittl. Fehler 1 Beob. M = mittl. Fehler des Mittels.
			h m	°				R			R		
1889 Febr. 13.	v	η-12	6 54	−10.0	8.70	8.74	−0.04	86.4228	− 29	+ 56	86.4255	− 25	$m = \pm 0''.381$
Octbr. 30.	f		0 34	+ 6.8	8.62	8.59	+ 3	4126	+ 23	− 36	4113	−167	$M = \pm 0.190$
1890 Febr. 21.	v		8 17	− 3.5	8.65	8.68	− 3	4167	− 22	+ 20	4165	−115	
Decbr. 11.	v		7 14	− 8.5	8.80	8.73	+ 7	4485	+ 52	+ 48	4585	+305	
											86.4280		
1889 Febr. 12.	f	η-l	8 48	−16.5	8.70	8.80	−0.10	107.4431	− 91	+116	107.4456	− 79	$m = \pm 0''.198$
1890 „ 21.	v		6 31	− 2.5	8.80	8.67	+ 13	4287	+118	+ 18	4423	−112	$M = \pm 0.099$
März 4.	v		7 59	− 5.5	8.67	8.70	− 3	4613	− 28	+ 39	4624	+ 89	
Decbr. 11.	v		6 49	− 8.0	8.80	8.72	+ 8	4507	+ 73	+ 56	4636	+101	
											107.4535		
889 Febr. 12.	f	η-c	8 7	−15.5	8.70	8.79	−0.09	92.4920	− 71	+ 93	92.4942	+ 3	$m = \pm 0''.180$
Octbr. 30.	f		23 47	+ 8.0	8.62	8.58	+ 4	4889	+ 31	− 48	4872	− 67	$M = \pm 0.090$
Decbr. 31.	f		1 20	− 3.0	8.75	8.68	+ 7	4781	+ 63	+ 18	4862	− 77	
890 Octbr. 22.	f		2 5	− 1.7	8.65	8.67	− 2	5086	− 16	+ 10	5080	+141	
											92.4939		
889 Febr. 12.	f	η-e	7 37	−14.5	8.70	8.78	−0.08	127.1141	− 87	+120	127.1174	−200	$m = \pm 0''.271$
Decbr. 31.	f		0 48	− 2.0	8.75	8.67	+ 8	1251	+ 87	+ 17	1355	− 19	$M = \pm 0.136$
890 Febr. 21.	v		6 52	− 3.3	8.65	8.68	− 3	1438	− 33	+ 27	1432	+ 58	
Decbr. 11.	v		5 52	− 7.5	8.80	8.72	+ 8	1385	+ 87	+ 62	1534	+160	
											127.1374		
889 Febr. 12.	f	η-g	6 43	−13.5	8.70	8.77	−0.07	128.3266	− 77	+112	128.3301	− 2	$m = \pm 0''.091$
890 „ 10.	v		7 22	− 6.5	8.70	8.71	− 1	3133	− 11	+ 54	3176	−127	$M = \pm 0.046$
Decbr. 11.	v		5 20	− 7.5	8.80	8.72	+ 8	3161	+ 87	+ 62	3310	+ 7	
891 März 12.	v		8 27	0.0	8.70	8.65	+ 5	3371	+ 55	0	3426	+123	
											128.3303		
890 Febr. 13.	v	η-28	8 9	− 4.8	8.70	8.69	+ 1	143.0217	+ 12	+ 45	143.0374	− 30	$m = \pm 0''.100$
März 4.	v		7 25	− 5.5	8.67	8.70	− 3	0451	− 37	+ 51	0465	+ 61	$M = \pm 0.050$
Decbr. 15.	v		6 25	−14.0	8.90	8.78	+ 12	0067	+146	+130	0343	− 61	
891 März 23.	f		8 35	− 3.0	8.69	8.68	+ 1	0393	+ 12	+ 28	0433	+ 31	
											143.0404		
889 Febr. 3.	f	η-5	6 12	− 7.7	8.70	8.72	−0.02	83.4709	− 14	+ 42	83.4737	−215	$m = \pm 0''.268$
März 4.	v		7 48	−10.5	8.80	8.75	+ 5	4873	+ 35	+ 57	4965	+ 13	$M = \pm 0.134$
890 „ 4.	v		7 3	− 4.5	8.67	8.69	− 2	5068	− 14	+ 24	5078	+126	
Decbr. 11.	v		7 50	− 8.5	8.80	8.73	+ 7	4930	+ 50	+ 46	5026	+ 74	
											83.4952		
89 Febr. 13.	v	b-g	7 23	− 9.5	8.70	8.74	−0.04	35.5429	− 12	+ 22	35.5439	− 30	
Decbr. 16.	v		5 44	− 5.5	8.85	8.70	+ 15	5367	+ 45	+ 13	5425	− 40	$m = \pm 0''.127$
90 Febr. 10.	v		6 36	− 6.0	8.70	8.70	0	5442	0	+ 14	5456	− 13	$M = \pm 0.057$
April 13.	v		9 42	+ 2.5	8.61	8.63	− 2	5608	− 6	− 6	5596	+127	
Nov. 8.	f		2 15	+ 4.0	8.64	8.61	+ 3	5431	+ 9	− 9	5431	− 38	
											35.5469		
89 März 3.	v	b-c	8 50	−12.0	8.80	8.76	+0.04	67.1737	+ 23	+ 52	67.1812	− 47	$m = \pm 0''.221$
Nov. 1.	f		23 20	+ 5.5	8.70	8.60	+ 10	1821	+ 57	− 24	1854	− 5	$M = \pm 0.111$
Decbr. 13.	f		23 42	− 3.5	8.80	8.68	+ 12	1949	+ 67	+ 15	2031	+172	
90 Febr. 2.	v		6 55	− 7.5	8.70	8.72	− 2	1716	− 11	+ 33	1738	−121	
											67.1859		

Datum.	Axe	Object.	St. Zt.	Inst.-Temp.	Oc.-St.	N.-St.	O.—N.	Wegen Refract., Aberr., Theilgst. und Gang corrig. Distanz.	Correction wegen Oc.-St.	Correction wegen Temp.	Abstand.	Abw. vom Mittel.	m = mittl. Fehler 1 Beob. M = mittl. Fehler des Mittels.
			h m	o				R			R		
1889 Nov. 14.	*f*	*b-d*	0 48	0.0	8.90	8.65	+0.25	74.3649	+158	0	74.3807	+ 69	
1890 Febr. 1.	*v*		7 57	— 9.8	8.78	8.74	+ 4	3763	+ 25	+ 47	3845	+107	$m = \pm 0\overset{''}{.}212$
„ 9.	*v*		7 50	— 4.8	8.70	8.69	+ 1	3716	+ 6	+ 23	3745	+ 7	$M = \pm 0.095$
Dec. 7.	*f*		23 24	— 4.2	8.70	8.69	+ 1	3514	+ 7	+ 20	3541	—197	
1891 März 12.	*v*		7 44	+ 0.3	8.70	8.65	+ 5	3723	+ 31	— 1	3753	+ 15	
											74.3738		
1889 März 3.	*v*	*g-c*	7 37	—11.0	8.80	8.75	+0.05	49.4548	+ 21	+ 35	49.4604	+208	$m = \pm 0\overset{''}{.}251$
Nov. 1.	*f*		23 54	+ 5.0	8.70	8.60	+ 10	4322	+ 42	— 16	4348	— 48	$M = \pm 0.125$
„ 26.	*f*		1 24	+ 0.2	8.82	8.65	+ 17	4261	+ 71	— 1	4331	— 65	
Decbr. 13.	*f*		23 6	— 3.0	8.80	8.68	+ 12	4242	+ 50	+ 10	4302	— 94	
											49.4396		
1890 Febr. 14.	*v*	*e-m*	9 13	— 4.5	8.85	8.69	+0.16	74.7611	+102	+ 22	74.7735	—189	$m = \pm 0\overset{''}{.}290$
März 4.	*v*		8 36	— 6.5	8.67	8.71	— 4	7899	— 25	+ 31	7905	— 19	$M = \pm 0.145$
Nov. 13.	*f*		1 48	+ 2.5	8.60	8.63	— 3	8162	— 19	— 12	8131	+207	
1891 März 23.	*v*		8 35	— 3.0	8.69	8.68	+ 1	7907	+ 6	+ 14	7927	+ 3	
											74.7924		
1889 Decbr. 18.	*f*	*e-l*	0 36	+ 0.5	8.85	8.64	+0.21	40.3091	+ 72	— 1	40.3162	+163	$m = \pm 0\overset{''}{.}226$
1890 Nov. 13.	*f*		23 36	+ 4.0	8.60	8.61	— 1	2892	— 3	— 10	2879	—120	$M = \pm 0.113$
Decbr. 30.	*f*		1 38	—10.8	8.80	8.75	+ 5	2879	+ 17	+ 28	2924	— 75	
„ 31.	*v*		2 6	—10.5	8.80	8.75	+ 5	2986	+ 17	+ 27	3030	+ 31	
											40.2999		
1889 März 23.	*v*	*e-c*	6 20	— 8.5	8.80	8.73	+0.07	34.6433	+ 21	+ 19	34.6473	— 53	$m = \pm 0\overset{''}{.}204$
Nov. 1.	*f*		0 38	+ 5.5	8.70	8.60	+ 10	6398	+ 29	— 12	6415	—111	$M = \pm 0.102$
1890 Nov. 10.	*f*		1 53	+ 0.7	8.60	8.64	— 4	6694	— 12	— 2	6680	+154	
1891 März 13.	*v*		8 7	+ 2.2	8.70	8.63	+ 7	6519	+ 21	— 5	6535	+ 9	
											34.6526		
1889 Nov. 14.	*f*	*e-d*	2 26	— 0.7	8.90	8.66	+0.24	116.1897	+237	+ 5	116.2139	+149	$m = \pm 0\overset{''}{.}208$
1890 Febr. 1.	*v*		8 27	—10.0	8.78	8.74	+ 4	1791	+ 40	+ 75	1906	— 84	$M = \pm 0.104$
„ 9.	*v*		6 59	— 4.0	8.70	8.69	+ 1	1973	+ 20	+ 30	2023	+ 33	
Decbr. 9.	*v*		6 7	— 8.5	8.80	8.73	+ 7	1757	+ 70	+ 64	1891	— 99	
											116.1990		
1889 Nov. 20.	*f*	*m-l*	1 53	— 2.5	8.90	8.67	+0.23	74.5146	+146	+ 12	74.5304	— 57	
1890 Febr. 10.	*v*		9 40	— 8.0	8.70	8.72	— 2	5413	— 13	+ 38	5438	+ 77	$m = \pm 0\overset{''}{.}100$
„ 14.	*v*		9 34	— 4.5	8.85	8.69	+ 16	5276	+102	+ 22	5400	+ 39	$M = \pm 0.045$
Decbr. 9.	*v*		7 29	— 7.0	8.80	8.71	+ 9	5239	+ 58	+ 34	5331	— 30	
1891 März 12.	*v*		8 56	— 0.3	8.70	8.65	+ 5	5300	+ 32	+ 2	5334	— 27	
											74.5361		
1890 Febr. 10.	*v*	*m*-12	9 12	— 7.5	8.70	8.72	—0.02	105.2475	— 18	+ 51	105.2508	— 42	$m = \pm 0\overset{''}{.}142$
„ 12.	*v*		6 23	— 3.0	8.70	8.68	+ 2	2592	+ 18	+ 20	2630	+ 80	$M = \pm 0.071$
März 4.	*v*		9 16	— 6.5	8.70	8.71	— 1	2427	— 10	+ 44	2461	— 89	
Decbr. 7.	*f*		1 53	— 5.0	8.70	8.69	+ 1	2555	+ 10	+ 34	2599	+ 49	
											105.2550		

Datum.	Axe	Object.	St. Zt.	Inst.-Temp.	Oc.-St.	N.-St.	O.—N.	Wegen Refract., Aberr., Theilgsf. und Gang corrig. Distanz.	Correction wegen Oc.-St.	Correction wegen Temp.	Abstand.	Abw. vom Mittel.	m = mittl. Fehler 1 Beob. M = mittl. Fehler des Mittels.
			h m	o				R			R		
1889 April 7.	v	c-l	9 34	+ 6.5	8.62	8.59	+0.03	33.7589	+ 9	— 14	33.7584	+ 89	
Nov. 24.	f		23 40	+ 3.0	8.82	8.62	+ 20	7602	+ 57	— 6	7653	+158	$m = \pm 0''.245$
Decbr. 16.	v		7 14	— 5.7	8.85	8.70	+ 15	7237	+ 43	+ 12	7292	—203	$M = \pm 0.109$
1890 März 9.	v		8 31	— 1.0	8.65	8.66	— 1	7462	— 3	+ 2	7461	— 34	
Nov. 13.	f		23 5	+ 4.0	8.60	8.61	— 1	7496	— 3	— 8	7285	— 10	
											33.7495		
1889 Nov. 24.	f	c-k	0 40	+ 3.0	8.82	8.62	+0.20	37.7254	+ 57	— 7	37.7304	— 10	$m = \pm 0''.247$
Decbr. 16.	v		6 42	— 6.0	8.85	8.70	+ 15	7081	+ 48	+ 14	7143	—171	$M = \pm 0.124$
März 9.	v		8 50	— 0.5	8.65	8.65	0	7328	0	+ 1	7329	+ 15	
Nov. 13.	f		22 37	+ 3.8	8.60	8.61	— 1	7492	— 3	— 9	7480	+166	
											37.7314		
1889 Octbr. 30.	f	c-d	1 28	+ 6.0	8.62	8.59	+0.03	87.3582	+ 23	— 34	87.3571	—133	$m = \pm 0''.320$
Nov. 14.	f		1 26	— 0.5	8.90	8.65	+ 25	3560	+185	+ 3	3748	+ 44	$M = \pm 0.160$
1890 Dec. 9.	v		6 48	— 8.5	8.80	8.73	+ 7	3451	+ 53	+ 48	3552	—152	
„ 17.	v		0 46	— 9.0	8.90	8.73	+ 17	3767	+126	+ 50	3943	+239	
											87.3704		
1889 Nov. 12.	f	l-12	2 17	— 2.5	8.75	8.67	+0.08	43.0823	+ 29	+ 7	43.0859	+ 48	
Decbr. 18.	f		2 20	— 1.5	8.85	8.66	+ 19	0566	+ 69	+ 4	0639	—172	$m = \pm 0''.204$
1890 März 15.	v		9 19	+ 9.5	8.50	8.56	— 6	0993	— 22	— 26	0945	+134	$M = \pm 0.091$
„ 30.	v		8 31	+ 9.7	8.30	8.56	— 26	0959	— 95	— 26	0838	+ 27	
Decbr. 7.	f		23 55	— 4.7	8.70	8.69	+ 1	0756	+ 4	+ 13	0773	— 38	
											43.0811		
1889 Febr. 13.	f	k-l*)	5 33	—11.5	8.70	8.75	—0.05	8.3780	— 4	+ 6	8.3782	+ 88	$m = \pm 0''.116$
Nov. 23.	f		23 46	— 1.0	8.82	8.66	+ 16	3627	+ 11	+ 1	3639	— 55	$M = \pm 0.058$
Decbr. 18.	f		1 38	— 0.8	8.85	8.65	+ 20	3560	+ 14	0	3652	— 42	
1890 „ 30.	v		6 22	—13.5	8.80	8.77	+ 3	3393	+ 2	+ 7	3702	+ 8	
											8.3694		
1889 Nov. 22.	f	d-12	1 45	— 3.0	8.80	8.68	+0.12	118.8539	+121	+ 23	118.8693	—187	$m = \pm 0''.254$
1890 Febr. 9.	v		6 7	— 3.8	8.70	8.68	+ 2	8876	+ 20	+ 29	8925	+ 45	$M = \pm 0.127$
„ 21.	v		8 56	— 3.8	8.65	8.68	— 3	9035	— 31	+ 29	9033	+153	
Decbr. 17.	v		1 25	— 9.5	8.90	8.74	+ 16	8633	+162	+ 73	8868	— 12	
											118.8880		
890 Decbr. 9.	v	d-g	5 41	— 8.3	8.80	8.73	+0.07	97.8559	+ 59	+ 52	97.8670	— 51	
„ 17.	v		23 54	— 8.5	8.90	8.73	+ 17	3463	+141	+ 54	8658	— 63	$m = \pm 0''.176$
„ 30.	v		6 45	—13.5	8.80	8.77	+ 3	8691	+ 25	+ 85	8801	+ 80	$M = \pm 0.080$
„ 31.	v		0 39	— 9.0	8.80	8.73	+ 7	8733	+ 58	+ 57	8848	+127	
891 März 12.	v		8 8	0.0	8.70	8.65	+ 5	8585	+ 41	0	8626	— 95	
											97.8721		
890 Febr. 13.	v	d-28	7 49	— 4.5	8.70	8.69	+0.01	140.9493	+ 12	+ 41	140.9546	— 12	$m = \pm 0''.280$
„ 21.	v		9 27	— 4.2	8.65	8.69	— 4	9758	— 48	+ 38	9748	+190	$M = \pm 0.140$
Decbr. 15.	v		6 54	—14.0	8.90	8.78	+ 12	9301	+144	+127	9572	+ 14	
891 März 22.	f		9 0	— 1.5	8.69	8.66	+ 3	9317	+ 36	+ 14	9367	—191	
											140.9558		

*) Für das Sternpaar k-l sind in der Rubrik Abstand auch bereits die Reductionen wegen Nicht-Coincidenz der ptischen Axen der Objectivhälften angebracht.

Datum.	Axe	Object.	St. Zt.	Inst.-Temp.	Oc.-St.	N.-St.	O.—N.	Wegen Refract., Aberr., Theilgsf. und Gang corrig. Distanz.	Correction wegen Oc.-St.	Correction wegen Temp.	Abstand.	Abw. vom Mittel.	m = mittl. Fehler 1 Beob. M = mittl. Fehler des Mittels.
			h m	°				R			R		
1889 Nov. 11.	*f*	*d*-5	22 10	+ 1.5	8.65	8.64	+0.01	121.7184	+ 9	— 12	121.7181	+159	$m = \pm 0\overset{''}{.}223$
Decbr. 16.	*f*		23 44	— 2.5	8.85	8.67	+ 18	6750	+186	+ 20	6956	— 66	$M = \pm 0.112$
1890 Febr. 9.	*v*		8 49	— 5.5	8.70	8.70	0	7015	0	+ 43	7058	+ 36	
Decbr. 17.	*f*		2 16	—10.5	8.90	8.75	+ 15	6659	+154	+ 82	6895	—127	
											121.7022		
1889 Nov. 12.	*f*	*s*-28	2 24	— 1.8	8.75	8.66	+0.09	91.8761	+ 71	+ 11	91.8843	—155	$m = \pm 0\overset{''}{.}293$
Decbr. 31.	*f*		1 48	— 3.5	8.75	8.68	+ 7	8813	+ 62	+ 21	8896	—102	$M = \pm 0.146$
1890 Febr. 13.	*v*		8 55	— 5.3	8.70	8.70	0	9178	0	+ 31	9209	+211	
Decbr. 9.	*f*		2 30	— 5.5	8.80	8.70	+ 10	8936	+ 78	+ 32	9046	+ 48	
											91.8998		
1889 Nov. 13.	*f*	28-34	1 39	— 2.5	8.75	8.67	+0.08	86.2642	+ 59	+ 14	86.2715	—122	$m = \pm 0\overset{''}{.}223$
Decbr. 31.	*f*		2 17	— 3.5	8.75	8.68	+ 7	2674	+ 52	+ 20	2746	— 91	$M = \pm 0.112$
1890 Febr. 13.	*v*		9 25	— 5.3	8.70	8.70	0	2893	0	+ 30	2923	+ 86	
1890 Octbr. 13.	*f*		23 45	— 9.0	8.80	8.73	+ 7	2863	+ 52	+ 50	2965	+128	
											86.2837		
1889 April 7.	*v*	*f*-3	9 8	+ 7.0	8.62	8.59	+0.03	40.5875	+ 11	— 18	40.5868	—281	$m = \pm 0\overset{''}{.}338$
Nov. 12.	*f*		1 45	— 1.5	8.75	8.66	+ 9	6165	+ 35	+ 4	6204	+ 55	$M = \pm 0.168$
1890 März 22.	*v*		9 18	+ 4.5	8.70	8.61	+ 9	6235	+ 31	— 12	6254	+105	
Decbr. 28.	*f*		1 21	— 8.0	8.80	8.72	+ 8	6220	+ 28	+ 21	6269	+120	
											40.6149		
1889 März 22.	*v*	*h*-*s*	9 19	— 2.0	8.55	8.67	+0.12	57.2287	— 58	+ 7	57.2236	+ 71	$m = \pm 0\overset{''}{.}300$
1890 „ 22.	*v*		8 49	+ 4.5	8.70	8.61	+ 9	2227	+ 44	— 17	2200	+ 35	$M = \pm 0.150$
Decbr. 28.	*f*		1 48	— 8.3	8.80	8.73	+ 7	1858	+ 34	+ 31	1923	—242	
1891 März 13.	*v*		8 36	+ 1.9	8.70	8.63	+ 7	2275	+ 34	— 7	2302	+137	
											57.2165		
1889 Nov. 13.	*f*	*s*-34	2 9	— 2.5	8.75	8.67	+0.08	46.3049	+ 32	+ 8	46.3089	—107	$m = \pm 0\overset{''}{.}164$
Decbr. 16.	*f*		1 12	— 3.5	8.85	8.68	+ 17	3178	+ 67	+ 11	3256	+ 60	$M = \pm 0.082$
1890 „ 9.	*f*		1 56	— 5.2	8.80	8.70	+ 10	3097	+ 39	+ 16	3152	— 44	
„ 30.	*f*		2 28	—11.0	8.80	8.75	+ 5	3234	+ 19	+ 33	3286	+ 90	
											46.3196		
1889 Decbr. 16.	*f*	*s*-40	0 14	— 2.5	8.85	8.67	+0.18	91.0160	+139	+ 15	91.0314	— 74	$m = \pm 0\overset{''}{.}232$
1890 März 29.	*v*		8 43	+15.0	8.40	8.51	— 11	0665	— 86	— 89	0490	+102	$M = \pm 0.116$
Decbr. 15.	*f*		23 23	—11.0	8.80	8.75	+ 5	0141	+ 38	+ 65	0244	—144	
1891 Janr. 1.	*f*		1 58	—10.8	8.80	8.75	+ 5	0404	+ 38	+ 64	0506	+118	
											91.0388		
1890 Decbr. 15.	*f*	*f*-40	1 40	—12.2	8.80	8.76	+0.04	80.6685	+ 28	+ 63	80.6776	—121	$m = \pm 0\overset{''}{.}250$
„ 17.	*v*		5 7	—12.8	8.90	8.77	+ 13	6847	+ 89	+ 67	7003	+106	$M = \pm 0.125$
„ 30.	*v*		7 14	—14.0	8.80	8.75	+ 2	6683	+ 21	+ 73	6777	—120	
1891 Janr. 1.	*f*		1 35	—10.6	8.80	8.75	+ 5	6943	+ 34	+ 55	7032	+135	
											80.6897		
1889 Nov. 13.	*f*	34-40	0 55	— 2.0	8.75	8.67	+0.08	72.7973	+ 50	+ 9	72.8032	— 91	$m = \pm 0\overset{''}{.}174$
Decbr. 16.	*f*		1 51	— 4.0	8.85	8.69	+ 16	7929	+ 99	+ 18	8046	— 77	$M = \pm 0.087$
1890 Febr. 12.	*v*		8 50	— 4.4	8.70	8.69	+ 1	8180	+ 6	+ 20	8206	+ 83	
Decbr. 13.	*f*		0 29	— 9.5	8.80	8.74	+ 6	8126	+ 37	+ 44	8207	+ 84	
											72.8123		

Datum.	Axe	Object.	St. Zt.	Inst.-Temp.	Oc.-St.	N.-St.	O.—N.	Wegen Refract., Aberr., Theilgsf. und Gang corrig. Distanz.	Correction wegen Oc.-St.	Correction wegen Temp.	Abstand.	Abw. vom Mittel.	m = mittl. Fehler 1 Beob. M = mittl. Fehler des Mittels.
			h m	°				R			R		
1889 März 6.	(v)	h-34	7 46	—10.3	8.55	8.74	—0.19	88.8991	—143	+ 59	88.8907	—175	$m = \pm 0\overset{''}{.}291$
1890 Decbr. 17.	v		6 46	—14.5	8.90	8.78	+ 12	9023	+ 90	+ 83	9199	+117	$M = \pm 0.146$
„ 31.	v		1 7	— 9.5	8.80	8.74	+ 6	9141	+ 45	+ 54	9240	+158	
1891 Janr. 1.	v		6 28	—13.6	8.80	8.77	+ 3	8880	+ 23	+ 78	8981	—101	
											88.9082		
1889 Nov. 13.	f	h-40	22 50	— 1.0	8.75	8.66	+ 9	85.0377	+ 65	+ 6	85.0448	—111	$m = \pm 0\overset{''}{.}225$
1890 Febr. 12.	v		7 27	— 4.0	8.70	8.69	+ 1	0702	+ 7	+ 22	0731	+172	$M = \pm 0.112$
März 15.	v		8 48	+10.0	8.50	8.56	— 6	0674	— 43	— 55	0576	+ 17	
Decbr. 15.	f		23 55	—11.2	8.80	8.75	+ 5	0384	+ 36	+ 62	0482	— 72	
											85.0559		
1889 Nov. 22.	f	h-12	2 34	— 3.0	8.80	8.68	+0.12	126.7007	+129	+ 25	126.7161	— 80	$m = \pm 0\overset{''}{.}118$
1890 Febr. 12.	v		6 54	— 3.2	8.70	8.68	+ 2	7124	+ 21	+ 26	7171	— 70	$M = \pm 0.059$
Decbr. 7.	f		2 26	— 4.7	8.70	8.69	+ 1	7062	+ 12	+ 39	7113	—128	
1891 März 23.	f		9 1	— 3.2	8.69	8.68	+ 1	7232	+ 12	+ 26	7270	+ 29	
											126.7179		
1889 Nov. 22.	f	d-f	1 15	— 3.0	8.80	8.68	+0.12	131.8724	+134	+ 26	131.8884	— 67	$m = \pm 0\overset{''}{.}172$
1890 Decbr. 9.	f		1 27	— 5.1	8.80	8.70	+ 10	8760	+111	+ 43	8914	— 37	$M = \pm 0.086$
„ 15.	f		2 7	—12.4	8.90	8.76	+ 14	8654	+155	+105	8914	— 37	
„ 17.	f		2 46	—11.5	8.90	8.75	+ 15	8828	+167	+ 98	9093	+142	
											131.8951		
1889 März 4.	v	η-34	7 13	— 9.8	8.80	8.74	+0.06	129.7609	+ 66	+ 81	129.7756	—192	$m = \pm 0\overset{''}{.}251$
1890 Decbr. 29.	f		0 41	—10.5	8.80	8.75	+ 5	7861	+ 54	+ 87	8002	+ 54	$M = \pm 0.125$
„ 30.	f		2 5	—10.7	8.80	8.75	+ 5	7944	+ 54	+ 89	8087	+141	
1891 Janr. 2.	f		1 32	— 6.5	8.90	8.71	+ 19	7683	+209	+ 54	7946	— 2	
											129.7948		
1890 Decbr. 17.	v	f-34	5 34	—12.0	8.90	8.76	+0.14	73.3563	+ 87	+ 56	73.3706	+183	$m = \pm 0\overset{''}{.}220$
„ 17.	v		6 5	—14.0	8.90	8.78	+ 12	3343	+ 75	+ 66	3484	— 39	$M = \pm 0.110$
„ 29.	f		1 58	—11.5	8.80	8.75	+ 5	3346	+ 31	+ 54	3431	— 92	
1891 Janr. 1.	f		2 29	—11.8	8.80	8.76	+ 4	3392	+ 25	+ 55	3472	— 51	
											73.3523		
1889 Decbr. 18.	f	e-k	1 12	— 0.5	8.85	8.65	+0.20	36.4684	+ 62	+ 1	36.4747	— 21	$m = \pm 0\overset{''}{.}127$
1890 Nov. 13.	f		0 12	+ 3.8	8.60	8.61	— 1	4691	— 3	— 9	4679	— 89	$M = \pm 0.064$
1891 März 13.	v		7 40	+ 2.5	8.70	8.63	+ 7	4818	+ 22	— 6	4802	+ 34	
„ 22.	f		7 49	— 1.5	8.69	8.68	+ 1	4836	+ 3	+ 4	4843	+ 75	
											36.4768		

Die einzelnen Columnen der vorstehenden Messungsergebnisse enthalten der Reihe nach: Das Datum der Messung, Lage des Instrumentes, die Sterne, welche die gemessene Distanz begrenzen, Sternzeit der Messung, Temperatur des Instrumentes zur Zeit der Messung, die Ocularstellung, die der angegebenen Temperatur entsprechende Normalstellung des Oculers, die Differenz dieser beiden Daten im Sinne Ocular-Stellung — Normalstellung. Weiterhin die Anzahl der Scalentheile für die gemessene Distanz, nachdem schon die Correctionen wegen Theilungsfehler, Run, event. periodische Fehler der Mikrometerschraube, Refraction und Aberration angebracht sind. Die beiden folgenden Reihen geben die Reduction dieser Distanz wegen Abweichung der jeweiligen Ocularstellung von der Normalstellung und diejenige wegen der Temperatur des Instrumentes, also die Reduction der Distanz auf 0° C. —

Die nach Summirung der drei letzten Columnen erhaltene wirkliche Distanz ausgedrückt in Scalentheilen, von der oben angegebenen Bedeutung, giebt die nächste Spalte. Unter derselben findet sich nach jedem einzelnen Sternpaar das Mittel der Distanz, welches dann weiterhin in der Rechnung zur Verwendung gelangte. Ausserdem ist noch die Abweichung jeder einzelnen Messung gegen das bezügliche Mittel in Einheiten der 4. Decimale hinzugefügt.

Die wahrscheinlichen Fehler einer aus 4 Einzelmessungen bestehenden Distanz schwanken zwischen $\pm 0^{R}.0014$ und $\pm 0^{R}.0106$, was einem Winkelwerthe von 0″.024 resp. 0″.190 entspricht, im Mittel hat man aus allen Distanzen $\pm 0^{R}.0060$ = 0″107.

Im Grossen und Ganzen sind die grösseren Fehler auch durch grössere Distanzen und namentlich durch die Verbindung der schwächeren Sterne bedingt.

§ 12.

Der nun vorzunehmenden Ausgleichung zwischen diesen gemessenen Distanzen sind die von Elkin gefundenen Positionen der Plejadensterne zu Grunde gelegt. Aus den dort gegebenen Rectascensionen und Declinationen wurden rückwärts die Distanzen der hier in Betracht kommenden Sterne berechnet und diese Werthe mit den von mir gefundenen Distanzen verglichen.

Verwandlung der in Scalentheilen (Revol.) ausgedrückten Distanzen in Bogenmass, nebst Correctionen wegen der fortschreitenden Aenderung des Scalenwerthes, sowie Vergleichung mit den Elkin'schen und Battermann'schen Distanzen.

Bezeichnung der Distanzen.	Distanz in Scalentheilen.	Log. der Distanz in Secunden.	Distanz in Secunden.	Red. wegen Aenderung des Scalenw.	A. Red. Distanz in Secunden.	E. Distanz bei Elkin.	Distanz bei Battermann.	A — E. (n)	Corr. wegen Eigenbewegung.	Wegen Eigenbew. korr. A — E.	
	R		″	″	″	″	″	″	″	″	
e-k Plej.	8.3694	2.1758343	149.911	—0.004	149.91	149.88		+0.03	+0.01	+0.04	
f-h	16.7940	2.4782941	300.811	8	300.80	300.89	300.64	— 9	— 4	— 5	
c-l	33.7495	2.7814074	604.525	19	604.51	604.48		+ 3	— 1	+ 2	
e-c	34.6526	2.7928758	620.692	20	620.67	620.58	620.56	+ 9	0	+ 9	+0″.02
b-g	35.5469	2.8039418	636.710	21	636.69	636.73	636.73	— 4	+ 2	— 2	
e-k	36.4768	2.8151567	653.366	—0.021	653.34	653.44		—0.10	+0.04	—0.06	
c-k	37.7314	2.8298429	675.838	22	675.83	675.74		+ 9	+ 1	+ 10	
g-e	40.2574	2.8579857	721.084	24	721.06	720.80	720.86	+ 26	0	+ 26	
e-l	40.2999	2.8484439	721.845	24	721.82	721.94		— 12	+ 2	— 10	
f-s	40 6149	2.8618254	727.487	24	727.46	727.48		— 2	— 3	— 5	
l-12	43.0811	2.8874268	771.661	—0.027	771.63	771.56		+0.07	+0.06	+0.13	
s-34	46.3196	2.9189048	829.669	30	829.64	829.79		— 15	+ 10	— 5	+0″.13
g-c	49.4396	2.9472150	885.554	33	885.52	885.00	884.97	+ 52	0	+ 52	
s-h	57.2165	3.0106613	1024.852	40	1024.81	1024.84		— 3	— 7	— 10	
η-d	61.8040	3.0441566	1107.023	46	1106.98	1106.77	1107.12	+ 21	— 1	+ 20	
b-c	67.1859	3.0804181	1203.422	—0.052	1203.37	1203.03	1203.33	+0.34	+0.06	+0.40	
34-40	72.8123	3.1153448	1304.202	59	1304.14	1303.90		+ 24	— 0	+ 24	
l-34	73.3523	3.1185538	1313.874	60	1313.81	1313.99		— 18	0	— 18	
b-d	74.3738	3.1245599	1332.171	62	1332.11	1332.20	1332.11	— 9	+ 2	— 7	
m-l	74.5361	3.1255067	1335.078	62	1335.02	1334.90		— 12	— 3	— 15	
m-e	74.7924	3.1269974	1339.669	—0.063	1339.60	1339.79		—0.19	+0.03	—0.16	
η-f	77.6697	3.1433916	1391.206	67	1391.14	1391.17	1391.17	— 3	0	— 3	
η-h	78.3319	3.1470786	1403.068	68	1403.00	1402.82	1403.08	+ 18	+ 1	+ 19	
f-40	80.6897	3.1599581	1445.300	71	1445.23	1445.25		— 2	— 1	— 3	—0″.02
η-s	83.4952	3.1748015	1495.552	75	1495.48	1495.47		+ 1	— 14	— 13	
h-40	85.0559	3.1828445	1523.507	—0.078	1523.43	1523.34		+0.09	—0.02	+0.07	
28-34	86.2837	3.1890688	1545.499	79	1545.42	1545.32		+ 10	— 1	+ 9	
η-12	86.4280	3.1897945	1548.084	79	1548.01	1548.20		— 19	— 3	— 22	
c-d	87.3704	3.1945043	1564.964	81	1564.88	1564.49	1564.52	+ 39	+ 4	+ 43	
34-*h*	88.9082	3.2020818	1592.509	85	1592.42	1592.70		— 28	— 3	— 31	
s-40	91.0388	3.2123665	1630.672	—0.088	1630.58	1630.39		+0.19	+0.06	+0.25	
28-5	91.8998	3.2164545	1646.093	89	1646.00	1645.94		+ 6	+ 7	+ 13	
η-c	92.4939	3.2192531	1656.735	92	1656.64	1656.87	1656.85	— 23	— 1	— 24	
d-g	97.8721	3.2437989	1753.069	102	1752.97	1752.94	1752.69	+ 3	0	+ 3	
m-12	105.2550	3.2753828	1885.310	118	1885.19	1885.20		— 1	— 3	— 4	+0″.04
η-l	107.4535	3.2843605	1924.689	—0.124	1924 57	1924.40		+0.17	+0.01	+0.18	
e-d	116.1990	3.3183424	2081.337	146	2081.19	2081.25	2081.58	— 6	+ 2	— 4	
d-12	118.8880	3.3282780	2129.502	153	2129.35	2129.27		+ 8	0	+ 8	
η-b	119.6757	3.3311460	2143.611	156	2143 46	2143.36	2143.39	+ 9	+ 2	+ 11	
d-s	121.7022	3.3384385	2179.910	161	2179.75	2179.23		+ 52	— 16	+ 36	
h-12	126.7179	3.3559780	2269.750	—0.175	2269.57	2269.33		+0.24	—0.04	+0.20	
η-e	127.1374	3.3574133	2277.264	178	2277.08	2277.41	2277.42	— 33	+ 1	— 32	
η-g	128.3303	3.3614692	2298.631	180	2298.45	2298.80	2298.50	— 35	— 2	— 37	
η-34	129.7948	3.3663973	2324.863	184	2324.68	2324.72		— 4	— 4	— 8	—0″.04
d-f	131.8951	3.3733689	2362.483	192	2362.29	2362.24	2362.27	+ 5	— 1	+ 4	
d-28	140.9558	3.4022230	2524.777	—0.222	2524.55	2524.52		+0.03	—0.02	+0.01	
η-28	143.0404	3.4085987	2562.115	231	2561.88	2562.04		— 16	+ 1	— 15	

In vorstehender Tabelle habe ich die zunächst in Scalentheilen gegebenen Entfernungen nach den oben dargelegten Auseinandersetzungen in Bogenmaass ausgedrückt. Ich habe dort, um nochmals einen Ueberblick über die angewandte Reductionsmethode zu geben, die an den genähert gerechneten Bogen noch anzubringende Correction angegeben, und zwar die cubische Reduction allein.

Eine Vergleichung mit den Elkin'schen und Battermann'schen Werthen ist beigefügt. Für die Ersteren ist die aus den Bessel'schen und Elkin'schen Positionen folgende Eigenbewegung in Betracht gezogen werden, sodass diese Werthe wirklich streng miteinander vergleichbar sind.

Es geht aus den Differenzen der Elkin'schen gegen meine Messungen, sofern man aus entsprechenden Gruppen Mittel nimmt, um die zufälligen Differenzen zu eliminiren, ziemlich sicher hervor, dass ein fortschreitender systematischer Fehler in beiden Messungsreihen wohl kaum noch zu befürchten sein dürfte.

§ 13.

Die Unterschiede zwischen den Elkin'schen Distanzen und den meinigen sind als Grundlage für Aufsuchung der Verbesserungen der Elkin'schen Coordinaten in die Ausgleichung eingesetzt worden. Es sind die in Columne n stehenden Werthe, ausgedrückt in Secunden. — Die angefügte Tabelle (vgl. Anhang) giebt die den einzelnen Distanzen zukommenden Coefficienten in Bezug auf ihre Einwirkung auf die bedingten Rectascensions- und Declinationsänderungen. Dieselben sind so geordnet, dass sich in der ersten horizontalen Columne die Bezeichnung der gesuchten Coordinatenverbesserung befindet, während in der ersten vertikalen Reihe die Distanz angegeben ist, aus der dieselbe mit dem in der Tabelle befindlichen Coefficienten:

$$\cos p \text{ resp. } \sin p \cos \delta_0$$

resultirt.

Auf diesem Wege entstanden 47 Bedingungsgleichungen, aus welchen, wenn man den Ort für η Plejadum als Ausgangspunkt annimmt, also die relativen Coordinatenverbesserungen als Unbekannte einführt, insgesammt 30 Unbekannte zu bestimmen sind.

Da auf diese Weise über die Gesammtorientirung des Systems in Position eigentlich nichts bestimmt wird, und da es ausserdem wünschenswerth war, die Zahl der zu eliminirenden Unbekannten möglichst zu verringern, weil die Unsicherheit der Bestimmung derselben mit der Anzahl schnell zunimmt, so habe ich für zwei Sterne, nämlich für 17b und 27f, für welche eine grosse Reihe von Meridianbestimmungen vorliegen, den relativ sehr genau bestimmten Declinationsunterschied dadurch vorläufig als Bekannte mit eingeführt, dass ich die sämmtlichen verbleibenden 28 zu bestimmenden Stücke als Functionen der Declinationsverbesserungen dieser Sterne ausgedrückt habe. — Die Rechnung wird dadurch nicht complicirter als sie ohnehin bei der grossen Anzahl der Unbekannten schon ist, aber es bleibt dann späteren Festsetzungen ganz frei über-

lassen, welche Declinationen man für diese beiden Sterne annehmen will. — Die Ausgleichung selbst ist nur einmal durchgeführt, dieselbe ist aber von Satz zu Satz durch Mitnahme aller Summenglieder sorgfältig controllirt, sodass ein Fehler nicht mehr vorhanden sein kann. Ausserdem giebt auch die Uebereinstimmung der letzten Fehlersummen aus Elimination und Substitution die beste Gewähr für die Richtigkeit der Rechnung, man hat aus Elimination

$$[nn_{28}] = 0.485$$

und aus Substitution:

$$[nn_{28}] = 0.4848.$$

Um die Sicherheit der erlangten Resultate festzustellen, habe ich eine vollständige Berechnung der Gewichte der einzelnen Unbekannten durchgeführt. Ich setzte den in folgender Tabelle unter Δ_H gegebenen Resultaten der Ausgleichung die erlangten Coefficienten $\sqrt{\frac{1}{p}}$ hinzu, welche das reciproke Maass der Sicherheit angeben.

Die aus der Ausgleichung folgenden Werthe der Coordinaten-Verbesserungen und deren Werthe für die verschiedenen Annahmen der Declination der Sterne 17b und 27f Plejadum.

	(Δ_H)			$\sqrt{\frac{1}{p}}$	r	$r\cos\delta$	(Δ_M)	$\left(\Delta\frac{H+M}{2}\right)$
$\Delta_\alpha g$	= +0.″126	+0.013 $\Delta_\delta b$	+0.000 $\Delta_\delta f$	0.802	±0.″086	±0.″079	+0.″125	+0.126
$\Delta_\alpha b$	= +0.011	+ 2	0	0.824	0.088	0.081	+0.011	+0.011
$\Delta_\alpha m$	= —0.162	0	0	1.774	0.189	0.173	—0.162	—0.162
$\Delta_\alpha e$	= +0.382	+ 1	0	0.945	0.101	0.092	+0.382	+0.382
$\Delta_\alpha c$	= +0.495	— 82	0	0.821	0.088	0.081	+0.501	+0.498
$\Delta_\alpha k$	= +0.126	— 12	0	1.291	0.138	0.126	+0.127	+0.126
$\Delta_\alpha l$	= +0.105	— 14	0	0.955	0.102	0.093	+0.106	+0.106
$\Delta_\alpha d$	= —0.153	+ 29	+ 65	0.675	0.072	0.066	—0.146	—0.150
$\Delta_\alpha 12$	= —0.026	— 9	+ 8	1.264	0.135	0.124	—0.024	—0.025
$\Delta_\alpha 28$	= +0.116	+ 12	+ 26	1.526	0.163	0.149	+0.119	+0.118
$\Delta_\alpha s$	= +0.241	+ 11	+ 160	0.971	0.104	0.095	+0.263	+0.252
$\Delta_\alpha f$	= +0.036	+ 11	+ 168	0.743	0.080	0.073	+0.061	+0.048
$\Delta_\alpha h$	= +0.167	— 2	+ 48	0.868	0.093	0.085	+0.183	+0.174
$\Delta_\alpha 34$	= +0.137	+ 8	— 184	1.104	0.118	0.108	+0.108	+0.122
$\Delta_\alpha 40$	= +0.326	+0.012	—0.105	0.871	0.093	0.085	+0.309	+0.318
$\Delta_\delta g$	= —0.061	—0.180 $\Delta_\delta b$	—0.015 $\Delta_\delta f$	0.829	0.089		—0.051	—0.056
$\Delta_\delta m$	= —0.041	+ 4	— 1	1.372	0.147		—0.041	—0.041
$\Delta_\delta e$	= +0.081	— 101	— 23	0.962	0.103		+0.086	+0.084
$\Delta_\delta c$	= +0.198	— 74	— 3	0.732	0.078		+0.204	+0.201
$\Delta_\delta k$	= +0.314	— 88	0	1.037	0.111		+0.320	+0.317
$\Delta_\delta l$	= +0.225	— 144	0	0.873	0.093		+0.236	+0.230
$\Delta_\delta d$	= —0.195	— 98	+ 54	0.702	0.075		—0.179	—0.187
$\Delta_\delta 12$	= —0.095	— 79	+ 56	0.806	0.086		—0.081	—0.088
$\Delta_\delta 28$	= +0.077	— 29	— 37	0.752	0.080		+0.074	+0.076
$\Delta_\delta s$	= +0.037	— 5	+ 473	0.664	0.071		+0.107	+00.72
$\Delta_\delta h$	= —0.052	+ 8	+ 769	0.685	0.073		+0.053	0.000
$\Delta_\delta 34$	= +0.212	+ 20	+ 893	0.914	0.098		+0.342	+0.277
$\Delta_\delta 40$	= +0.376	+0.354	—1.498	1.873	0.200		+0.128	+0.252

§ 14.

Aus der Ausgleichung findet sich der wahrscheinliche Fehler einer Coordinatenverbesserung vom Gewichte 1 zu $\pm 0''.108$. Wird dieser Werth mit den unter $\frac{1}{\sqrt{p}}$ gegebenen Gewichtscoefficienten multiplicirt, so erhält man die den einzelnen $\varDelta\alpha$ und $\varDelta\delta$ entsprechenden wahrscheinlichen Fehler. Werden die auf die $\varDelta\alpha$ sich beziehenden Daten dieser Rubrik noch mit $\cos\delta$ multiplicirt, so hat man den wahrscheinlichen Fehler durchgängig auf den grössten Kreis bezogen.

Vergleicht man den aus der Ausgleichung folgenden mittleren Fehler einer Coordinatenverbesserung mit dem mittleren Fehler einer Distanzmessung, so findet sich der erstere zu $\pm 0''.160$ und der letztere zu $\pm 0''.107$, wenn man denselben gültig für eine aus vier Einzelmessungen bestehende Distanz ableitet. Bedenkt man ferner, dass die einzelne Coordinatenverbesserung immer zum mindesten aus drei, in den bei weitem meisten Fällen aber aus vier und mehr zusammenstossenden Distanzen abgeleitet ist, und dass die Fehler dieser Distanzen immer nur gemäss dem jeweiligen Coefficienten auf die Coordinatenverbesserung eingehen, so hat man die letztere im Durchschnitt zu 0.7 angesetzt: $\pm 0.107 \cdot \sqrt{4} \cdot 0.7 = \pm 0''.150$. Diese Uebereinstimmung kann, wenn auch der zweite Werth ($\pm 0''.150$) auf etwas willkürlichen Annahmen beruht, als eine recht zufriedenstellende betrachtet werden. Es zeigt dieselbe, dass die erhaltenen Coordinatenverbesserungen thatsächlich der Genauigkeit der Distanzmessungen entsprechen. Die verhältnissmässige Grösse der Fehler glaube ich der Mitnahme der schwachen Sterne vornehmlich zuschreiben zu müssen, wenn auch bei einer Betrachtung der übrig bleibenden Fehler eine solche Abhängigkeit sich nicht mit Evidenz ausspricht. —

Eine diese übrig bleibenden Fehler (v) zeigende Zusammenstellung habe ich in nachstehender Tabelle gegeben. Es finden sich dort unter n die der Ausgleichung zu Grunde gelegten Abweichungen meiner Messungen von den aus den Elkin'schen Coordinaten berechneten Distanzen, unter (v_1) die übrig bleibenden Fehler, wenn man für 17 b und 27 f die Elkin'schen Declinationen beibehält unter ($v_1 v_1$) die Quadrate dieser Fehler. Die Summe dieser Quadrate 0.4848 stimmt mit der aus der Elimination folgenden $[nn_{28}] = 0.485$ fast ganz genau, was natürlich hier ein Zufall, da durchgängig gar nicht mit 4 Stellen gerechnet worden ist. Mit dieser Summe der Fehlerquadrate sind die obigen Angaben über den mittleren und wahrscheinlichen Fehler einer Messung gefunden worden.

Darstellung der Distanzen auf Grund der verschiedenen Annahmen über die Declinationen von 17b und 27f Plej.

Distanz.	Elkin'sche Declination $\Delta_\delta b$ und $\Delta_\delta f = 0$.			Meridianbeobachtung $\Delta_\delta b = -0.''07$ $\Delta_\delta f = +0.15$		Mittel aus Elkin und Meridianbeob. $\Delta_\delta b = -0.''025$ $\Delta_\delta f = -0.075$	
	n	v_1	$(v_1 v_1)$	v_2	$(v_2 v_2)$	v_3	$(v_3 v_3)$
g-b	−0.″04	+0.″03	0.0009	−0.″06	0.0036	−0.″02	0.0004
g-e	+ 26	+ 3	9	+ 3	9	+ 3	9
g-c	+ 52	+ 12	144	+ 11	121	+ 12	144
g-d	+ 3	+ 12	144	+ 12	144	+ 12	144
g-η	− 35	− 22	484	− 23	529	− 23	529
b-c	+0.34	−0.10	100	−0.17	289	−0.13	169
b-d	− 9	− 4	16	0	0	− 2	4
b-η	+ 9	+ 10	100	+ 10	100	+ 10	100
m-e	− 19	− 9	81	− 8	64	− 8	64
m-l	+ 12	+ 20	400	+ 22	484	+ 21	441
m-12	−0.01	−0.14	196	−0.13	169	−0.14	196
e-c	+ 9	+ 7	49	+ 7	49	+ 7	49
e-k	− 10	− 2	4	− 1	1	− 2	4
e-l	− 12	+ 8	64	+ 8	64	+ 8	64
e-d	− 6	− 9	81	− 8	64	− 8	64
e-η	−0.33	−0.09	81	−0.09	81	−0.09	81
c-k	+ 9	+ 2	4	0	0	+ 1	1
c-l	+ 3	− 11	121	− 11	121	− 11	121
c-d	+ 39	+ 17	289	+ 18	324	+ 18	324
c-η	− 23	+ 3	9	+ 4	16	+ 4	16
k-l	+0.03	−0.01	1	0.00	0	−0.01	1
l-12	+ 7	+ 18	324	+ 18	324	+ 18	324
l-η	+ 17	+ 5	25	+ 4	16	+ 5	25
d-12	+ 8	− 5	25	− 4	16	− 4	16
d-η	+ 21	− 1	1	0	0	− 1	1
d-28	+0.03	+0.07	49	+0.03	9	+0.05	25
d-s	+ 52	+ 19	361	+ 19	361	+ 19	361
d-f	+ 5	− 15	225	− 19	361	− 17	289
12-*η*	− 19	− 10	100	− 12	144	− 11	121
12-*h*	+ 24	+ 12	144	+ 17	289	+ 14	196
η-28	−0.16	−0.12	144	−0.12	144	−0.12	144
η-s	+ 1	− 15	225	− 12	144	− 13	169
η-f	− 3	− 6	36	− 7	49	− 7	49
η-h	+ 18	+ 2	4	− 1	1	+ 1	1
η-34	− 4	− 1	1	+ 8	64	+ 3	9
28-*s*	+0.06	+0.07	49	−0.01	1	+0.03	9
28-34	+ 10	− 1	1	− 7	49	− 4	16
s-f	− 2	+ 6	36	− 1	1	+ 2	4
s-h	− 3	− 7	49	− 4	16	− 5	25
s-34	− 15	+ 3	9	+ 9	81	+ 6	36
s-40	+0.19	+0.05	25	+0.14	196	+0.10	100
f-h	− 9	− 5	25	0	0	− 2	4
f-34	− 18	− 2	4	− 1	1	− 1	1
f-40	− 2	− 20	400	− 23	529	− 21	441
h-34	− 28	− 2	4	+ 1	1	0	0
h-40	+0.09	+0.14	196	+0.02	4	+0.08	64
34-40	+ 24	0	0.0000	+ 8	0.0064	+ 4	0.0016
		Σ	0.4848	Σ	0.5530	Σ	0.4975

Die mittleren resp. wahrscheinlichen Fehler (m resp. r) für die einzelnen Annahmen, deren Bedeutung in Nachstehendem erläutert wird, finden sich aus dieser Tabelle wie folgt:

Erste Annahme:

$$m_1 = \pm\sqrt{\frac{0.4848}{47-28}} = \pm\sqrt{\frac{0.4848}{19}} = \pm\mathbf{0''.160}$$

$$r_1 = \pm 0.675 \times 0''.160 = \pm\mathbf{0''.108}.$$

Zweite Annahme:

$$m_2 = \pm\sqrt{\frac{0.5530}{19}} = \pm\mathbf{0''.171}$$

$$r_2 = \pm 0.675 \times 0''.171 = \pm\mathbf{0''.115}.$$

Dritte Annahme:

$$m_3 = \pm\sqrt{\frac{0.4975}{19}} = \pm\mathbf{0''.162}$$

$$r_3 = \pm 0.675 \times 0''.162 = \pm\mathbf{0''.109}.$$

Wählt man statt der Elkin'schen Declinationen, diejenigen wie sie aus den Meridianbeobachtungen folgen, so hat man für $\varDelta_\delta b - 0''.07$ und für $\varDelta_\delta f + 0''.15$ einzuführen, da dieses die Abweichungen der Elkin'schen Declinationen dieser Sterne von den auf gleiches Aequinox gebrachten Meridianbeobachtungen sind.

Führt man diese Unterschiede in die oben gegebenen Ausdrücke für die einzelnen Coordinaten-Correctionen ein, so bekommt man für dieselben die unter $\varDelta_M$ angegebenen Werthe. Die Abweichungen der Zahlen unter $\varDelta_H$ und $\varDelta_M$ sind mit Ausnahme des $\varDelta_\delta 40$ nicht von Belang, die letzte Verbesserung ist aber aus dem Gesammtsystem so unsicher zu bestimmen, dass selbstverständlich eine veränderte Annahme von $\varDelta_\delta f$, von welchem Element dieselbe äusserst stark beeinflusst wird, solche Unterschiede hervorbringen muss. Bildet man auch mit diesem System von Verbesserungen die übrig bleibenden Fehler, so ergiebt sich die unter v_2 gegebene Zahlenfolge mit den Fehlerquadraten unter $[v_2 v_2]$, deren Summe sich auf 0.5530 beläuft. Wie man sieht, sind unter dieser Annahme die übrig bleibenden Fehler erheblich grösser, was wohl auch nicht zu verwundern ist, da mit der Einführung der Meridianbeobachtungen ein der eigentlichen Ausgleichung fremdes Element in die Rechnung gebracht worden ist. — Die Ableitung des wahrscheinlichen Fehlers für eine Coordinatenverbesserung steigt damit auf $\pm 0''.115$.

§ 15.

Es fragt sich nun, welche Annahme für $\varDelta_\delta b$ und $\varDelta_\delta f$, d. h. welche Declinationen man hier verwenden will.

Elkin hat für 1885.0: Declination von 17b $+23^0\ 45'\ 2''.82$, Declination von 27f $+33^0\ 42'\ 2''.57$. Die Meridianbeobachtungen ergeben: 1885.0 Declination

von 17b + 23° 45′ 2″.74, Declination von 27*f* + 23° 42′ 2″.71, wenn man den Ort von η Plejadum mit dem Elkin'schen*) übereinstimmend annimmt und die Declinations-Differenzen zwischen η-17b und 27f-η Plejd. nach den Angaben von Battermann wie folgt ansetzt:

Für Equinox 1875.0 $\eta - 17$b

Δ_δ Epoche 1875.0 −0′ 6″.14 Epoche 1885.0 −0′ 6″.17

Equinox 1875.0 27$f - \eta$

Δ_δ Epoche 1875.0 −2′ 50″.81 Epoche 1885.0 −2′ 50″.79.

Battermann nimmt auf Grund seiner Vermessung der 7 hellsten Sterne

Equinox 1885.0 Decl. 17b + 23° 45′ 2″.78 Decl. 27f + 23° 42′ 2″.64,

welche Orte nach dem dort gesagten eben nur die Mittel zwischen den Elkin'schen Werthen und den Meridianbeobachtungen sind.

Zieht man in Betracht, dass sowohl die Meridianbeobachtungen für sich eine grosse Sicherheit in den Declinationen besitzen, dass aber auch die Elkin'sche Declinationen von 17b und 27f auf zwei verschiedenen ganz von einander unabhängigen Wegen gefunden wurden, von welchen der zweite in letzter Linie doch auch wieder auf den Meridianbeobachtungen von 4 bestimmten Sternen beruht, so kann man wohl mit Battermann das Mittel aus den beiden Bestimmungen als ziemlich zutreffend annehmen. Auch möchte ich nicht durch Einführung der ganzen, den Meridianbeobachtungen entsprechenden Werthe von $\Delta_\delta b$ und $\Delta_\delta f$ die doch immerhin viel bessere Uebereinstimmung meiner Correctionen stören, mich andererseits aber auch, so viel als irgend thunlich, von den Elkin'schen Vermessungen unabhängig halten. —

§ 16.

Wird also dieser Betrachtung gemäss für 1890.0, der mittleren Epoche meiner Triangulation, $\Delta_\delta b = -0''.055$ und $\Delta_\delta f = -0''.075$ gesetzt, so würden die unter $\Delta_{\frac{H+M}{2}}$ angegebenen Werthe als Coordinaten-Correctionen anzuwenden sein. Wird mit diesen Daten die Darstellung wiederholt, so findet man die übrig bleibenden Fehler, welche unter v_3 aufgeführt sind. Die Summe der $(v_3 v_3)$ ist dann 0.4975 und damit der wahrscheinliche Fehler einer Coordinaten-Verbesserung $= \pm 0''.109$, wozu allerdings noch die Unsicherheit in den $\Delta_\delta b$ und $\Delta_\delta f$ hinzukommt, deren Betrag sich für die Meridianbeobachtungen $\pm 0''.093$ ergiebt. In den hier als endgültig betrachteten Verbesserungen gehen die Meridianbeobachtungen aber nur zur Hälfte ein, also wird ihre Unsicherheit auch nur dementsprechend vergrössert, d. h. es findet sich für den wahrscheinlichen Fehler

*) Dieser Ort von η Plejadum ist auf Grund der Auwers'schen und Newcomb'schen Untersuchungen abgeleitet und wird sowohl hier, wie auch bei Elkin und Battermann für 1885.0 wie folgt angenommen:

η Plejadum AR. 55° 9′ 43″.96 Decl. + 23° 44′ 54″.71.

$$\pm\sqrt{(0.109)^2+\left(\frac{0.093}{2}\right)^2} = \pm\sqrt{0.014043} = \pm 0''.118.$$

Es ist zur Entscheidung darüber, ob die angewandte Form des Scalenwerthes die Beobachtungen auch in genügender Weise unabhängig von etwaigen fortschreitenden systematischen Fehlern darstelle, noch wünschenswerth, die übrig bleibenden Fehler in der Reihenfolge zu ordnen, wie sie die Grösse der gemessenen Distanzen angiebt. Ich habe das in der nachstehenden Zusammenstellung gethan, und zwar mit den den Elkin'schen Declinationen von 17b und 27b entsprechenden Werthen. Die nachstehende Uebersicht giebt zunächst die Bezeichnung der Distanz, sodann die Grösse derselben in Scalentheilen des Heliometers, weiterhin die übrig bleibenden Fehler. Da die einzelnen Zahlen noch sehr von Zufälligkeiten abhängen, so habe ich dieselben in Gruppen, die je ein Intervall von 20—40 Scalentheilen umfassen, vereinigt und sowohl für diese Gruppen das Mittel der Abweichungen als auch den mittleren Fehler gebildet. Aus dem Verlauf der ersteren Daten geht mit Sicherheit hervor, dass ein systematisch mit der Grösse der Distanz fortschreitender Unterschied der beiden Triangulationen nicht mehr vorhanden ist. — Dieses Resultat zeigt also, dass die Art und Weise, wie ich das Correctionsglied meines Scalenwerthes abgeleitet habe, eine den wahren Verhältnissen der Heliometermessungen entsprechende ist; denn in den aus den Elkin'schen Positionen abgeleiteten Distanzen dürfte von einer Unrichtigkeit, welche der Grösse der Entfernung zwischen dem jeweiligen Sternpaare entspräche, wohl kaum die Rede sein. Erstens ist das Heliometer des Yale College ein solches mit cylindrischer Führung der Objectivschlitten und schon deshalb ist eine, einer Potenz der Distanz proportionale Verbesserung unwahrscheinlich. Zweitens ist aber auch namentlich die zweite Elkin'sche Vermessung derart angestellt, dass in den resultirenden Distanzen zwischen den hier in Betracht kommenden Sternen ein solcher systematischer Fehler nicht mehr erkennbar sein würde. —

Die übrig bleibenden Fehler v_1 geordnet nach der Grösse der Distanzen.

Distanz.	Grösse der Distanz.	v_1	$\frac{\Sigma v_1}{n}$ *)	$v_1 v_1$	$\frac{\Sigma (v_1 v_1)}{n-1}$	m	$m:\sqrt{s}$
	R	"					
e-k	8.4	−0.01		0.0001			
f-h	16.8	− 5		25			
c-l	33.7	− 11		121			
e-c	34.7	+ 7	−0".01	49	$\frac{213}{6}$	±0".060	$\frac{0.060}{\sqrt{29.0}} = \pm 0.011$
b-g	35.5	+ 3		9			
e-k	36.3	−0.02		4			
c-k	37.7	+ 2		4			
g-e	40.3	+ 3		9			
e-l	40.3	+ 8		64			
f-s	40.6	+ 6		36			
l-12	43.1	+0.18		324			
s-34	46.3	+ 3	+0".04	9	$\frac{736}{8}$	±0".096	$\frac{0.096}{\sqrt{49.6}} = \pm 0.014$
g-c	49.4	+ 12		144			
s-h	57.2	− 7		49			
η-d	61.8	− 1		1			
b-c	67.2	−0.10		100			
34-40	72.8	0		0			
f-34	73.4	− 2		4			
b-d	74.4	− 4		16			
m-l	74.5	+ 20		400			
e-m	74.8	−0.09		81			
η-f	77.7	− 6		36			
η-h	78.3	+ 2		4			
f-40	80.7	− 20	−0".01	400	$\frac{1756}{13}$	±0".116	$\frac{0.116}{\sqrt{80.3}} = \pm 0.013$
η-s	83.5	− 15		225			
h-40	85.1	+0.14		196			
28-34	86.3	− 1		1			
η-12	86.4	− 10		100			
c-d	87.4	+ 17		289			
34-*h*	88.9	− 2		4			
s-40	91.0	+0.05		25			
28-*s*	91.9	+ 7		49			
η-c	92.5	+ 3		9			
d-g	97.9	+ 12		144			
m-12	105.3	− 14	+0".02	196	$\frac{654}{8}$	±0".090	$\frac{0.090}{\sqrt{104.5}} = \pm 0.009$
η-l	107.5	+0.05		25			
e-d	116.2	− 9		81			
d-12	118.9	− 5		25			
η-b	119.7	+ 10		100			
d-s	121.7	+ 9		361			
h-12	126.7	+0.12		144			
η-l	127.1	− 9		81			
η-g	128.3	− 22		484			
η-34	129.8	− 1	−0".03	1	$\frac{1489}{7}$	±0".146	$\frac{0.146}{\sqrt{131.2}} = \pm 0.013$
d-f	131.9	− 15		225			
d-28	141.0	+0.07		49			
η-28	143.0	− 12		0.0144			

*) n bedeutet hier die Anzahl der zusammengefassten Distanzen.

Hieraus ergiebt sich der mittlere Fehler einer Distanz von

100^R zu $\pm 0''.120$

oder für

$1000''$ zu $\pm 0''.090$.

Die Bestimmung des mittleren Fehlers jeder Gruppe habe ich deshalb durchgeführt, um zu zeigen, dass auch bei meinen Messungen, wie das anderweitig schon mehrfach sich gefunden hat, dieser mittlere Fehler nahezu mit der Quadratwurzel aus der Grösse der Distanzen wächst. — Die unter *m* gegebenen Zahlen sind die mittleren Fehler für jede Gruppe; werden diese Werthe mit der Quadratwurzel aus dem Mittel der Distanzen dividirt, sodass man gewissermassen den mittleren Fehler für die Distanz von 1^R erhält, so ergeben sich diese letzteren der Reihe nach zu:

0″.011	aus einer mittleren Distanz von:	29.0 R
0.014		49.6
0.013		80.3
0.009		104.5
0.013		131.2

Also eine Uebereinstimmung wie sie besser nicht gefordert werden kann.

Auf Grund dieser Betrachtung findet man nun den mittleren Fehler einer Distanz von 1000″ zu $\pm 0''.090$, wie oben angegeben.

Da der so gefundene Werth der mittleren Fehler einer Distanz erheblich kleiner ist als der aus der inneren Uebereinstimmung der Distanzmessungen selbst gefundene, so darf man wohl annehmen, dass das Gesammtergebniss der Triangulation eine grössere Sicherheit hat, als man von vorneherein zufolge der mittleren Fehler einer gemessenen Distanz anzunehmen berechtigt war. — Ich glaube daher, dass irgend eine der Coordinatenverbesserungen und somit eine der Coordinaten selbst, soweit es sich um ihre relative Grösse in Beziehung auf den Ort von η Plejadum handelt, gewiss bis auf mindestens 0″.2 als sicher angesehen werden kann.

§ 17.

Fügt man die im Vorstehenden abgeleiteten Coordinatenverbesserungen, welche durch das Fehlersystem v_8 gekennzeichnet sind, den Elkin'schen Rectascensionen und Declinationen hinzu, so hat man ohne Berücksichtigung der Eigenbewegungen für 1890.0:

	Elkin.				Ambronn.			Battermann.			
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.
	Epoche 1885.0.				Epoche 1890.0.				Ep. 1887.0.	
	AR.	Decl.	Δ_α	Δ_δ	AR.	Decl.	Δ_α	Δ_δ	AR.	Decl.
g	54° 33′ 57″.23	+23° 56′ 34″.34	+0″.13	−0″.06	54° 33′ 57″.36	+23° 56′ 34″.28	+0″.14	0″.00	57″.37	34″.34
b	35 8.71	23 46 0.98	+0.01	(−0.04)	35 8.72	23 46 0.94	−0.11	(−0.04)	8.60	0.94
m	38 58.19	24 29 36.27	−0.16	−0.04	38 58.03	24 29 36.23				
e	39 53.70	24 7 17.43	+0.38	+0.08	39 54.08	24 7 17.51	+0.05	+0.20	53.75	17.63
c	49 12.47	24 1 24.10	+0.50	+0.20	49 12.97	24 1 24.30	+0.05	+0.13	12.52	24.23
k	50 18.31	24 12 37.16	+0.13	+0.32	50 80.44	24 12 37.48				
l	52 25.54	24 11 2.32	+0.11	+0.23	52 25.65	24 11 2.55				
d	56 57.00	23 36 18.44	−0.15	−0.19	56 56.85	23 36 18.25	−0.15	−0.08	56.85	18.36
12	55 6 30.87	24 10 42.05	−0.03	−0.09	55 6 30.84	24 10 41.96				
η	14 10.64	23 45 51.94	—	—	14 10.64	23 45 51.94				
28	27 30.68	23 4 57.28	+0.12	+0.08	27 30.80	23 4 57.36				
s	36 10.88	23 31 12.35	+0.25	+0.07	36 11.13	23 31 12.42				
f	39 18.65	23 42 59.19	+0.05	(+0.07)	39 18.70	23 42 59.26	+0.02	(+0.07)	18.67	59.26
h	39 37.27	23 47 59.60	+0.17	0.00	39 37.44	23 47 59.60				
31	47 57.41	23 22 34.28	+0.12	+0.28	47 57.53	23 22 34.56				
40	56 4 58.19	23 37 41.95	+0.32	+0.25	56 4 58.51	23 37 42.20	+0.19	−0.23	58.38	41.72

Der Vergleichung halber gebe ich in den Spalten 8—11 auch noch die Correctionen, welche die Messungen von Dr. Battermann unter derselben Annahme über die Declination von 17 b und 27 f Plejadum liefern würden, sowie die daraus resultirenden Rectascensionen und Declinationen.

Man sieht, dass in den meisten Fällen die Battermann'schen Verbesserungen und die meinigen sehr nahe übereinstimmen oder doch wenigstens eine Aenderung in demselben Sinne andeuten. Eine Ausnahme hiervon macht nur die Declination von 40 Plejadum, doch ist bei diesem Stern für meine Vermessung ein sehr geringes Gewicht herausgekommen, und dann ist die Declination desselben so stark von derjenigen von *f* Plejadum beeinflusst, dass ein solcher Unterschied gerade nicht verwundern darf. Was die starke Abweichung für den Stern *c* Plejadum betrifft, so kann ich mir dafür keine andere Erklärung geben, als die, dass ich annehmen muss, diesen Stern durchgängig etwas anders aufgefasst zu haben, als die beiden anderen Beobachter, denn in einigen Distanzen, welche dieser Stern mit begrenzt, finden sich ebenfalls Abweichungen von beträchtlicher Grösse gegen die Elkin'sche Distanz; aber nach der Ausgleichung verschwinden dieselben zum grossen Theil, sodass in das Gesammtsystem diese abweichenden Distanzen hineinzupassen scheinen.

Eine Vereinigung der hier zusammengestellten dreierlei Positionen möchte ich nicht vornehmen, sondern dieselbe nebeneinander bestehen lassen, bis einmal die oben als Desiderat aufgeführte Neuvermessung sämmtlicher Sterne in einheitlicher Form vorliegt.

§ 18.

Ich werde nun zum Schluss noch die Vergleichung meiner Coordinaten mit den von Elkin neu berechneten Bessel'schen vornehmen, um erstens auch meinerseits eine Beleuchtung der Eigenbewegungen des Systems zu liefern und dann zweitens eine strenge Vergleichung mit Elkin herstellen zu können, bei der auch die relativen Eigenbewegungen gegen η Plejadum von der Epoche 1885.0 (Elkin) bis zu 1890.0 (Göttingen) Berücksichtigung finden können. (Vergl. Tabelle auf Seite 45.)

	Königsberger Positionen für 1890.0 (Epoche 1840.0).		Göttinger Positionen für 1890.0 (Epoche 1890.0).		G. — K.		Relative Gesammt-Eigenbewegung nach Grösse und Richtung für 50 Jahre.	
	AR.	Decl.	AR.	Decl.	AR.	Decl.		
g	54° 33′ 57″.30	+23° 56′ 49″.19	57″.36	34″.28	+0″.06	+0″.09	0″.13	29°.0
b	35 8.52	23 46 0.52	8.72	0.94	+0.20	+0.42	0.46	23.2
m	38 58.69	24 29 36.41	58.03	36.23	—0.66	—0.18	0.63	253.3
e	39 53.59	24 7 17.39	54.08	17.51	+0.49	+0.12	0.47	75.1
c	49 12.45	24 1 24.23	12.97	24.30	+0.52	+0.07	0.49	81.1
k	50 18.43	24 12 37.35	18.44	37.48	+0.01	+0.13	0.14	4.4
l	52 25.56	24 11 2.39	25.65	2.55	+0.09	+0.16	0.18	26.6
d	56 57.20	23 36 18.31	56.85	18.25	—0.35	—0.06	0.33	259.5
12	55 6 31.44	24 10 41.97	30.84	41.96	—0.60	—0.01	0.55	268.9
η	14 16.64	23 45 51.94	10.64	51.94	—	—		
28	27 30.68	23 4 57.14	30.80	57.36	+0.12	+0.22	0.25	26.6
s	36 9.83	23 31 13.18	11.13	12.42	+1.30	—0.76	1.42	122.5
f	39 18.74	23 42 59.42	18.70	59.26	—0.04	—0.16	0.17	194.1
h	39 37.40	23 47 59.57	37.44	59.60	+0.04	+0.03	0.05	53.1
34	47 56.93	23 22 34.33	57.53	34.56	+0.60	+0.23	0.60	67.3
40	56 4 58.07	23 37 41.70	58.51	42.20	+0.44	+0.50	0.64	38.7

Diese relativen Eigenbewegungen gegen η sind im Allgemeinen ähnlich denen, wie sie auch von Elkin gefunden worden sind; namentlich erscheinen die Abweichungen untereinander nicht erheblich, wenn man bedenkt, dass sich der durchschnittliche wahrscheinliche Fehler einer vollen Eigenbewegung auf etwa ±0″.2 bis ±0″.3 veranschlagen lässt.

Es hat den Anschein, als ob meine Resultate mehr noch als die Elkin'schen dafür sprächen, dass die Sterne der Plejadengruppen nicht ein einziges zusammengehöriges System seien, sondern dass vielmehr immer eine Anzahl dieser Sterne unter sich eine gewisse Zusammengehörigkeit erkennen lassen. Von dieser Anschauung ausgehend würden z. B die Sterne:

g mit 29°.0 und 0″.13
b „ 23.2 „ 0.46
k „ 4.4 „ 0.14
l „ 26.6 „ 0.18
(28 „ 26.6 „ 0.25)

zusammengehören, wenn auch 28 etwas entfernt von den übrigen steht; ferner geben:

e	mit	75°.1	und	0″.47
c	„	81.8	„	0.49

nahe identische Bewegungen.

Eine gewisse Uebereinstimmung zeigen auch die Sterne:

m	mit	253°.3	und	0″.63
d	„	259.5	„	0.33
12	„	268.9	„	0.55

während *f* und namentlich der stark bewegte Stern *s* vereinzelt dastehen.

Doch über diese Punkte kann bei einer so geringen Anzahl herausgegriffener Sterne bezüglich der ganzen Gruppe kein definitiver Entscheid getroffen werden.

Die vorstehenden Zeilen enthalten immer nur Betrachtungen über Bewegungen in der Gruppe als solcher, d. h. in Beziehung auf den hellsten Stern (η) derselben. Es fragt sich aber noch, wie gestaltet sich die Veränderung der Orte am Himmel selbst. Zur Beantwortung dieser Frage hat Elkin die Eigenbewegung von η nach den Newcomb'schen Untersuchungen angeführt und es findet sich dieselbe dort zu

$$+0''.92 \text{ in AR. und } -2''.47 \text{ in Decl. für 45 Jahre,}$$

das würde sein

$$+1''.02 \text{ in AR. und } -2''.74 \text{ in Decl. für 50 Jahre;}$$

oder im Gesammtbetrage **2.″90** in der Richtung **160°**.

Nach dem Fundamentalkatalog von Auwers hat man für die jährliche Eigenbewegung von η Plejadum (Tauri)

$$\text{in AR. } -0^s.0004 = -0''.0060 \text{ und in Decl. } -0''.040,$$

was für 50 Jahre die folgenden Werthe ergiebt:

Gesammteigenbewegung zu 2″.02 in der Richtung 187°.9.

Vereinigt man diese beiden Ergebnisse einfach zum Mittel, so findet sich für η

2″.46 und **174°**.

Es hat danach der Hauptstern der Gruppe, η Plejadum, und mit ihm also die ganze Gruppe doch eine weit grössere Eigenbewegung, als die übrigen der hier betrachteten Sterne gegen diesen selbst. Die allgemeine Zusammengehörigkeit der fraglichen Sterne bekommt damit wieder eine starke Stütze. Der Stern *s* allerdings, dessen Bewegung der von η nach Richtung und Grösse am nächsten kommt, scheint eine Sonderstellung einzunehmen, während die gezeigte gruppen-

weise Uebereinstimmung verschiedener Sterne bei Verfolgung der Gesammtbewegungserscheinungen der Plejaden keine wesentliche Rolle spielen wird, wenn auch Partialgruppen dadurch angedeutet zu werden scheinen. Aber ich muss auch hier zum Schluss noch darauf aufmerksam machen, dass eine so geringe Anzahl von Sternen aus der sternreichen Gruppe der Plejaden nicht gestattet, endgültige Betrachtungen über den physischen Zusammenhang der Gruppe anzustellen. Dieses war auch keineswegs der Zweck der vorliegenden Arbeit, sondern dieselbe sollte namentlich dazu dienen, zu zeigen, dass man auch mit diesen kleinen Heliometern, bei zweckmässiger Bestimmung der Constanten und Anordnung der Reduction der Messungen, bezüglich der Distanzen Resultate erhält, welche den Vergleich mit den vermittelst weit grösserer Instrumente ausgeführten durchaus auszuhalten im Stande sind. —

Inhaltsverzeichniss.

Zusammenstellung der Coef

Δ_α

Distanz.	g (1)	b (2)	m (3)	e (4)	c (5)	k (6)	l (7)	d (8)	12 (9)	28 (10)	s (11)	f (12)	h (13)	34 (14)	40 (15)	
g-b	—0.075	+0.075														+9
g-e	—0.412			+0.412												—9
g-c	—0.863				+0.863											—2
g-d	—0.660							+0.660								+9
g-η	—0.878															+7
b-c		—0.586			+0.586											
b-d		—0.824						+0.824								
b-η		—0.915														
m-e			—0.034	+0.034												
m-l			—0.502				+0.502									
m-12			—0.728						+0.728							
e-c				—0.751	+0.751											
e-k				—0.796		+0.796										
e-l				—0.867			+0.867									
e-d				—0.412				+0.412								
e-η				—0.755												
c-k					—0.081	+0.081										
c-l					—0.266		+0.266									
c-d					—0.249			+0.249								
c-η					—0.756											
k-l						—0.706	+0.706									
l-12							—0.912		—0.912							
l-η							—0.566									
d-12								—0.225	+0.225							
d-η								—0.783								
d-28								—0.612		+0.612						
d-s								—0.908			+0.908					
d-f								—0.903				+0.903				
12-*η*									—0.248							
12-*h*									—0.732				+0.732			
η-28										+0.263						
η-s											+0.741					
η-f												+0.908				
η-h													+0.911			
η-34														+0.732		
28-*s*										—0.266	+0.266					
28-34										—0.670				+0.670		
s-f											—0.217	+0.217				
s-h											—0.169		+0.169			
s-34											—0.717			+0.717		
s-40											—0.723				+0.723	
f-h												—0.051	+0.051			
f-34												—0.332		+0.332		
f-40												—0.894			+0.894	
h-34													—0.264	+0.264		
h-40													—0.837		+0.837	
34-40														—0.658	+0.658	

en' n und Normalgleichungen.

(…	Δ_δ m (23)	e (24)	c (25)	k (26)	l (27)	d (28)	12 (29)	28 (30)	s (31)	f (32)	h (33)	34 (34)	40 (35)	n	s	nn
+0. 5														−0.04	−0.040	0.0016
		+0.892												+ 26	+ 260	676
			+0.328											+ 52	+ 520	2704
						−0.693								+ 3	+ 030	9
														− 35	− 949	1225
−0. 3			+0.768											+0.34	+0.340	1156
−0. 7						−0.437								− 9	−0.090	81
−0. 3														+ 9	− 822	81
	+0.999	−0.999												− 19	− 190	361
	+0.834				−0.834									+ 12	+ 120	144
	+0.602						−0.602							−0.01	−0.010	1
		+0.569	−0.569											+ 9	+ 90	81
		−0.489		+0.489										− 10	− 100	100
		−0.312			+0.312									− 12	− 120	144
		+0.893				−0.893								− 6	− 60	36
														−0.33	−0.521	1089
			−0.996	+0.996										+ 9	+ 90	81
			−0.957		+0.957									+ 3	+ 30	9
			+0.962			−0.962								+ 39	+ 390	1521
			+0.562											− 23	− 423	529
				+0.633	−0.633									+0.03	+0.030	9
					+0.026		−0.026							+ 7	+ 70	49
					+0.785									+ 17	+ 389	289
						−0.969	+0.969							+ 8	+ 80	64
						−0.519								+ 21	−1.092	441
						+0.745		−0.745						+0.03	+0.030	9
						+0.140			−0.140					+ 52	+0.520	2704
						−0.170				+0.170				+ 5	+ 50	25
							+0.962							− 19	+ 524	361
							+0.600				−0.600			+ 24	+ 240	576
								−0.958						−0.16	−0.855	256
									−0.588					+ 1	+ 163	1
										−0.124				− 3	+ 754	9
											+0.091			+ 18	+1.182	324
												−0.601		− 4	+ 91	16
								−0.957	−0.957					+0.06	+0.060	36
								−0.684				+0.684		+ 10	+ 100	100
									−0.972	+0.972				− 2	− 20	4
									−0.983		+0.983			− 3	− 30	9
									+0.624			−0.624		− 15	− 150	225
									−0.239				+0.239	+0.19	+0.190	361
										−0.998	+0.998			− 9	− 90	81
										+0.932		−0.932		− 18	− 180	324
										+0.220			−0.220	− 2	− 20	4
											+0.958	−0.958		− 28	− 280	784
											+0.405		−0.405	+0.09	+0.090	81
												−0.696	+0.696	+ 24	+0.240	576
																1.7762

Anhang:

Zusammenstellung

der

Gleichungen und der Coefficienten.



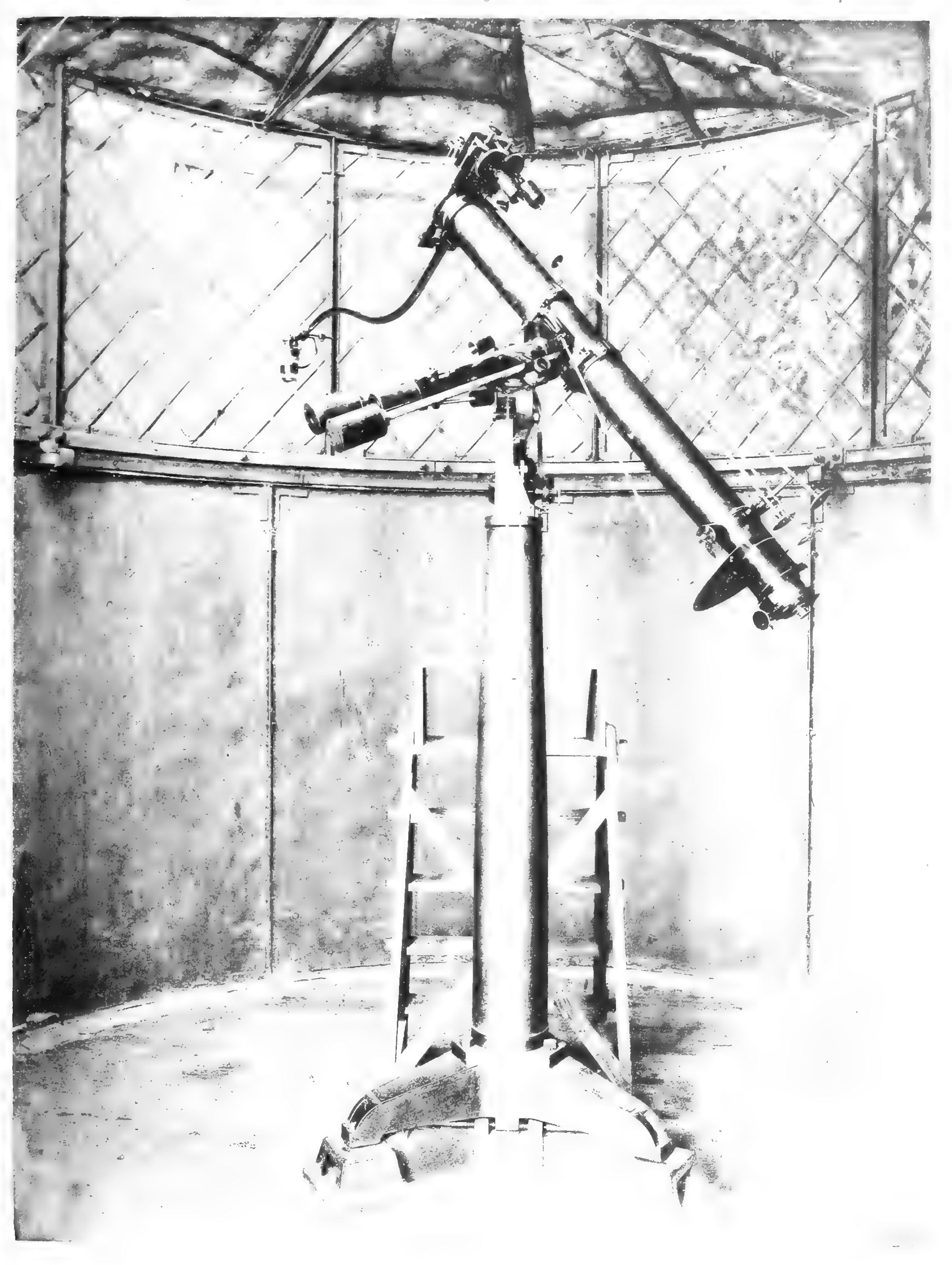
Plejaden-Gruppe

(1885.0)

Sterne bis zur 9ten Grösse.

Grösse: 3.-4. 4.-5. 5.-6. 6.-7. 7.-8. schwächer als 8.

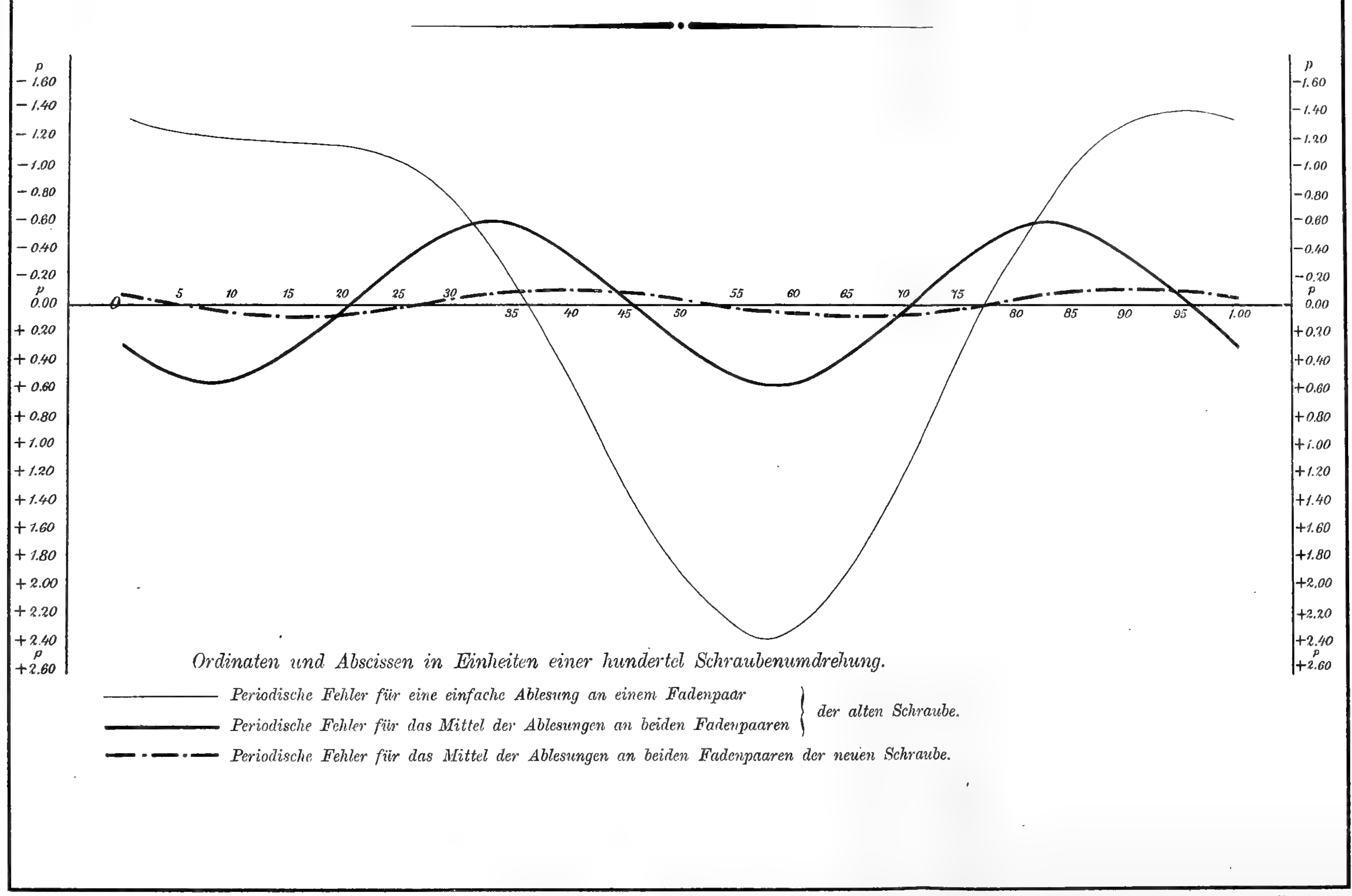
L. A. 1891.



Fraunhofer'sches Heliometer in Göttingen.



Graphische Darstellung der periodischen Fehler der beiden Schrauben des Mikroskop-Mikrometers.



L. A.


BRITISH MUSEUM
NATURAL HISTORY.

Göttingen, Druck der Dieterich'schen Univ.-Bnchdruckerei (W. Fr. Kästner).

ABHANDLUNGEN

DER

KÖNIGLICHEN GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN

ZU GÖTTINGEN.



VIERZIGSTER BAND.

VOM JAHRE 1894 UND 1895.

MATHEMATISCH-PHYSIKALISCHE KLASSE.

GÖTTINGEN,
DIETERICHSCHE VERLAGS-BUCHHANDLUNG.
1895.

ABHANDLUNGEN

DER

KÖNIGLICHEN GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN

ZU GÖTTINGEN.

VIERZIGSTER BAND.

VOM JAHRE 1894 UND 1895.

MATHEMATISCH-PHYSIKALISCHE KLASSE.

GÖTTINGEN,
DIETERICHSCHE VERLAGS-BUCHHANDLUNG.
1895.

Inhalt.

Mathematisch-physikalische Klasse.

ABHANDLUNGEN

DER

MATHEMATISCH-PHYSIKALISCHEN KLASSE

DER

KÖNIGLICHEN GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN ZU GÖTTINGEN.

VIERZIGSTER BAND.

Menschliche Embryonen verschiedenen Alters auf Medianschnitten untersucht.

Ein Beitrag zur Mechanik der Entwickelung.

Von

Fr. Merkel in Göttingen.

Vorgelegt in der Sitzung der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften am 21. April 1894.

Um eine genaue Vorstellung von den Veränderungen zu erhalten, welche der Körper des Fötus im Laufe des intrauterinen Lebens durchmacht, müsste man nicht allein Schnittreihen in verschiedenen Richtungen sondern auch Präparate anderer Art anfertigen und ich weiss wohl, dass Medianschnitte allein, über welche in Folgendem gesprochen werden soll, nicht im Stande sind, Antwort auf alle die zahlreichen bei der Beurteilung auftauchenden Fragen zu geben. Doch sind sie immerhin geeignet, eine Grundlage zu schaffen, auf welcher man weiter bauen kann. Bei manchen Erörterungen erlauben die Angaben der Litteratur weitere Ausblicke, welchen denn auch nicht ausgewichen werden soll. —

Bei der Betrachtung von Medianschnitten kann es sich naturgemäss nicht um eine Ermittelung von Durchschnittswerthen handeln, sondern nur um einzelne Individuen, doch ist es wohl selbstverständlich, dass besonders wohlgebildete Föten ausgesucht wurden [1]). Alle Präparate, welche den Figuren dieser Arbeit zu Grunde liegen, sind sorgfältig in Müllerscher Flüssigkeit und nachher in Alkohol gehärtet und mit einem sehr grossen und schweren Messer durchschnitten. Nur beim ausgetragenen Kinde musste, der harten Knochen in der Wirbelsäule wegen, eine Säge zu Hilfe genommen werden. War die Mittellinie nicht ganz getroffen, dann wurden noch vorsichtig mit dem Rasirmesser dünne Scheiben abgetragen bis die Medianebene erreicht war. Die Untersuchung erstreckte sich auf Embryonen von der vierzehnten bis zur dreissigsten Fötalwoche, sowie auf den Körper eines Neugeborenen. Der Durchschnitt vom Körper des Erwachsenen, der zur Vergleichung in Fig. 1 beigefügt ist, ist eine Verkleinerung des bekannten Bildes des Braune'schen Atlas, welches ich deshalb lieber wähle, als einen Originalschnitt, weil die Figur in ganzer Grösse Jedermann zugänglich ist.

1) Für die Uebersendung von embryologischem Material bin ich einer grossen Reihe verehrter Collegen zu lebhaftem Dank verpflichtet. Zu der vorliegenden Untersuchung fanden besonders die freundlichen Zusendungen der Herrn Prof. Dr. Winter-Berlin und Dr. Fressel-Hamburg Verwendung.

Der Grund warum die Untersuchung bei der vierzehnten Woche nach unten Halt macht ist der, dass in den früheren Stadien die Ausbildung mancher Körpertheile noch so sehr von der des definitiven Zustandes abweicht, dass sie zur unmittelbaren Vergleichung mit den späteren Stadien nicht wohl herbeigezogen werden kann.

Eine genauere Vergleichung der Präparate unter sich ist nur dadurch möglich, dass man Zeichnungen anfertigt, welche auf ein allen gleiches Maass reducirt worden sind. Dies bot aber deshalb gewisse Schwierigkeiten, weil es nicht ohne weiteres klar war, welches Maass als die grundlegende Norm zu betrachten ist. Die Gesammtkörperlänge konnte es nicht sein, da wegen der immer vorhandenen Krümmung jüngerer Embryonen und der zufälligen Krümmungen älterer dabei sehr ungleichwerthige Bilder hätten herauskommen müssen. Die Länge der gesammten Wirbelsäule würde schon brauchbarer sein. Der Versuch hat auch gezeigt, dass die verschiedenen vorhandenen Krümmungen dabei für die Vergleichung sehr wohl unschädlich gemacht werden können. Da aber doch immerhin wünschenswerth war, Fehler der Methode möglichst vollständig zu eliminiren, so wurde den Zeichnungen als das Normalmaass die Länge der Brustwirbelsäule von der Bandscheibe über dem ersten bis zur Bandscheibe unter dem letzten Brustwirbel zu Grunde gelegt; dieser Abschnitt ist also in allen Zeichnungen gleich lang.

Schon Aeby (1) weiss, dass das Wachsthum dieses Wirbelsäulenabschnittes während der ganzen Embryonalzeit ein ausserordentlich gleichmässiges ist und auch die Krümmung erweist sich als eine so constante, dass weder das Alter noch auch die Körperhaltung einen Einfluss auf sie ausüben, der eine genaue Vergleichung verhinderte.

Es ist klar, dass auf Herstellung der für die Vergleichung benutzten Bilder die grösste Sorgfalt verwandt werden musste und es erschien wünschenswerth, die nöthigen Reductionen auf rein mechanischem Wege ohne Dazwischentreten der Hand des Künstlers vorzunehmen. Dies wurde dadurch erreicht, dass von den Schnitten, welche unter Spiritus mit der Schnittfläche an eine planparallele Glasplatte angedrückt wurden, kleine aber sehr scharfe photographische Aufnahmen gemacht wurden. Von dem so erhaltenen Negativ konnten dann mittelst des Vergrösserungsapparates Positive auf Eastmanpapier in jeder gewünschten Grösse angefertigt werden [1]). Dieselben genügten vollständig um die hauptsächlichsten Punkte mit absoluter Treue zu fixiren und es war Sache des Zeichners, mit Zuhilfenahme dieser Bilder die Details zu entwerfen.

Die Grösse, in welcher die Abbildungen ausgeführt wurden, war an sich gleichgiltig, da ein Theil der Präparate verkleinert, ein anderer vergrössert werden musste. Sie wurde daher so gewählt, dass sie nicht zu ungefüg wurde, dabei aber doch erlaubte, alle wünschenswerthen Details einzutragen.

---

1) Mein Assistent, Herr Dr. Kallius unterstützte mich bei dieser Arbeit in dankenswerthester Weise.

Ein Blick auf die Tafeln erweist, dass die ganze Haltung der abgebildeten Embryonen nicht diejenige ist, welche sie im Uterus einnehmen, wo sie bis zur Geburt hin stark zusammen gekrümmt und mit auf die Brust geneigtem Kopfe liegen. Sie sind vielmehr in der Stellung gehärtet worden, welche sie, sich selbst überlassen und auf dem Rücken liegend, einnahmen. Der Neugeborene und die beiden ältesten Föten zeigen dabei eine Kopfhaltung, welche an die des Erwachsenen erinnert, bei allen jüngeren Embryonen ist der Kopf mehr oder weniger vorwärts geneigt. Da die Beine nicht etwa gestreckt worden waren und auch die Arme, sowie es bei Embryonen gewöhnlich ist, auf der Brust lagen, so dürfte die Stellung der Extremitäten keinen irgendwie deformirenden Einfluss auf die in der Medianebene sichtbaren Gebilde ausgeübt haben und ich kann mich nun zu deren Besprechung wenden.

Wirbelsäule.

Die Eigenthümlichkeiten der Wirbel des Neugeborenen im Gegensatz zu denen des Erwachsenen stellt Langer (22) in folgender Weise zusammen (S. 13): „Ueberwiegen des Kalibers des Wirbelloches über alle anderen Dimensionen. Ueberwiegen der Dicke über die Höhe an den Körpern, welche noch nicht die Wurzeln der Bogenstiele in sich aufgenommen haben; sehr kurze Fortsätze; mehr frontal eingestellte Querfortsätze der Brustwirbel, dagegen daselbst nach vorn convergirende Bogenstiele; relativ weite Foramina intervertebralia; grössere Uebereinstimmung der Wirbel verschiedener Abschnitte der Wirbelsäule in ihren Formen; endlich ein im Verhältniss kurzes Lendenstück."

Moser (29), welcher 1889 denselben Gegenstand bearbeitet, beschränkt sich darauf, Langer wörtlich zu wiederholen, und setzt dem nur hinzu, dass die Lendenwirbelsäule des Neugeborenen frontal stehende Gelenkflächen besitzt, eine Angabe, welche hier nicht interessirt, welche auch durchaus nicht neu ist[1]).

Ueber die relativen Längenverhältnisse der Wirbelsäule macht Ravenel (32) einige fragmentarische Angaben; viel eingehender behandelt sein Lehrer Aeby (1) zwei Jahre später den Gegenstand; er fasst seine Resultate mit folgenden Worten zusammen: „1) Kindliche und erwachsene Wirbelsäulen sind in ihren Maassverhältnissen wesentlich verschieden. 2) Die Lendenwirbelsäule des Kindes ist verhältnissmässig kürzer, die Halswirbelsäule um ebenso viel länger, als diejenige des Erwachsenen. Die Brustwirbelsäule erscheint bei beiden gleichwerthig. 3) Die erwachsene Wirbelsäule ist in allen, namentlich aber in den oberen Theilen, schlanker als die kindliche. Die damit verbundene Breitenabnahme ist nicht blos allgemeiner, sondern im Ganzen auch bedeutender als die Dickenabnahme. 4) Der Wirbelkanal ist beim Erwachsenen nicht allein im Verhältniss zur Länge der Wirbelsäule, sondern auch im Vergleich mit den Querdurchmessern der Wirbelkörper im Ganzen enger als beim Kinde. 5) Kind-

---

1) vergl. Fr. Merkel: Ueber den Bau der Lendenwirbelsäule. Arch. f. Anat. u. Physiol. Anat. Abth. 1877.

liche und erwachsene Wirbelsäulen enthalten verhältnissmässig gleich viel Bandmasse, jedoch in verschiedener Vertheilung. 6) Die kindliche Wirbelsäule hat vor der erwachsenen geringere Ungleichartigkeit ihrer Bausteine voraus. 7) Auf den Gang und schliesslichen Erfolg der ganzen Entwickelung hat das Geschlecht keinen Einfluss. 8) Die Wirbelsäule verfolgt von Anfang an einen einheitlichen Entwickelungsplan. Ihre Formveränderungen nach der Geburt sind nur eine Fortdauer der gleichen Veränderungen vor derselben.

Cunningham (9) erschliesst in seiner Arbeit über die Lendenkrümmung aus den Messungen, „dass die Lumbarregion bei sehr jungen Föten eine proportionale Länge hat, welche sich weit mehr der der Erwachsenen nähert, als der des weiter entwickelten Fötus oder des Neugeborenen. Doch sind weitere Untersuchungen nöthig, um diesen Punkt zu bestätigen. Aber es scheinen die Körper der Lendenwirbel in dieser frühen Periode, so weit das Augenmaass ein Urtheil erlaubt, lang und schmal im Vergleich mit weiter fortgeschrittenen Präparaten; sie zeigen in der That ein Aussehen, welches einigermassen an das der Lendenwirbel gewisser niederer Affen erinnert.“

In einer zweiten Abhandlung (10) meint er, dass man auf Medianschnitten der kindlichen Wirbelsäule die grosse relative Länge der Körper der Lumbalwirbel bemerken würde. „Sie sind fast pavianähnlich in ihren Umrissen.“

Beginne ich bei einer vergleichenden Betrachtung der Wirbelsäule mit den Körpern, so ergiebt die oberflächlichste Untersuchung schon die Richtigkeit der Angabe, dass in der Fötalzeit die einzelnen Wirbelabtheilungen weit gleichartiger erscheinen als später. Hält man die Bilder des Erwachsenen und des Neugebornen einander entgegen, dann ist dies schon zu bemerken; dies nimmt aber nach unten mehr und mehr zu, bis endlich der jüngste der abgebildeten Embryonen (Fig. 8) eine Reihe von Wirbelkörpern zeigt, welche in der Mitte am besten ausgebildet erscheinen und sich nach oben zum Epistropheus, nach unten zum Steissbein gleichartig verjüngen. Aber schon in dieser frühen Zeit lässt eine aufmerksamere Betrachtung Unterschiede erkennen, welche den Zustand vorbereiten, der sich später ausbilden soll. Die Parallelogramme von gleichmässiger Höhe und Breite, wie sie die Durchschnitte der mittleren Brustwirbel darstellen, ändern sich nach oben so, dass sie schmaler und niederer, nach unten so, dass sie schmaler und höher werden. Die oberen Wirbel werden damit schon ihrem definitiven Zustand entgegengeführt. Sie bleiben im Wachsthum nach beiden Dimensionen mehr und mehr zurück bis dann die rasche Verjüngung erreicht ist, welche beim Erwachsenen die Halswirbel gegenüber den Brustwirbeln zeigen. Die unteren Wirbel müssen noch weitere Veränderungen durchmachen, ehe sie die bleibende Form gewinnen.

Bei genauer Vergleichung der Präparate wurde so vorgegangen, dass sorgfältige Pausen von den Zeichnungen der Figg. 1—8 genommen wurden, welche, aufeinander gelegt, die Aenderung der Form und Lage leicht und deutlich erkennen liessen. Es fiel dabei sogleich auf, dass mancherlei individuelle Eigenthümlichkeiten vorhanden waren, welche berücksichtigt werden mussten, um

Fehlschlüsse zu vermeiden. Ganz besonders waren bei Fig. 5 die Wirbel im Ganzen graziler d. h. schmaler als bei Embryonen die älter und jünger waren. Der sechste bis neunte Brustwirbel waren diejenigen, welche schon bei dem jüngsten Embryo (Fig. 8) relativ denselben Medianschnitt des Körpers zeigten, wie beim Neugeborenen. Selbst der Erwachsene fügt sich einigermassen dieser Regel; bei ihm gleicht aber nur der neunte Brustwirbel in jeder Weise dem des Embryo der Fig. 8, der achte und siebente decken sich ebenfalls, sind jedoch beim Erwachsenen etwas schmaler, der sechste wird schon etwas niedriger, wie der des Fötus. Man darf daher aussprechen, dass der neunte Brustwirbelkörper in seiner Höhen- und Breitenentwickelung den gleichmässigsten Gang geht und dass auch die nächst höheren bis zum sechsten inclusive während des intrauterinen Wachsthums in sehr gleichmässiger Weise fortschreiten. Das gleiche gilt auch für die die Wirbelkörper verbindenden Bandscheiben, da sich beim Aufeinanderlegen der Pausen nicht nur die Wirbel decken, sondern überhaupt das Ganze in Rede stehende Stück der Wirbelsäule. [1])

Oberhalb dieser am gleichmässigsten wachsenden Wirbelabtheilung findet man nun beim jüngsten Embryo die Wirbelkörper nicht sogleich verändert, was man in derart nachzuweisen vermag, dass man versucht die Pause auf der Zeichnung zu verschieben. Man kann den neunten Wirbel bis zum sechsten hinaufschieben und sieht, dass sich trotzdem die beiden Bilder bis zum unteren Rand des fünften Halswirbels der Zeichnung völlig decken, woraus hervorgeht, dass in der ganzen Reihe der Durchschnitte vom neunten Brustwirbel bis zum sechsten Halswirbel einer dem andern völlig gleicht und dass auch die Bandscheiben die gleiche Höhe und Ausbildung haben; erst der fünfte bis dritte Halswirbel wird niederer und schmaler, während der Epistropheus eine bedeutende Entwickelung zeigt. Er ist so lang wie die drei auf ihn folgenden Wirbel, nicht wie die zwei nächsten, eine Thatsache, welche bereits bekannt ist. Die Verkleinerung der Wirbelkörper, d. h. also richtiger das Zurückbleiben derselben im Wachsthum, beginnt nun von obenher; doch ist der Fortschritt offenbar kein ganz gleichmässiger. Während er von Fig. 8 ab bei Fig. 6, 5, 3 und dem Neugeborenen in den Beugewirbeln des Halses sehr deutlich nachzuweisen ist, tritt er bei Fig. 4 kaum zu Tage; er besteht hier nur darin, dass die Wirbel selbst niederer werden, während die Bandscheiben den Verlust wieder ausgleichen. Die beiden Drehwirbel schliessen sich von der Regel manchmal auch dann aus, wenn ihr die übrigen folgen, so ist beim siebenmonatlichen Fötus (Fig. 3) der Raum vom vorderen Bogen des Atlas bis zur unteren Fläche des Epistropheus genau ebenso gross, wie beim jüngsten Embryo (Fig. 8.)

Ausser der Höhendimension geht aber die Dickendimension zurück und zwar diese mehr als jene; dass dabei die gleichen Schwankungen vorkommen, wie dort, bedarf wohl keiner Ausführung. Beim siebenmonatlichen Fötus ist die Verkleinerung

1) Als individuelle Abweichung ist anzusehen, dass beim Embryo der Figur 7 die Wirbel 2—6 nicht 6—9 die gleiche Ausbildung zeigen, wie die der Neugeborenen.

schon soweit fortgeschritten, dass auch die oberen Brustwirbel bereits davon ergriffen sind. Auch Aeby sagt schon, allerdings für die postembryonale Entwickelung (l. c.), dass mit dem Längenwachsthum der ganzen Wirbelsäule die Höhe ihrer einzelnen Segmente verhältnissmässig abnimmt. Aus seinen übrigen Angaben geht jedoch nicht hervor, in welcher Weise die Verkleinerung fortschreitet.

Die gleiche Unregelmässigkeit, wie in den oberen Wirbeln zeigt sich auch in den unter dem neunten Brustwirbel gelegenen. Eine relative Verlängerung des Abschnittes vom zehnten Brustwirbel bis fünften Bauchwirbel inclusive ist nicht zu verkennen. Wenn aber die Beobachter von einer Verlängerung der Bauchwirbelsäule sprechen, so ist dies für die untersuchten Embryonen keineswegs bedingungslos zuzugeben. Die Bauchwirbelsäule vom jüngsten Embryo (Fig. 8), vom viermonatlichen (Fig. 5) und fünfmonatlichen (Fig. 4) Fötus ist auf den Zeichnungen vielmehr ganz genau gleich lang. Es liegt die Verlängerung dann in den letzten Brustwirbeln. Gegen den siebenmonatlichen Fötus und den Neugeborenen freilich ist die Bauchwirbelsäule aller übrigen Embryonen relativ kürzer und diese haben wieder eine um etwa einen halben Wirbel kürzere Bauchwirbelsäule als der Erwachsene, so dass die relative Verlängerung vom dreimonatlichen Embryo bis zum Erwachsenen rund eine ganze Wirbelhöhe beträgt. Die erwähnte Unregelmässigkeit im Wachsthum, welche auf individuelle Verhältnisse zurückzuführen ist, geht auch aus Aeby's Tabelle (l. c. S. 109) hervor, in welcher die Verlängerung keineswegs einen ganz gleichmässigen Fortschritt zeigt. Wenn aber Cunningham (9) zu glauben geneigt ist, dass jüngere Föten eine relativ längere Bauchwirbelsäule haben, als ältere, so ist dies unzutreffend, und es werden diesem Gelehrten vermutlich Präparate vorgelegen haben, in welchen die hauptsächlichste Verlängerung einmal in den letzten Brustwirbeln, das andere Mal in den Bauchwirbeln lag, was bei geringem Material allerdings zu Fehlschlüssen Veranlassung geben könnte.

Weit augenfälliger, als die Aenderungen in der Länge, sind die in der Dicke, überhaupt im ganzen Habitus des unteren Theiles der Wirbelsäule. Wie oben bemerkt, nimmt die Dicke der Wirbelkörper nach unten ganz allmählich ab, während die Höhe der einzelnen Wirbel erst steigt und dann langsam fällt; die Medianschnitte erhalten dadurch ein mehr quadratisches Aussehen, welches Cunningham (9) bewogen hat, dieselben pavian-ähnlich zu nennen. Wenn man den Durschnitt der Wirbelsäule von Cynocephalus anubis, welchen dieser Autor auf Tafel 6 seines Werkes abbildet, auf die passende Grösse reducirt, dann decken sich in der That dessen sechs Bauchwirbel mit dem zwölften Brust- und den fünf Bauchwirbeln vom Embryo der Fig. 6 fast vollkommen. Bei sämmtlichen untersuchten Föten, auch beim Neugeborenen, ist die Breite der unteren Bauchwirbel eine geringere, als die der oberen, was beim Erwachsenen nicht der Fall ist; bei diesem sind vielmehr die unteren Bauchwirbeldurchschnitte breiter als die oberen. Bei den jüngeren Föten hält sich die Dicke von den Brustwirbeln ab bis zum dritten Bauchwirbel, vom vierten an vermindert sie sich sogleich stark, beim siebenmonatlichen Fötus wächst die Dicke schon bis zum zweiten Bauchwirbel, um

von da ab dann abzunehmen, es hat sich also jetzt das stärkere Wachsthum, welches zu der kräftigen Bauchwirbelsäule des Erwachsenen führen soll, schon eingeleitet und zwar von dem unteren Ende der Brustwirbelsäule anfangend; beim Neugeborenen ist dies bereits soweit fortgeschritten, dass der vierte Bauchwirbel derjenige ist, welcher den grössten sagittalen Durchmesser zeigt.

Das Kreuz- und Steissbein bilden in der Gleichmässigkeit der Abnahme aller Dimensionen die directe Fortsetzung der letzten Bauchwirbel; da diese Abnahme eine stärkere ist, als in den oberen Theilen der Wirbelsäule, so ist auch das Endresultat ein anderes, welches in der Abnahme bis zu den kleinen, auf den Durchschnitten nur schwer sichtbaren letzten Steisswirbeln besteht.

Die Veränderungen in der relativen Längenausdehnung dieses Wirbelabschnittes sind geringfügig und dürften über individuelle Verschiedenheiten kaum hinausgehen. Obwohl bei den jüngeren Föten die Verschmälerung der Wirbel im Bereich des Kreuzbeines eine ganz gleichmässige und zwar bedeutende ist, ist die Dicke der unteren Kreuzwirbelkörper bei ihnen doch eine relativ grössere, als beim Erwachsenen.

In den letzten Stadien des intrauterinen Lebens beginnt die Form des Kreuzbeins sich schon etwas der des Erwachsenen zu nähern.

Die Zahl der Steisswirbel wurde verschieden gefunden; sie schwankte zwischen drei und fünf. Bei mikroskopischer Untersuchung feiner Schnitte hätten sich an einigen Präparaten vielleicht noch mehr finden lassen, wenigstens dürfte man dies nach den Untersuchungen von Steinach (35) (s. das. auch Litteratur) erwarten. Ueber die sogenannte „Schwanzfrage“, über welche sich zuletzt Keibel[1]) ausspricht, geben meine Präparate keine Auskunft, sie sind dafür in einem schon zu weit vorgeschrittenen Stadium.

Ueber die Fortsätze der Wirbel etwas beizubringen, dafür sind Medianschnitte ebenfalls ungeeignet. Man sieht nur, dass sich die Processus spinosi je länger je mehr vervollkommnen. Besonders geeignet erweisen sich die Schnitte für die Betrachtung des Wirbelkanals, welche aber erst weiter unten zugleich mit Besprechung des Rückenmarks vorgenommen werden soll.

Ich wende mich daher sogleich zur Betrachtung der Krümmung der Wirbelsäule, welche schon seit langer Zeit Gegenstand der Untersuchung ist. Die Bemerkungen darüber gehen bis auf die Anatomen zu Anfang des Jahrhunderts zurück, welche aber meistens der Wirbelsäule des Neugeborenen die später erscheinenden Krümmungen völlig absprechen. Der erste welcher eine genauere Untersuchung vornimmt ist Horner (18). Er zeichnet den vorderen Contur der Wirbelsäule eines Neugeborenen und sagt: „Wir wissen dass die Anlage der Wirbelsäule im Embryo von wenigen Wochen eine gerade Linie bildet, dass beim 5—6 monatlichen Fötus die Verschiebung des Promontorium, die Biegung des Kreuzbeins — die später die bedeutendste Krümmung besitzt — noch fast

1) Ueber den Schwanz des menschlichen Embryo, Archiv für Anat. v. Physiol. Anat. Abth. 1891 S. 356.

Null sind. Auch das neugeborene Kind zeigt in seiner Wirbelsäule noch Verhältnisse, welche von denjenigen des Erwachsenen bedeutend abweichen.“ Die Abhandlung von Cleland (8) konnte ich mir im Original nicht verschaffen. Nach Cunningham's Referat (9 S. 69) demonstrirt er an Medianschnitten den Einfluss, welchen die Stellung der unteren Extremitäten auf die Form der Wirbelsäule und den Grad der Beckenneigung beim Neugeborenen hat. Ist der Kopf auf die Brust gesenkt und sind die Schenkel gebogen, dann bildet die Wirbelsäule bis zum Kreuzbein hinunter eine tiefe Concavität; bei gehobenem Kopf und gestreckten Schenkeln tritt das Becken zurück und es entsteht eine vordere Convexität der Lendenwirbelsäule.

Der nächste Gelehrte, welcher sich über die Biegung der fötalen Wirbelsäule äussert ist Parow (31). Er sagt S. 254: „Von den Krümmungen ist es besonders die concave des Brustwirbeltheiles, welche schon im Fötalleben durch die Lage im Uterus eingeleitet wird, und bei ihrer Abhängigkeit von dem Zusammenhange mit dem Brustkorbe unter der Mitwirkung des Athmungsprocesses am frühesten sich consolidiren wird.“ Die Halswirbelkrümmung wird nach seiner Ansicht erst dann deutlicher werden, wenn das Kind anfängt den Kopf aufrecht zu halten; die Lendenkrümmung ist schon beim Neugeborenen angedeutet.

In seinem Buche über die Formentwickelung des Thorax macht Hüter (19) einige hierhergehörige Bemerkungen. Er behauptet, dass die Brustwirbelsäule des Neugeborenen eine gerade Linie bilde (S. 28), sowohl in horizontaler Lage, als auch bei freiem senkrechtem Aufhängen des Rumpfs. Die Convexität der Halswirbelsäule ist nur angedeutet, die nach vorn convexe Krümmung der Lendenwirbelsäule fehlt fast vollständig. Das nur wenig gekrümmte Kreuzbein weicht vom Promontorium aus in stumpfem Winkel zurück. Dass die Wirbelsäule im Uterus eine grosse, nach vorne concave Krümmung bilde, giebt Hüter nicht zu, er stimmt vielmehr mit Horner darin überein, dass die Anlage der Wirbelsäule eine gerade Linie darstellt. „Diese gerade Linie bildet auch während der ganzen fötalen Entwickelung die Mittelstellung der Wirbelsäule und nur die Krümmungen am oberen Ende der Brustwirbelsäule und am unteren Ende der Lendenwirbelsäule entwickeln sich allmählich zu den Verhältnissen“ der kindlichen Krümmung. Barwell (4) nennt die kindliche Wirbelsäule gestreckt; sie folgt in ihren Biegungen lediglich der Unterlage, auf welcher das Kind liegt. Das Becken ist fast horizontal. Bouland (5) welcher nach dem Vorgang der Brüder Weber isolirte Wirbelsäulen in Gyps eingoss und den Block sodann in der Medianlinie durchsägte, sagt (S. 364): „Bei der Geburt zeigt die Wirbelsäule, abgesehen vom Sacro-vertebralwinkel, immer zwei obere Krümmungen in umgekehrtem Sinn und zuweilen eine dritte unten in der nämlichen Richtung wie die Nackenkrümmung“. Führt man eine steife Sonde in den Wirbelkanal des Neugeborenen ein, dann kann man die Krümmungen völlig verschwinden machen, mit Ausnahme einer kleinen Concavität nach vorne im Bereich der drei ersten Brustwirbel. Sich selbst überlassen kehrt aber die Wirbelsäule sofort in ihre ursprüngliche Form zurück. Die Ursachen der Krümmungen liegen in den Wirbeln selbst und zwar

sind die Knochenkerne nach der Convexität der Krümmung hin höher, als nach deren Concavität. Der Knorpel, welcher den Knochenkern umgiebt, folgt dieser Regel nicht, er ist bald vorn bald hinten dicker.

Balandin (3), der nächste Untersucher des Gegenstandes, findet, dass die Brustkrümmung am ersten auftritt; er kann sie schon an zweimonatlichen Embryonen beobachten. Als zweite erscheint die Halskrümmung im 3. Lebensmonat. Die Lendenkrümmung folgt zuletzt, um die Wende des ersten Lebensjahres. Eine Lendenkrümmung kann man nach seinen Untersuchungen beim Neugeborenen sofort hervorrufen, wenn man die in die Höhe gezogenen Beine streckt und damit durch Vermittelung des nun gespannten Lig. iliofemorale das Becken vorne senkt.

Ravenel (32) lässt beim Neugeborenen die Biegungen fast vollständig fehlen und sagt, dass äussere mechanische Einwirkungen es sind, welche die Umprägung der kindlichen Form in die erwachsene bedingen. „Sie ist keine active, von der Wirbelsäule selbst ausgehende, sondern, wenigstens in der Hauptsache, eine passive, ihr von aussen her aufgedrungene.“

Fehling (12) sagt von einem Medianschnitt durch den Körper eines Neugeborenen: „die Wirbelsäule verläuft vom Halstheile bis zum vorletzten Lendenwirbel fast ganz gerade, nur ein ganz geringer, nach vorn offener Bogen ist angedeutet. Vom 5. Lendenwirbel an beginnt die auch an allen anderen Sagittalschnitten ersichtliche Beckenkrümmung ganz in derselben Art und Weise.“

Charpy (7) zieht aus seinen Beobachtungen den Schluss, dass die Rückenkrümmung des Embryo eine ursprüngliche ist und früher erscheint, wie jede andere; sie findet sich selbst bei Personen, welche niemals den Versuch gemacht haben, zu gehen. Noch im vierten Fötalmonat ist sie die einzig vorhandene; in den letzten Monaten aber wird die Halskrümmung mehr und mehr deutlich, die Lendenkrümmung wird erst im achten Monat ersichtlich. Beim Neugeborenen sind die Krümmungen natürlich ebenfalls zu sehen, wenn auch schwach entwickelt.

Cunningham (9) sagt, dass bei sehr jungen Embryonen die Wirbelsäule einen einzigen nach vorne concaven Bogen bilde. Im unteren Theil (Kreuz- und Steissbein) ist der Bogen „more abrupt“, als oben und das Ende der Säule ist hakenförmig aufwärts gekrümmt. Später zeigt dann die Wirbelsäule zwei vorne concave Bogen, der obere die wahren Wirbel, der untere die Kreuz- und Steissbeingegend umfassend. Diese wird tiefer, aber eine andere Krümmung entsteht nicht, solange der Fötus im Uterus verweilt. Ein schwaches, aber deutliches Promontorium findet man bei 70 Mm. langen Embryonen. Hebt man bei Embryonen oder Neugeborenen den auf die Brust gesunkenen Kopf, dann entsteht sofort eine vorn convexe Halskrümmung, während die übrigen Theile der Wirbelsäule unverändert bleiben. Auch die Lendenkrümmung kann man hervorbringen, wenn man die Beine forcirt streckt, wie dies Balandin angiebt.

Symington (36) bestätigt im wesentlichen Cunninghams Beobachtungen. Bemerkenswerth ist, dass er eine constante Halskrümmung auch für den Er-

wachsenen leugnet, indem er sagt, dieselbe hinge lediglich von der Haltung des Kopfes ab.

Ueberblickt man die in Vorstehendem kurz mitgetheilte Litteratur, dann könnte man fast daran verzweifeln, ein klares Bild von den Wirbelsäulenkrümmungen bekommen zu können. Der eine läugnet sie, der andere behauptet sie, der eine sagt, der Grund ihrer Anwesenheit läge in den Wirbeln selbst, der andere sagt, der Grund wäre zweifellos nur in der Umgebung zu suchen. Von mehreren Seiten wird hervorgehoben, dass die embryonale Wirbelsäule sehr beweglich sei und durch die geringste Beeinflussung sogleich ihre Biegung ändere, weshalb man von einer Normalkrümmung nicht reden könne. Die grosse Biegsamkeit bedarf keines Beweises weiter, da sie jedermann kennt; auch mir machte sie sich recht unliebsam bemerklich, indem nicht selten ein Embryo, den man ganz gerade gelegt zu haben glaubte, doch eine seitliche Biegung der Wirbelsäule zeigte, so dass der Schnitt dann auch bei grösster Sorgfalt in der Ausführung nicht durch die Medianebene aller Wirbel fiel.

Trotz dieser Biegsamkeit aber haben Horner, Hüter, Barwell u. a. zweifellos unrecht, wenn sie der embryonalen Wirbelsäule eine gestreckte Gestalt vindiciren. Die Figuren von His (17) beweisen, dass in den ersten Wochen der Embryonalzeit eine sehr regelmässige nach vorne concave Krümmung der gesammten Wirbelsäule vorhanden ist, und es dürfte kaum gelingen, selbst noch einen Embryo, wie es der jüngste hier abgebildete ist (Fig. 8), soweit zu strecken, dass seine Wirbelsäule eine gerade Linie bildet. Dies ist nach Balandins Versuchen nur möglich, wenn man dieselbe ganz frei präparirt und durch Ziehen am oberen und unteren Ende spannt. Selbst bei diesem gewaltsamen Experiment fand dieser Forscher nur bei zwei- bis dreimonatlichen Embryonen die Wirbelsäule noch weich und biegsam genug, um sie in einen geraden Stab zu verwandeln, bei vier- bis fünfmonatlichen blieb beim Spannen eine deutliche Concavität zurück, deren Grenzen in die Gegend des siebenten Hals- und neunten Brustwirbels fallen. Beim Neugeborenen konnte, wie oben erzählt, Bouland nicht einmal durch die Einführung einer steifen Sonde in den Wirbelkanal eine Concavität im Bereich der drei ersten Brustwirbel ausgleichen. Gegenüber diesen positiven Angaben fallen vage Bemerkungen, dass die Wirbelsäule des Neugeborenen noch „fast“ gerade sei, nicht weiter ins Gewicht.

Die Präparate, welche den Figuren dieser Abhandlung zu Grunde liegen, sind keineswegs alle in der gleichen Stellung gehärtet, trozdem aber ist die Krümmung im Bereich der Brustwirbelsäule immer vorhanden. Der jüngste Embryo (Fig. 8) und älteste Fötus (Fig. 3) zeigen ganz die gleiche Curve. Bringt man an den Pausen die hinteren, dem Wirbelkanal zugekehrten Grenzlinien beider zur Deckung, dann fallen sie im Bereich sämmtlicher Brustwirbel zusammen, versucht man das Gleiche mit der vorderen Linie, dann sind diese sogar vom 7. Halswirbel bis zum zweiten Lendenwirbel identisch. Im übrigen wird die Form der Curve von der Kopfhaltung beeinflusst, wie mir die übrigen abgebildeten Föten und noch einige andere besonders stark gekrümmte beweisen. Es

zeigt sich — was nicht a priori erwartet werden konnte —, dass durch diese nicht nur die Stellung der Halswirbelsäule, sondern auch die der drei bis vier obersten Brustwirbel geändert wird. Dieselben sind je nach der Haltung von Kopf und Hals bald nach vorn, bald nach rückwärts geneigt. Unten aber fällt meistens der erste Bauchwirbel noch in die Brustcurve hinein. Nur bei ganz excessiver Beugung des Körpers tritt er, ja selbst der letzte Brustwirbel noch vor die Curve der übrigen, so dass ich in einem einzigen Falle gefunden habe, dass nur die Linie vom siebenten bis elften Brustwirbel mit der des abgebildeten Neugeborenen zusammengetroffen war. Nach dem Mitgeteilten ist für die Krümmung der Wirbelsäule in der unteren Brustgegend eine ebenso grosse Gleichmässigkeit der Entwickelung nachzuweisen wie für die Form.

Dass die Halswirbelsäule keine Stellung zeigt, welche als eine typische angesehen werden darf, ist nicht verwunderlich; ihre Beweglichkeit ist ja selbst beim Erwachsenen noch eine so erhebliche, dass ihr Symington, wie oben bemerkt, eine bleibende Krümmung abspricht. Balandin (l. c.) sagt noch vom Neugeborenen, dass seine Wirbelsäule einen geraden Halstheil habe. Derselbe Gelehrte, wie auch Fehling behaupten das Gleiche von der Lendenwirbelsäule, und es ist ganz klar, dass Balandins Versuche zur Erzeugung der Lendenkrümmung beim Neugeborenen, von welchen oben berichtet wurde, das richtige treffen. Genau so, wie für die Stellung der Halswirbelsäule diejenige des Kopfes massgebend ist, so ist es für die der Bauchwirbelsäule die des Beckens. Werden beide nach hinten bewegt, dann bekommen die betreffenden Wirbelsäulenabschnitte eine vorn convexe Form, treten sie nach vorne, dann werden die Abschnitte vorne concav. Der wesentliche Unterschied der Hals- und Bauchwirbelsäule besteht darin, dass die Biegung der ersteren die Brustwirbel mehr beeinflusst, wie die der letzteren.

Was das Kreuz- und Steissbein anlangt, so verdanken wir über dieses Fehling (12) die eingehendsten Angaben. In der Mitte des dritten Monats findet er die Beckenwirbelsäule fast vollständig gestreckt, nur die untere Spitze krümmt sich etwas nach vorn. Im vierten Monat wird die Längshöhlung immer stärker, dabei findet sich an zwei Stellen eine deutliche Krümmung, „eine nach vorn convexe, entsprechend dem letzten Lenden- und ersten Kreuzwirbel und im unteren Theil des Kreuzbeines eine deutliche Höhlung.“ Der erste Kreuzwirbel wird nun deutlich keilförmig und bleibt es von nun an. Im fünften Monat krümmt sich das Kreuzbein im oberen Theil stärker nach vorne und es tritt die erste Andeutung des späteren Promontoriums auf.

Meine eigenen Untersuchungen haben mich von der Richtigkeit der Angabe Fehlings bezüglich des ersten Auftretens einer Krümmung am unteren Ende des in Rede stehenden Wirbelsäulenabschnittes überzeugt, und zwar findet man im dritten Monat meistens die letzten Steisswirbel scharf hakenförmig umgebogen (vergl. Fig. 10); die höchste Convexität des Bogens liegt im dritten. Dieser Zustand ist kein neuerworbener, er reicht noch weit zurück. Rosenberg (33) bildet schon von einem zwei Centimeter langen Embryo diese Knickung ab und

sagt, dass deren Winkel im 32. Wirbel gelegen habe. Tourneux und Herrmann (40) zeichnen dieselbe von einem 37 mm. langen Embryo und sagen, dass die drei letzten Wirbel einen fast rechten Winkel mit den übrigen gebildet hätten. Bemerkenswerth ist es, dass bei dem in Fig. 7 abgebildeten Steissbein nicht dessen Spitze, sondern vielmehr der drittletzte Wirbel in dem Gipfel des Steisshöckers liegt, der am Präparat sehr deutlich zu sehen ist, während in anderen Figuren (6,8) die Spitze des Steissbeines und der Gipfel des Steisshöckers in bekannter Weise zusammen fallen. Eine Durchsicht der Zeichnungen dieser Abhandlung giebt den klaren Beweis, dass nicht jedes Präparat aus früher Zeit dieses hakenförmig gekrümmte Steissbein zeigt [1]) und es wäre interessant, in Erfahrung zu bringen, ob es in diesen Fällen überhaupt nicht zur Ausbildung eines solchen Hakens gekommen ist, oder ob sich derselbe schon wieder zurückgebildet hatte. Zur definitiven Lösung dieser Frage gehört ein sehr grosses Material, die wenigen Präparate, welche mir zur Verfügung stehen, machen mich aber geneigt, die erstere Alternative für die wahrscheinlichere zu halten, denn es finden sich auch in späteren Studien Embryonen mit stark (Fig. 4, 5, 7) und solche mit schwach gekrümmtem (6) Wirbelsäulenende.

Was die Krümmung des Kreuzbeines anlangt, so ist es mir nicht gelungen, darüber eine allgemein anwendbare Regel zu finden, da der eine Theil der Wirbelsäulen gestreckter ist, als der andere, aber man kann doch von einer *S* förmig gekrümmten Linie des vorderen Grenzconturs sprechen, wobei der untere Schenkel, der ungefähr der Pars perinea sacri H. Meyers (28) entspricht, eine meist starke vordere Concavität, der obere, Pars pelvina, eine äusserst schwache der Geraden genäherte vordere Convexität zeigt. [2])

Die Krümmung des Kreuz- und Steissbeins ist zweifellos eine starre und constante, und unabhängig von den Bewegungen des Rumpfes, es kann dies auch nicht anders sein, da die Verbindung mit den Hüftbeinen schon Anfang des dritten Monats ganz den gleichen Beckenring, wie beim Erwachsenen bildet (Fehling l. c. S. 4). Man kann sich davon auch ganz direct überzeugen. Ist die Bauchwirbelsäule eines Embryo etwa aus der Mitte der Schwangerschaft rückwärts abgebogen, dann entsteht ein deutliches Promontorium, ist sie vorwärts gebeugt, dann vermag man ein solches nur schwer oder gar nicht nachzuweisen, ein Beweis dafür, dass das Kreuzbein an den Bewegungen der Bauchwirbelsäule keinen Theil nimmt.

Die Frage nach dem Grunde der Krümmungen des Wirbelsäulenskeletes ist eine schon öfter ventilirte, ohne dass jedoch, wie mir scheint, die wirklich massgebenden Gesichtspunkte klar gelegt worden wären. Es ist klar, dass dabei innere in der Wirbelsäule selbst gelegene Ursachen oder äussere, welche auf sie umbildend einwirken, vorhanden sein können. Die erstere Alternative wird besonders von Bouland (l. c.) verfochten; „Les courbures cervicale et dorsale

1) Vergl. auch Takahasi (37) Fig. 4.

2) Ich bemerke dabei ausdrücklich, dass ich mir die Meyer'schen Bezeichnungen, welche ganz unzutreffend sind, nicht aneignen möchte.

que présente la colonne vertébrale chez l'homme résultent de son organisation même, et non de l'action combinée de différentes causes se rattachant à la station bipède"; er sagt, dass beim Neugeborenen die Knochenkerne der Hals- und Brustwirbel keilförmig gestaltet seien, und dass die ersteren vorn, die letzteren hinten dicker wären. Bei den Halswirbeln könne auch bei gleicher Dicke des Knochenkernes vorn und hinten die knorpelige Anlage des Wirbels eine keilförmige Gestalt haben, bei den Brustwirbeln herrscht in der Gestalt der Knorpelanlage keine Regelmässigkeit. Im Gegensatz hierzu giebt schon Horner (l. c.) an, dass bei sechsmonatlichen Föten und Neugeborenen in der Dicke der Wirbelkörper vorn und hinten kein Unterschied wäre. Er macht vielmehr Schwere und Muskelkraft, Bänderzug und Eingeweidelast für die Entstehung der Krümmungen verantwortlich. Parow (l. c.) glaubt die gekrümmte Lage des Kindes im Uterus für Entstehung der Brustkrümmung und die Verbindung des betreffenden Wirbelsäulenabschnittes mit den übrigen Skelettheilen des Brustkorbes verantwortlich machen zu sollen. Hüter (19) leugnet, dass der Muskelzug im Uterus die Causa movens der Brustkrümmung sei, wie dies Horner behauptet hat, er denkt auch, wie Parow, an die Lage im Uterus, ohne sich jedoch bestimmter zu äussern. Balandin meint, es sei kaum zu bezweifeln, „dass die Brustkrümmung hauptsächlich in erster Instanz durch die Anlage des Skeletes (Verbindung der betreffenden Wirbelparthie mit dem Thorax—Parow) bedingt und dann durch den Druck der wachsenden und sich ausdehnenden Brusteingeweide ausgebildet wird."

In erster Linie möchte ich meinerseits der mehrfach auftauchenden Ansicht entgegentreten, dass ein von der Uteruswand ausgeübter Druck von massgebendem Einfluss auf die Krümmung des Embryo sei. Dies ist zweifellos nicht der Fall. Ist der Embryo noch klein, dann ist der ihm zugemessene Raum sehr gross. Er schwimmt am Nabelstrang frei aufgehängt in einer weiten Höhle, wie jeder weiss, der einmal ein solches Ei eröffnet hat. Gerade in dieser Zeit aber ist er am stärksten gekrümmt. Auch in den späteren Monaten übt die Uteruswand einen gleichmässig wirkenden Druck auf das Fruchtwasser, aber nicht auf den in ihm schwimmenden Embryo aus. Schon unter normalen Umständen ist die Menge des Fruchtwassers sehr verschieden; existirt aber Hydramnion, dann müsste sich der Embryo immer deutlich gestreckt zeigen, was aber keineswegs der Fall ist, obgleich natürlich Abweichungen von der gewöhnlichen Lagerung vorkommen. Der beste Beweis endlich dafür, dass die gekrümmte Haltung des Embryo nicht durch Uterusdruck hervorgerufen wird, ist der, dass dieselbe auch mehr oder weniger vollständig beibehalten wird, wenn man ihn nach dem Abort in ein mit Flüssigkeit gefülltes Gefäss bringt und ihn daselbst sich selbst überlässt; davon geben die Figuren dieser Abhandlung Zeugniss.

Es käme nun in Frage, ob die Krümmung der fötalen Wirbelsäule in ihr selbst begründet ist, wie dies besonders Bouland aus ihrem anatomischen Bau erschliessen will. Die Angaben dieses Gelehrten sind jedoch zweifellos unrichtig, es ist mir aber leider nicht gelungen, den Grund seines sonderbaren Irrthums aufzufinden. Die Figuren der gegenwärtigen Abhandlung lehren, dass Knochen-

kerne und knorpelige Anlage der Wirbel keineswegs so regelmässig abgeschrägt sind, wie es dieser Autor will, beim siebenmonatlichen Fötus sind die Wirbelkörper vorne sogar etwas höher als hinten und es stehen meine Befunde ganz mit den genauen Messungen Horners und Ravenels im Einklang. Ich sehe dabei ganz davon ab, dass eine bleibende Halskrümmung im fötalen Leben noch gar nicht existirt, wie dies Bouland behauptet. Selbst das so deutlich gekrümmte Kreuzbein hat in den jüngeren Stadien keineswegs Wirbel von bestimmter Gestalt und in der Zeit, in welcher ein hakenförmig gekrümmtes Steissbein vorhanden ist, sind dessen Wirbel so weich und biegsam, dass man ihnen ganz unmöglich eine Eigenform zuschreiben darf. Für die spätere Fötalzeit giebt Fehling bestimmt an, dass der letzte Lenden- und der erste Kreuzwirbel einen keilförmigen Körper zeigen, eine Thatsache, welche leicht zu bestätigen ist. Auch für dieses Vorkommniss muss man aber keineswegs in der Wirbelsäule selbst gelegene Gründe annehmen, sondern kommt sehr wohl damit aus, dass man einen Einfluss äusserer Einwirkungen auf die Wirbelform voraussetzt. Es ist überhaupt ein Fehler, welcher einer Erkenntniss des causalen Zusammenhanges der Entstehung der Körperformen hinderlich im Wege steht, dass so häufig nur ein einzelnes Körpergebilde, aus dem Zusammenhang gerissen, untersucht wird. Die gegenseitige Wechselwirkung der Organe auf einander ist es, welche die definitiven Formen erzeugt, und man vermag sich durch das Studium gewisser teratologischer Formen (ich erinnere nur an die Missbildungen des Gesichtes) von der Richtigkeit dieses Satzes sehr gut zu überzeugen. Sagt doch schon vor zwanzig Jahren His (16, S. 83) sehr richtig: „Die Gestaltung, die das Organ annimmt, ist abhängig von dem Gesetze seines eigenen Wachsthums, von seinen räumlichen Beziehungen zu Nachbartheilen und von dem Wachsthume dieser letzteren.“

Zu der Zeit, in welcher sich die Körperform einigermassen consolidirt hat, zu der Zeit also, in welcher die Extremitätenanlagen hervorsprossen, besteht bei den Säugethieren eine ausserordentlich grosse Uebereinstimmung in der Krümmung des Körpers. Der Kopf ist auf den dicken Leib (Herz und Leber) bis zur Berührung herabgebeugt, auch das hintere Ende ist gegen den Leib erhoben. Noch in der Fig. 8 der gegenwärtigen Abhandlung ist diese Form, wenn auch schon etwas gemildert, vorhanden. Die Sache erklärt sich einfach genug. Wirbelsäule und Rückenmark wachsen rascher, als die vorderen Theile des Körpers, besonders als Hals und Bauch. Wäre die Verbindung zwischen der Wirbelsäule und dem übrigen Körper eine weniger feste und gleichmässige oder wäre der von ihr gebildete Stab ein weniger wiederstandskräftiger, dann würde sie sich schlängeln, wie es der Darm bei seinem stärkeren Wachsthum thut, so aber schiebt sie sich unter Erhaltung ihrer geraden Linie herum, wie die Peripherie des rollenden Rades um die Achse. Erst wenn die vorderen Theile des Körpers in ihrem Wachsthum nachkommen, gleicht sich das Missverhältniss zwischen beiden mehr und mehr aus, wie dies unten noch specieller ausgeführt werden wird. Es ist natürlich, dass dabei auch die innere Structur der Wirbelsäule,

zuerst die Nachgiebigkeit des Bandapparates und dann die Form der Wirbelkörper selbst, nicht ganz unbeeinflusst bleiben kann, und so sehen wir, dass zuletzt in der That die gekrümmte Brustwirbelsäule, auch wenn sie ganz frei präparirt ist, nicht mehr vollständig gerade gestreckt werden kann.

Ich vermag keinen anderen Factor für die Wirbelsäulenkrümmung zu entdecken, als die erwähnten Wachsthumserscheinungen, ganz besonders kann ich nicht glauben, dass die Verbindung der Brustwirbelsäule mit dem übrigen Thoraxskelet und der Druck der sich ausdehnenden Brusteingeweide von irgend welcher Bedeutung sind. Wäre dies der Fall, dann würden die Eingeweide doch wohl in erster Linie auf die sehr weichen Rippen und das ebenfalls weiche Brustbein wirken und würden diese ausbiegen und wölben. Man sieht davon aber nichts, wie die Besichtigung unverletzter Embryonen ergiebt, welche keineswegs einen auffallend gewölbten Brustkorb haben, wie etwa die Emphysematiker, sondern vielmehr einen kielförmigen, was sich dadurch erklärt, dass die luftleeren Lungen einen geringeren Platz einnehmen, als solche, welche geathmet haben. Die Medianschnitte der beifolgenden Tafeln erweisen auch, dass das Brustbein keineswegs stark gewölbt ist. Endlich ist auch beim Aufeinanderlegen der Pausen von den Figuren der Tafeln I—III zu ersehen, dass der Durchmesser des Brustkorbs von vorn nach hinten in allen Fällen relativ der gleiche ist, was nicht sein würde, wenn zu bestimmten Zeiten der in der Brusthöhle herrschende Druck so stark wäre, dass er ausreichte, der Wirbelsäule eine bestimmte Biegung zu verleihen. Ich lasse dabei ganz ausser Erwägung, ob ein solch starker Druck nicht die physiologische Funktion des Herzens beeinträchtigen würde.

Einer besonderen Betrachtung bedarf noch das untere Ende der Wirbelsäule, welches sich bei jungen Embryonen, wie erwähnt, hakenförmig nach vorne umgebogen zeigt. Man könnte hier auch wieder daran denken, dass die Beckeneingeweide einen formirenden Druck ausübten, da der relativ starre Beckenring eine ungehinderte Ausdehnung nicht zuliesse. Aber abgesehen davon, dass für die Eingeweide Platz genug vorhanden ist, um nach oben auszuweichen, kann der Beckenring desshalb nicht in Frage kommen, weil die primäre starke Krümmung das Steissbein und nicht das Kreuzbein, nicht einmal dessen untere Theile betrifft. Vollständig ausgeschlossen wird eine derartige Erklärung dadurch, dass zwischen dem gekrümmten Steissbein und dem gestreckten Mastdarm eine beträchtliche Schichte lockeren gallertartigen Bindegewebes liegt, welche erst dann völlig schwindet, wenn die Füllung des Darmes mit Meconium einen so hohen Grad erreicht, dass sich seine hintere Wand dicht an die Höhlung des Kreuz- und Steissbeines anlegt (Fig. 10 und 4). Es scheint nur die eine Möglichkeit der Erklärung vorzuliegen, dass sich die Wirbelsäule bei ihrem Wachsthum mehr und mehr nach unten schiebt, während sie an ihrem unteren Ende festgehalten wird. Man kann dies sehr leicht experimentell nachweisen: Ein dünner, sehr weicher Stab, welcher an der einen Seite stark zugespitzt ist, etwa ein Harnröhren-Bougie, wird am dünnen Ende mit der einen Hand fixirt, während

die andere Hand vom dicken Ende her einen Druck ausübt. Stets wird sich das dünne Ende je nach der Stärke des Druckes mehr oder weniger stark krümmen. Ich komme also zu dem Schluss, dass das abwärts fortschreitende Wachsthum der Wirbelsäule bei fixirtem Ende die Krümmung hervorruft. Die noch zu lösende Frage wird nur sein, wodurch diese Fixirung bewirkt wird. Es scheint mir dabei gar nichts Anderes in Frage kommen zu können, als der seitliche Muskel- und Bandapparat des Schwanzes. Derselbe entspringt vom Becken und setzt sich am Steissbein fest. Es ist nur nöthig, dass er früher im Wachsthum zurückbleibt, wie das Skelet, um dessen Verhalten gänzlich ungezwungen zu erklären.

Das Kreuzbein hat sich in dieser frühen Zeit noch gar nicht weiter von der Wirbelsäule gesondert, es gleicht ihr im Bau der Wirbelkörper und in der Krümmungslinie vollkommen. Die Krümmung, die sein „perinealer" Theil allmählig annimmt, ist von der des Steissbeins abhängig und mit ihr identisch. Es gleicht sich nur der ursprüngliche scharfe Haken des letzteren dadurch aus, dass sich die Krümmung gleichmässiger auch auf die benachbarten Theile der Wirbelsäule vertheilt. Der obere „pelvine" Theil des Kreuzbeins bleibt ja auch bis zur Geburt hin gestreckt, ja er nimmt sogar, wie erwähnt, eine compensatorische Convexkrümmung an, freilich eine kaum sichtbare. Wunderbar ist nur, wie es zu der später so scharfen Abknickung kommt, welche in dem zwischen Bauch- und Kreuzwirbelsäule gelegenen Promontorium vorliegt. Dieselbe tritt aber, wie oben gesagt, keineswegs plötzlich auf, sondern ist, wie ein Blick auf die Figuren ergiebt, anfänglich kaum angedeutet, um erst in den letzten Zeiten der Schwangerschaft (Fig. 3) deutlich und bleibend hervorzutreten. Die Gründe hierfür sind im Becken selbst nicht zu suchen, denn legt man die Pausen von Fig. 3 mit Promontorium und Fig. 4 ohne ein solches aufeinander, dann sieht man, dass die wesentlich in Frage kommenden Skeletpunkte derselben einander ganz gleich sind. Es ist vielmehr die erheblich stärkere Entfaltung der Weichtheile des Bauches, welche die dauernde Aenderung bedingt. Die Lendenwirbelsäule wächst dabei auch stärker, wie oben bemerkt, aber sie streckt sich nicht genug, um mit den Eingeweiden gleichen Schritt zu halten, wesshalb diese auf das in sich geschlossene Becken drücken und dasselbe an seiner Verbindung mit der Bauchwirbelsäule abknicken. Das Promontorium entsteht also in seinem ersten Anfang zweifellos nicht durch den Druck der Rumpflast, wenn auch der geschilderte Wachsthumsdruck mechanisch etwas ganz ähnliches ist. Der Druck der Rumpflast kann in der von Fehling (l. c. S. 76) vortrefflich geschilderten Weise erst post partum seine Wirkung entfalten. Um die allmählich entstehende Keilform des ersten Kreuzwirbels zu erklären, dazu bedarf es dabei nicht der Herbeiziehung unbekannter Kräfte. Es wirken vielmehr dieselben bekannten Factoren, welche wir z. B. bei den Ausgleichungsvorgängen in skoliotischen Wirbelsäulen die verschiedenen Umformungen der einzelnen Wirbelkörper herbeiführen sehen.

Rückenmark und Wirbelkanal.

Ueber das Rückenmark sagt Hertwig (15) in der letzten Auflage seiner Entwickelungsgeschichte S. 383. f. „Anfangs nimmt das Rückenmark die ganze Länge des Rumpfes ein, beim Menschen bis zum vierten Monat der embryonalen Entwickelung. Es reicht daher zu der Zeit, wo sich das Achsenskelet in einzelne Wirbelabschnitte gegliedert hat, von dem ersten Hals- bis zum letzten Steisswirbel herab. Das Ende des Rückenmarkes beginnt aber keine Ganglienzellen und Nervenfasern zu bilden, sondern bleibt zeitlebens als ein dünnes epitheliales Rohr erhalten. Dasselbe setzt sich von dem grösseren, vorderen Abschnitt, der Nervenfasern und Ganglienzellen entwickelt hat, durch eine conisch verjüngte Stelle ab, die in der descriptiven Anatomie als Conus medullaris beschrieben wird. Solange das Rückenmark in seinem Wachsthum mit der Wirbelsäule gleichen Schritt hält, treten die aus ihm entspringenden Nervenpaare unter rechtem Winkel direct zu den Zwischenwirbellöchern hin, um den Wirbelkanal zu verlassen. Diese Anordnung ändert sich beim Menschen vom vierten Monat an; von da bleibt das Rückenmark in seinem Wachsthum hinter dem Wachsthum der Wirbelsäule zurück und kann daher den Wirbelkanal nicht mehr ganz ausfüllen. Da es nun oben an der Medulla oblongata befestigt ist, und diese mit dem Hirn in der Schädelkapsel festgehalten wird, so muss es in dem Wirbelkanal von unten nach oben emporsteigen. Im sechsten Monat findet sich der Conus medullaris im Anfang des Sacralkanals, bei der Geburt in der Gegend des dritten Lendenwirbels und einige Jahre später am unteren Rande des ersten Lendenwirbels, wo er auch beim Erwachsenen endet“.

Kölliker sagt ferner, dass die Cervical- und Lumbalanschwellungen bereits im zweiten Monat angedeutet seien; im dritten Monat sind sie schon bestimmt ausgeprägt.

Diese Mittheilungen lassen nun zwar über das Verhältniss des Rückenmarks zum Wirbelkanal in der Längsrichtung beider keine Zweifel, sprechen sich aber nicht weiter über das Verhältniss im sagittalen Durchmesser aus. Eine Vergleichung lehrt, dass der jüngste abgebildete Embryo (Fig. 8) weitaus die geräumigste Wirbelhöhle hat. Dieselbe wird auch nahezu vollständig vom Rückenmark ausgefüllt, nur in der Gegend der oberen Brustwirbel bleibt hinten ein schmaler Spalt, während unten beiderseits ein ganz geringer Spaltraum zu sehen ist. Beim nächst älteren Stadium (Fig. 7) hat sich die Sache beträchtlich verändert. Der Wirbelkanal ist enger geworden, das Rückenmark aber ist im Wachsthum noch mehr zurückgeblieben, als der Raum, der es beherbergt. Es entsteht daher ein schon ziemlich weiter Spalt, welcher sich an der Rückseite des Rückenmarks vom Hals bis zur Lende herunterzieht. Er ist von einer Masse erfüllt, welche sich unter dem Mikroskop als zellenarmes Gallertbindegewebe erweist. Dasselbe ist während des ganzen Fötallebens relativ spärlich vascularisirt, erst beim Neugeborenen treten grosse Venenlumina in der Gegend hinter den beiden Anschwellungen des Rückenmarks auf.

Bemerkenswerth ist es, dass das Rückenmark sich während der ganzen Fötalzeit von den Wirbelkörpern nicht entfernt, sondern dass lediglich zwischen ihm und den Wirbelbogen der breite Raum bleibt.

Der Wirbelkanal hat nun eine relative Weite erreicht, welche er bis zur Geburt nicht mehr ändert; da aber das Rückenmark immer schmächtiger wird, so muss der beschriebene Spaltraum immer breiter werden, wie dies auch ein Blick auf die Abbildungen erweist. Doch ist hervorzuheben, dass im Stadium der Fig. 7 ebenso wenig wie im jüngsten Stadium etwas von den Anschwellungen zu sehen ist; dieselben haben sich hier noch nicht in sagittaler, sondern in frontaler Richtung entwickelt. Erst in Fig. 6 beginnen sie sichtbar zu werden. Während sich die Lendenanschwellung in bescheidenen Grenzen hält, wird die Halsanschwellung schliesslich so dick, dass sie beim siebenmonatlichen Fötus (Fig. 3) den ganzen verfügbaren Raum ausfüllt, so dass hier der in jüngeren Stadien vorhandene Spaltraum wieder verschwunden ist; derselbe beginnt erst in der Gegend des ersten Brustwirbels zu erscheinen. Beim Neugeborenen ist die Cervicalanschwellung wieder schmaler geworden. Ein Vergleich mit dem Erwachsenen zeigt, wie sehr im extrauterinen Leben Rückenmark und Wirbelkanal schwinden, und dadurch, dass der letztere sich überall wieder enger an das erstere anschliesst, wird auch der Spaltraum mit seinem Inhalt erheblich reducirt.

Bei den abgebildeten Embryonen liegt der Conus terminalis in folgender Höhe:

Neugeborener Fig. 2: Höhe des zweiten Lendenwirbels.
Fig. 3: zwischen zweitem und dritten Lendenwirbel.
Fig. 4: Höhe des vierten Lendenwirbels.
Fig. 5: Höhe des vierten Lendenwirbels.
Fig. 6: zwischen zweitem und drittem Sacralwirbel.
Fig. 7: Höhe des dritten Sacralwirbels.
Fig. 8: Höhe des zweiten Steisswirbels.

Man sieht daraus, dass im vierten Monat eine ziemlich plötzliche und starke Verkürzung des Rückenmarkes stattfindet.

Brustbein.

Der vordere Schluss des Brustkorbes im Brustbein ist bei Embryonen, wie es die hier abgebildeten sind, längst gegeben. Nach Ruge's (34) Angaben ist dasselbe schon bei Embryonen von 3,5 Cm Scheitel-Steisslänge fertig gebildet. Man sieht auch beim jüngsten der hier abgebildeten Föten nicht allein den Durchschnitt des Brustbeins selbst, sondern auch die Abgliederung in seine drei Theile sehr gut. Dass man in Figg. 2, 4, 5, 7, 8 an der Vereinigungsstelle von Körper und Schwertfortsatz den Durchschnitt einer Rippe findet, kommt daher, dass sich bei Embryonen in der That die siebenten Rippen vor dem Brustbein sehr häufig bis zur Berührung nähern. Ruge (l. c. Tf. XVIII, Fig. 9) bildet dies von einem 32 Cm langen Fötus ab; auch ich habe es bei der Präparation von Föten verschiedenen Alters in gleicher Weise finden können. Luschka (24, S. 105) sagt vom Erwachsenen, dass gelegentlich die Sternalenden des achten

Rippenpaares vor dem oberen Ende des Schwertfortsatzes liegen, daselbst durch ein in der Mittellinie liegendes Gelenk mit einander verbunden. Ruge (l. c.) fügt dem hinzu, dass auch häufig das siebente Rippenpaar vor dem Processus ensiformis gelagert sei. Es muss aber zweifellos dieses Zusammenstossen zweier Rippenenden vor dem Proc. ensiformis im embryonalen Leben häufiger sein, wie im extrauterinen, denn man kann es nicht als einen Zufall ansehen, dass unter fünf abgebildeten Embryonen vier dieses Verhalten zeigen, ebenso auch der Neugeborene; es ist vielmehr anzunehmen, dass später in der Mehrzahl der Fälle die betreffende Rippe zurückweicht und dass die Fälle, in welchen sie sich auch bei Erwachsenen in der beschriebenen Lage findet, als ein Stehenbleiben auf einem fötalen Zustand anzusehen sind.

Die Länge des ganzen Brustbeins und die seiner drei Abtheilungen bleibt während des ganzen Fötallebens ebenso constant, wie die der Brustwirbelsäule, und es gehen die Schwankungen nicht über das Bereich individueller Verschiedenheiten hinaus.

Was die Stellung des Brustbeins anlangt, so findet man, dass der obere Rand seines Handgriffes bis zur Höhe des siebenten Halswirbelkörpers aufsteigt, dass er somit erheblich höher liegt, als beim Erwachsenen, wo er nur die Höhe des zweiten Brustwirbels erreicht. Untersucht man einen älteren Embryo, dessen Kopf stark nach vorne gekrümmt ist, dann findet man den Griff noch höher stehend; bei einem jüngeren aber (Fig. 8) ist die starke Beugung des Kopfes ohne Einfluss. Die Richtung des Brustbeines von oben nach unten steht natürlich in engstem Zusammenhang mit dem Inhalt der Brust- und Bauchhöhle, speciell mit dem Raum, welchen Herz und Leber beanspruchen. Schieben sich Brust- und Baucheingeweide zusammen, wie es bei starker Krümmung des ganzen Embryonalkörpers geschieht, dann stellt es sich schräger, als wenn sich bei Streckung der Wirbelsäule der ganze Brustkorb in die Länge zieht. In diesem Falle findet man das Brustbein in der Längsrichtung gekrümmt, wie dies Figg. 3 und 4 beweisen. Das ganze Skelet der Brust ist eben noch so weich und nachgiebig, dass es sich den Bewegungen des Inhaltes der Körperhöhlen anbequemt, nicht wie später, wo nur die Bauchdecken und das Zwerchfell die Ausgleichung bei Streckung und Beugung des Rumpfes übernehmen können.

Ueber die im Brustbein sichtbaren Knochenkerne mögen die Abbildungen Aufschluss geben; ich füge eine weitere Besprechung nicht hinzu, da es bekannt ist, dass in ihrem Auftreten keine typische Regelmässigkeit herrscht.

Inhalt der Körperhöhlen.

Der Inhalt der Brust- Bauch- und Beckenhöhle — die Schädelhöhle wird unten mit dem Kopf besprochen werden — war bei Besprechung der Wirbelsäule und ihrer Krümmungen schon Gegenstand einiger Bemerkungen und der Leser wird sich erinnern, dass das Wachsthum der Brusthöhle im Ganzen ein sehr gleichmässiges, das der Bauchhöhle aber ein ungleichmässiges ist. Es wird nun zu untersuchen sein, wie die in der Mittellinie sichtbaren Theile sich im Ein-

zelnen verhalten. Dabei kann man aber den Inhalt von Brust und Bauch in der Betrachtung keineswegs scharf von einander trennen; das Zwerchfell, dessen Stellung sich selbst beim Erwachsenen noch stark von den anliegenden Theilen beeinflusst zeigt, wird dies noch weit mehr im Embryonalzustand, wo seine Substanz noch dünn und functionslos ist, während Herz und Leber eine gewaltige Ausbildung haben. Es sei hervorgehoben, dass der Gipfel seiner Kuppel, wenigstens in den jüngeren Stadien, etwas höher steht wie später, bis zum Niveau des siebenten Brustwirbels hinauf. Freilich wäre es irrig, wenn man glauben wollte, dass das Zwerchfell ganz irrelevant sei, eine Scheidewand stellt es doch immerhin dar und es verhindert durch Form und Ansätze, dass sich die Druckverhältnisse im Bauche auch auf den Inhalt der Brusthöhle forterstrecken, was für die unten zu erwähnenden Vorgänge beim Wachsthum des Darmes von Bedeutung ist.

Das Herz hat um die Mitte des Embryonallebens im Verhältnis zum Gesammtkörper ein Gewicht wie 1: 132 (Mittel aus den Angaben von Arnovljević (2) und Brandt (6), beim Erwachsenen wie 1: 170 (Mittel der Angaben bei Henle (14, S. 44 f). Das gleiche Verhältnis bei der Leber beträgt um die Mitte des Embryonallebens nach den beiden genannten Autoren 1: 15—19, beim Erwachsenen nach Huschke (20) 1: 36. Die so ausserordentlich überwiegende Entwickelung dieser beiden Organe ist offenbar auf verschiedene Gründe zurückzuführen, die man kurz als functionelle und nutritive Hypertrophie bezeichnen kann. Die Arbeit, welche das Herz zu verrichten hat, um das Blut durch die Placenta zu treiben, ist eine gewaltige und muss zweifellos als grösser angesehen werden, wie der im extrauterinen Leben dafür eintretende Ersatz der Arbeit im kleinen Kreislauf. Die Leber aber wächst übermässig, weil sie von Anfang an das beste Blut in reichlicher Menge aus erster Hand erhält, d. h. also am besten von allen Organen ernährt wird. In der Brusthöhle kommt ausserdem nur noch die Thymus einigermassen in Betracht; die nicht lufthaltigen Lungen treten im Volumen stark zurück. In der Bauchhöhle ist die Ausbildung des Darmes eine um so geringere, je jünger der Embryo ist. Nach den Messungen von Arnovljević und Brandt (l. c.) gestaltet sich dessen Wachsthum vom vierten Fötalmonat ab folgendermassen:

4	Monat	—	91	Cm	Länge.
5	„	—	184	„	„
6	„	—	184	„	„
7	„	—	231	„	„
8	„	—	294	„	„
9	„	—	309	„	„
10	„	—	410	„	„

Jede Betrachtung von Präparaten erweist, dass man nicht fehlgeht, wenn man für die vor dem vierten Monat gelegene Fötalzeit eine ähnliche Progression annimmt.

Es lehren nun die Figuren, dass die Gleichmässigkeit des Wachsthumes der Brust und der oberen Bauchgegend, so weit die Leber reicht, eine vollkommene ist; die Figg. 4 bis 8 zeigen keine Unterschiede, welche über das

Bereich der individuellen Schwankungen hinausgehen; dagegen sieht man, wie bald früher bald später die Symphyse herunterrückt, d. h. also, wie der unter dem Nabel gelegene Theil des Bauches wächst. Der darüber gelegene Theil ist fast durchweg noch sehr kurz; man sieht, dass der obere Umfang des Nabels fast in gleicher Höhe mit dem unteren Leberrand steht. Erst im Stadium der Fig. 4 vergrössert sich die Entfernung zwischen beiden sichtlich und bei Fig. 3 und 2 [1]) ist neben der bedeutenden Verlängerung der unteren Bauchgegend auch eine ebensolche der oberen Bauchgegend zu constatiren.

Dieser Vorgang ist aber fast ganz auf die Bauchwand und die von ihr umschlossenen Eingeweide, speciell den Darm, zu beziehen, während die relative Länge der Wirbelsäule nur wenig wächst (vergl. oben S. 8. Der Erfolg ist der, dass sich diese letztere aus ihrer nach vorne gekrümmten Stellung mehr und mehr streckt und dass das Becken gewissermassen nach hinten abgeknickt wird, wie dies oben S. 18 bereits ausgeführt wurde.

Bei einer Vergleichung der Zeichnungen fällt es auf, dass der Leberdurchschnitt der Fig. 3 und 2 erheblich kleiner geworden ist, eine Erscheinung, welche in der Reihe der jüngeren Embryonen nicht hervortritt, bei welchen vielmehr dieser Durchschnitt überall ziemlich gleich gross ist. Eine wesentliche Verschiebung der Lage des Organes, an welche man vielleicht denken könnte, ist nicht eingetreten, was durch die auf den Präparaten sichtbaren Durchschnitte der grossen Gefässe bewiesen wird, es muss vielmehr die Leber in Wirklichkeit kleiner geworden sein. Man weiss, dass sie später im extrauterinen Leben durch den Druck der anliegenden Theile activ schwindet (Toldt und Zuckerkandl, 39) und es ist nur natürlich, dass sie auch im intrauterinen Leben durch einen solchen Druck beeinflusst wird. So wenig es möglich war, in der Brusthöhle einen grösseren Wachsthumsdruck zu constatiren, so sicher muss er in der Bauchhöhle herrschen, da sich sonst weder das stärkere Längenwachsthum der Lendenwirbelsäule, noch die Abknickung des Beckens, noch die in Rede stehende Erscheinung an der Leber erklären würde.

Ist es nun möglich, zu entdecken, wodurch der stärkere Druck in der Bauchhöhle hervorgerufen wird? Es scheint mir dies allerdings der Fall zu sein. In der ersten Hälfte der Schwangerschaft ist der Darm noch relativ kurz und ganz leer, so dass der vorhandene Platz für ihn vollständig ausreicht. In der zweiten Hälfte aber beginnt er, sich mit Meconium zu füllen, wobei er sich in immer rascherem Tempo verlängert, es ist also seine Vergrösserung eine doppelte. Man könnte sich sogar vorstellen, dass gerade die Füllung mit Meconium den Reiz abgäbe für die so erhebliche Verlängerung des Darmrohres; dies mag jedoch dahingestellt bleiben. Soviel aber darf ich nach den abgebildeten und noch einer Anzahl anderer Präparate als sicher ansehen, dass erst von dem Zeitpunkt ab,

---

1) Dass beim Neugeborenen die obere Bauchgegend etwas weniger lang erscheint, als beim siebenmonatlichen Fötus, ist auf die Körperhaltung im Ganzen zurückzuführen, welche bei letzterem ganz besonders stark gestreckt erscheint.

wo die Füllung des Darmes mit Meconium stärker zunimmt, die Verlängerung des Bauches deutlicher hervortritt, so dass ein causaler Zusammenhang zwischen beiden kaum geleugnet werden kann.

Soweit über Brust- und Bauchinhalt im Ganzen und nun noch einige Worte über die Organe im Einzelnen.

Vom Herzen sagt Meckel (S. 44): „Es liegt anfänglich nicht schief, sondern mit der Spitze gerade nach vorn und etwas nach unten gewandt. Erst im vierten Monate wendet es sich etwas nach der linken Seite.“ Dies ist nicht ganz zutreffend, denn wie ein Blick auf die Zeichnungen erweist, ist in keinem einzigen Präparat das Herz in der Mitte getroffen; wohl aber ist dies bei Fig. 8 nahezu der Fall und vergleicht man diese Figur mit der Zeichnung vom Erwachsenen, dann springt der Unterschied sehr in die Augen. Schon beim nächst älteren Embryo ist das Herz stark nach links verlagert und bleibt dies nun für immer. Es ähnelt nun der Schnitt mehr und mehr den Verhältnissen beim Erwachsenen. Aber vollkommen demselben gleich erscheint er niemals; wenn auch in keinem Fall ebenso wie bei Erwachsenen ganz die gleichen Theile bei den verschiedenen Embryonen getroffen sind, so ist es doch unverkennbar, dass bei den älteren das Herz weiter nach links gelegen ist, als später. Die Aorta ascendens findet sich bei Erwachsenen ebenso im Schnitt, wie bei fast sämmtlichen Embryonen, die Vena cava inferior nud ihre Mündung im rechten Vorhof aber, welche bei den gedachten Embryonen auf dem Schnitt so sehr auffällt, liegt bei Erwachsenen stets rechts von der Mittellinie. Dies hängt ganz klar zusammen mit den Veränderungen, welche die Lage der Leber im extrauterinen Leben erleidet, wo sie sich mehr und mehr aus der linken Bauchhälfte zurückzieht, um mit ihrer grössten Masse im rechten Hypochondrium Platz zu finden (Symington, 36) (Flourens, 12 a). Zieht ja doch beim Erwachsenen die obliterirte Nabelvene vom Nabel aus stets schräg nach der rechten Seite hin, während dieses Gefäss bei den Embryonen aus der zweiten Hälfte der Schwangerschaft genau in den Medianschnitt zu fallen pflegt. Es kann nicht zweifelhaft sein, dass bei den veränderten Verhältnissen nach der Geburt Leber, Herz und das dazwischen gelegene Zwerchfell im ganzen eine Bewegung nach rechts hin ausführen müssen, sonst würde unmöglich die Vena cava so gerade aufsteigen können, wie sie dies wirklich thut. Bei Embryonen ist sie am oberen Ende leicht nach links hinübergebogen, denn liefe sie so vollständig gestreckt, wie später, dann müsste sie nothwendig ganz in den Schnitt fallen, während sie dies in Wirklichkeit nur in der kurzen Strecke von der Leber aus zum Herzen thut.

Von sonstigen grossen Blutgefässen fällt nur noch die Vena anonyma auf, deren Querschnitt sich von dem des erwachsenen Körpers gar nicht unterscheidet. Ganz unmittelbar vor ihr liegt die Thymus, welche sich im Laufe des Embryonallebens nicht unbeträchtlich vergrössert. Sie verdrängt dabei das lockere gallertartige Mediastinalgewebe, welches in früherer Zeit den für sie bestimmten Raum einnimmt. Schon Meckel sagt (l. c. IV S. 456): „Anfangs ist sie verhältnissmässig kleiner als späterhin, und bis zur Reife des Fötus nimmt ihre

verhältnissmässige Grösse zu.“ Lomer (23) bemerkt: „Während der intrauterinen Entwickelung der Frucht wächst sie schneller als der Gesammtkörper, um, wenn die Frucht sich der Reife nähert, mit der Entwickelung des Körpers Schritt zu halten.“ In dem Zeitraum von siebenzig Jahren, welcher zwischen diesen beiden Aeusserungen liegt, sprechen sich alle Autoren in ähnlicher Weise aus. Die Gestalt des Thymusdurchschnittes ist eine ungemein verschiedene, wie ein Blick auf die Figuren erweist.

Die im Mediastinum posticum liegenden Gebilde sind Trachea und Oesophagus. Was die erstere anlangt, so kann man sagen, dass sie bei den jüngeren Embryonen in der Höhe der Zwischenwirbelscheibe zwischen 4. und 5. Halswirbel beginnt und sich in der Höhe des dritten Brustwirbels in die beiden Bronchien theilt. Gegen die Geburt hin rückt der Beginn etwas in die Höhe und steht dem vierten Halswirbelkörper gegenüber. Die Bronchialtheilung rückt um eine halbe Wirbelbreite abwärts auf die Bandscheibe zwischen drittem und viertem Brustwirbel; es scheint demnach, als wenn die Luftröhre im Laufe der Embryonalentwickelung eine relative Verlängerung erführe. Dies ist aber nicht der Fall; es verhält sich die Sache vielmehr umgekehrt, indem, wie schon erwähnt, die Halswirbelsäule sich verkürzt. Vom Oesophagus des Neugeborenen sagt Mettenheimer (27, S. 312): „Er ist bis zum dritten Brustwirbel der Wirbelsäule angelagert, um sich dann aber vom 3. — 4. Wirbel an mehr und mehr in leichtem Bogen nach vorn zu wenden, sodass ein Zwischenraum zwischen ihm und der Wirbelsäule entsteht.“ Aehnliches sieht man auch bei allen Embryonen, aber freilich nicht allein bei ihnen sondern auch bei Erwachsenen. Vergleicht man die in der Litteratur vorhandenen Medianschnitte, dann sieht man, dass die Lage des Oesophagus beeinflusst wird von der Füllung der Vorhöfe des Herzens, von dem Stand des Zwerchfells und von der hinter ihm gelegenen Aorta, so dass er in seinen unteren Theilen, wo er nicht mehr von der Trachea an der Wirbelsäule festgehalten wird, bald weiter nach vorn, bald weiter nach hinten gerückt erscheint. Da die Cardia des Magens schon im jüngsten abgebildeten Stadium auf der linken Körperseite liegt (vergl. Toldt, 38, Fig. 5), so muss auch die Speiseröhre nach links abweichen, was in allen Präparaten deutlich ist. Da sie jedoch in sehr durchsichtiges gallertiges Bindegewebe eingeschlossen ist, kann man sie in den jüngeren Stadien trotzdem als wohl sichtbaren Strang bis zum Zwerchfell hinab verfolgen. Bei den älteren Embryonen wird die untere Hälfte seines Verlaufes nicht selten durch einen kleinen Abschnitt des unteren Lappens der rechten Lunge verdeckt, welcher über die Mittellinie hinweg noch auf die linke Körperseite hineinragt. Ich bemerke ausdrücklich, dass die Schnitte nicht etwa seitlich von der Mittellinie verlaufen, was übrigens ein Blick auf die Durchschnitte der Wirbel und des Rückenmarks der Figg. 3., 4., 5 ohne Weiteres lehrt.

In der Bauchhöhle sieht man unter der Leber Duodenum oder Magen, je nach dem Alter der Frucht. Der Magen ist auch in früheren Stadien leicht durch seine sehr starke Muskulatur kenntlich. Vom Pancreas ist nur in

Fig. 8 keine Spur zu entdecken, alle älteren Stadien lassen den Durchschnitt mehr oder weniger deutlich erkennen. Er steht anfänglich höher, gegenüber dem zwölften Brustwirbelkörper, und rückt erst allmählich in seine definitive Lage, vor dem zweiten Bauchwirbelkörper, herab. Dies steht natürlich in engstem Zusammenhang mit den Lageänderungen, welche Magen und Duodenum ausführen, über welche man sich bei Toldt (l. c.) bestens unterrichten kann.

Das Convolut der vom Schnitt getroffenen Darmschlingen, sowie der in den meisten Präparaten sichtbare Längsschnitt der Aorta abdominalis geben zu Bemerkungen keinen Anlass.

Becken.

Das embryonale Becken steht, wie bekannt, in umgekehrtem Verhältniss zum embryonalen Kopf, dieser ist im Verhältniss weit grösser als später, jenes weit kleiner, und man sieht an den Figuren, dass sich die Stellung des Symphysendurchschnittes im Lauf der Zeit nicht unbeträchtlich ändert. Um dies nachzuweisen, muss die vordere, obere Ecke des ersten Kreuzbeinkörpers, d. h. also die untere Begränzung des Promontoriums als Punctum fixum angenommen werden. Dies ist deshalb nöthig, weil die Wirbelsäule, wie oben bemerkt, ihres gleichmässigen Wachsthumes wegen dazu am ersten brauchbar ist und weil gerade nach dem ersten Kreuzwirbel hin die Linie des Beckeneingangs, sowie die der Hüftbeinkämme zusammenlaufen, welche von ausschlaggebender Wichtigkeit sind[1]). Man zieht nun auf den Pausen eine Linie, welche den gedachten Punkt mit dem oberen Umfang des Symphysendurchschnittes verbindet, und legt sie so aufeinander, dass sich die Linien und die Promontorien decken. Nun wird man finden, dass das ganze untere Ende der Wirbelsäule, Kreuz- und Steissbein aller Zeichnungen sich soweit decken, wie dies eben bei den vorhandenen individuellen Verschiedenheiten möglich ist. Die Symphysen aber decken sich keineswegs, sie gleiten vielmehr an der gezogenen Linie abwärts, es verlängert sich also die Conjugata. Und zugleich stellt sich die Ebene des Beckeneingangs schräger. Schon im fünften Monat (Fig. 4) ist jedoch das Ende des relativen Wachsthums dieser Linie erreicht, es neigt sich aber nach der Geburt die Symphyse mit ihrem oberen Umfang noch stark nach vorn, so dass der längste Durchmesser ihres Durchschnittes beim Erwachsenen schräg nach vorne aufsteigt, während er am fötalen Becken weit steiler aufgerichtet ist.

Was den auf den Medianschnitten sichtbaren Inhalt des Beckens anlangt, so handelt es sich bei männlichen Früchten wesentlich um den Mastdarm und die Harnröhre mit ihrer Umgebung.

Die Blase liegt, wie schon längst bekannt ist, (vergl. Takahasi 37,

---

1) Ich lasse dabei ganz unberücksichtigt, dass der Beckeneingang beim fötalen Becken an dem Skeletpräparat hinten in einer tieferen Ebene zu liegen scheint wie später, (vergl. Veit 41; Conjugata inferior Fehling), da die Verbindungen der einzelnen Skelettheile unter sich in allen Altern die gleichen sind.

Disse 11.) zum grössten Theil in der Bauchwand oberhalb der Symphyse. Ihr unteres Ende, d. h. also der Anfang der Harnröhre steht jedoch dabei keineswegs überall gleich hoch, es machen sich vielmehr individuelle Verschiedenheiten geltend, deren Gründe jedoch meine Präparate nicht ersichtlich werden lassen. Ordnet man diese so, dass man die Conjugaten, sowie die oberen Ränder der Symphyse zur Deckung bringt, dann findet man, dass der Harnröhrenanfang in Fig. 3 u. 2 am höchsten steht, dann folgt etwas tiefer und ziemlich an gleicher Stelle stehend Fig. 6, 7, 8, am tiefsten befinden sich, ebenfalls wieder fast ganz gleich hoch, die fraglichen Punkte bei Fig. 4, 5 und dem Erwachsenen. Mettenheimers (l. c. S. 359) Frage, ob beim Neugeborenen die Stellung der Blase in beiden Geschlechtern eine verschiedene sei, wurde schon von Disse (l. c. S. 47) verneint, ehe sie aufgeworfen wurde. Auch meine Präparate sind einer Bejahung derselben keineswegs günstig.

Die Form der Blase, wie sie in den Figuren hervortritt, ist auf den jeweiligen Füllungsgrad zurückzuführen. Gefüllt ist sie schon bei jungen Föten rundlich (Fig. 8), während sie leer langgezogen und spindelförmig erscheint. Dabei ist sie relativ sehr gross und gerade dieser Umstand ist es, welcher ihr hohes Hinaufreichen an der Bauchwand erklärt, besonders wenn man noch in Erwägung zieht, dass der Raum zwischen Symphyse und Nabelöffnung bei jüngeren Föten sehr kurz ist. In späteren Monaten nähert sich die Form der leeren Blase schon der, welche man von Erwachsenen bei stark contrahirter Muskulatur kennt.

Der Mastdarm jüngerer Föten ist leer und zeigt eine stark gefaltete Schleimhaut. Er tritt in leichtem Bogen in das Becken ein und läuft in demselben parallel seiner Führungslinie. Es bleibt dabei zwischen ihm und dem hakenförmig vorwärts gekrümmten Ende der Wirbelsäule ein freier Raum, welcher, wie schon (S. 17) erwähnt, von ganz lockerem Bindegewebe ausgefüllt ist, was auch von Tourneux und Herrmann (l. c.), sowie von Takahasi (l. c.) bemerkt wurde. Füllt sich das Rectum mit Meconium, dann wird vor allem dieser Raum in Anspruch genommen, und es legt sich die hintere Wand des Mastdarmes in die Aushöhlung des Kreuz-Steissbeines hinein. Auch die vordere Wand des Mastdarmes rückt von ihrem ursprünglichen Platze weiter nach vorn, was ihr dadurch möglich wird, dass der sagittale Durchmesser des Beckens eine Vergrösserung erfährt, wie dies oben ausgeführt wurde. Dass der Mastdarm bei Föten nicht genau in der Medianebene liegt, wie dies von Freund (13) festgestellt wurde, spielt bei der Betrachtung von Medianschnitten keine wesentliche Rolle und ist auch im Allgemeinen von geringerer Bedeutung, da sich Blase und Genitalien dem vorhandenen Raum anbequemen und sich compensatorisch verschieben.

Der Raum, den die in Frage kommenden Theile des Urogenitalapparates einnehmen, vergrössert sich nicht, er bleibt verhältnissmässig eben so gross, wie in den früheren Monaten.

Ueber die Verhältnisse des weiblichen embryonalen Beckens ist schon sehr viel gesagt worden; man findet die Litteratur bei Nagel (30) zusammengestellt. Dieser Autor sagt, dass bei Embryonen von 5 bis 17 cm Rumpflänge der Ge-

schlechtsstrang einen ziemlich regelmässigen Abschnitt eines Kreises bilde, dessen Centrum etwa in der Gegend der Symphyse gelegen sei und an welchem an Stelle des späteren äusseren Muttermundes eine flachwinkelige Knickungsstelle zu bemerken sei. Je älter der Embryo, um so ausgesprochener wird sodann die Vorwärtsneigung des späteren Uterus. Dies alles ist leicht zu bestätigen.

Was die äusseren Umgebungen des Beckenskeletes anlangt, so fällt ganz besonders in die Augen, dass in der zweiten Hälfte des Embryonallebens die Weichtheile des Beckenausgangs ausserordentlich zunehmen. Während früher das Steissbein sogar äusserlich als Steisshöcker sichtbar war, wuchern die deckenden Weichtheile mehr und mehr und es sieht aus, als sei die stärkere Fortbildung der äusseren Genitalien das treibende Moment, welches auch die hinteren Theile zwingt, weiter abwärts zu treten. Doch wage ich es nicht, hierüber ein bestimmtes Urtheil abzugeben, ohne noch eine Reihe anders angefertigter Präparate untersucht zu haben. Takahasi (l. c. S. 46) betont die Anwesenheit eines Keiles von lockerem Bindegewebe, welcher in der Gegend des späteren Mons veneris von den Bauchdecken zum Penis herüberzieht. Seine Anwesenheit bewirkt es, dass nur ein kleines Stück des Penis frei die Oberfläche überragt. Auch auf die Erectionsstellung des Gliedes, wie man sie bei jüngeren Embryonen findet, macht derselbe Autor aufmerksam. Es mag genügen, auf den angezogenen Aufsatz hinzuweisen; ich selbst habe demselben nichts weiter hinzuzufügen.

Gebilde von grösserer Wichtigkeit, welche man vom Medianschnitt des Beckens aus nicht zu beurtheilen vermöchte, giebt es eigentlich nicht, denn dass die Muskeln der Beckenwand oder die Nerven und Gefässe bei der Umformung des Beckenskeletes eine grössere Rolle spielten, ist nicht wohl anzunehmen. Bei dieser Umformung aber handelt es sich um zwei Vorgänge, erstens um die relative Verlängerung der Conjugata und zweitens um die Entstehung der männlichen und weiblichen Form, deren Anfänge nach Fehling (l. c.) bis in den vierten Fötalmonat zurückreichen können — deutlich fand er sie zum ersten Male bei fünfmonatlichen Föten — welche aber jedenfalls vollkommen deutlich beim Neugeborenen vorhanden sind. Aeussere Einwirkungen können die Verschiedenheit bei beiden Geschlechtern nicht bedingen, wie aus einem Fall von Romiti (Atti della Soc. Tosc. Sciens. nat. VIII 1892) hervorgeht, welcher bei normalen, in Kopflage geborenen Zwillingen die sexualen Verschiedenheiten in charakteristischer Weise ausgebildet fand. Fehling verzweifelt jedoch daran, eine mechanische Erklärung finden zu können und er hält die Verschiedenheit in der männlichen und weiblichen Form des Beckens für „Folge einer ursprünglichen Anlage“. Dies ist aber nichts weiter, als das Eingeständniss, dass eben die Causa movens nicht zu finden ist, und ich meinerseits möchte mich nur im alleräussersten Nothfall dazu entschliessen, die Untersuchung aufzugeben. Es bleibt uns leider auch ohne dies nur allzuviel übrig, wo wir durch allgemeine Schlagworte unsere bedauerliche Unkenntniss der biologischen Vorgänge und ihres causalen Zusammenhangs zu verdecken haben. — Dass die inneren weiblichen Genitalien nicht Grund des geräumigeren weiblichen Beckens sein können, hat Fehling (l. c.

S. 55 f.) überzeugend nachgewiesen. Sie sind an sich noch sehr unentwickelt, können jederzeit nach oben ausweichen und liegen ferner zum guten Theil überhaupt schon über der Ebene des Beckeneingangs. Wenn man sagt, dass Frauen mit abnorm kleinen inneren Genitalien enge, solche mit abnorm grossen aber weite Becken haben, so ist dies keineswegs für alle Fälle zutreffend und wer sagt ausserdem, was beim Zusammentreffen eines weiten Beckenraumes und eines doppelten Uterus das primäre, was das secundäre ist. Man kann sich ebenso gut vorstellen, dass das breite Becken Veranlassung der Genitalmissbildung war, wie das Umgekehrte. Trotz dieses sicheren Ausschlusses eines Einflusses der inneren Genitalien auf die Form des Beckens müssen aber doch die Genitalien die Beckenform bestimmen, sonst würde dieselbe nicht so streng nach den Geschlechtern verschieden sein, wie dies wirklich der Fall ist. Es fragt sich nun, ob etwa die äusseren Genitalien zur Erklärung herbeigezogen werden können. Dies scheint mir allerdings der Fall zu sein, wenn man sich nur auch an das erinnert, was oben über die Entwickelung des Bauches gesagt wurde.

Die männlichen und weiblichen äusseren Genitalien stehen in einem ähnlichen Verhältniss zu einander, wie etwa die geschlossene Oberlippe und die mit einer Hasenscharte versehene. Wer sich aber ein Gesicht mit einer Lippenspalte ansieht, der weiss, dass diese Bildungshemmung ihren Einfluss auch noch weiterhin geltend macht, dass selbst die ganze Nase dadurch oft eine charakteristische breite Form erhält. Wenn aber das Gesichts-Skelet in ausgiebiger Weise durch die Weichtheile beeinflusst wird, dann muss dies auch an anderen Stellen der Fall sein können und es wird von der Zeit an, zu welcher die männlichen Genitalien verwachsen sind, die Fortbildung des Beckens durch die Spannung der geschlossenen Weichtheile verhältnissmässig behindert sein. Diese Behinderung muss sich aber wesentlich auf die Schamgegend, d. h. auf die Gegend der Symphyse beschränken und gerade sie muss bei weiblichen Föten ein freieres Wachsthum entfalten können, da hier von einer Spannung keine Rede sein kann. In der That finden wir bei Fehling die Angabe, dass das Mädchenbecken eine querovale, das Knabenbecken eine mehr dreieckige Form habe. Auch hebt er hervor, dass die faserige Bandmasse zwischen den Knorpeln beim Mädchen stärker angelegt ist. „Die Folge davon ist, dass die Schossbogenschenkel bei neugeborenen Mädchen weiter auseinanderstehen, häufig schon in einem schönen Bogen zusammenlaufen“ (l. c. S. 62).

Wenn danach vermuthlich schon das Fehlen der Spannung der deckenden Weichtheile genügen würde, um eine Verbreiterung der vorderen Theile des weiblichen Beckens herbeizuführen, so kommt dazu noch der oben erwähnte Druck des verlängerten und mit Meconium gefüllten Darmes, welcher natürlich nicht allein den Bauch verlängert, sondern auch das Becken beeinflusst. Vor Allem wird hier aber das gefüllte Rectum in Frage kommen, welches seinen Einfluss ganz deutlich in der relativen Verlängerung der Conjugata bei beiden Geschlechtern geltend macht. Freund (l. c.) macht die Angabe, dass die Füllung im Laufe des fünften Monats in der Weise vor sich gehe, „dass das mittlere Stück des Mastdarms, welches längs der Incisura ischiadica major hinunterliegt, von Be-

ginn der Füllung an den grössten Umfang annimmt. Das unterste ist von dem mittleren durch eine quere Furche geschieden. — Erst mit der fortschreitenden Anfüllung gleichen sich diese Dickenunterschiede der einzelnen Abschnitte mehr und mehr aus". Auch meine Präparate lassen den Durchschnitt des stärker gefüllten Mastdarms mehr oder minder spindelförmig erscheinen. Aus der ganzen Darstellung Freund's erhellt, welch' bedeutenden Druck der gefüllte Mastdarm auf den Genitalkanal und die Blase ausübt. Wenn dies aber der Fall ist, dann muss sich ganz nothwendig der Druck auch auf die umgränzenden Beckenwände fortpflanzen.

Kopf und Hals.

Es wird allgemein angenommen, dass der Kopf des Fötus im Laufe der Entwickelung[1]) mehr und mehr in seinem Wachsthum zurückbleibt. Diese Annahme ist jedoch durchaus nicht ohne weiteres richtig. Nur der jüngste Fötus (Fig. 8) hat einen in allen Theilen verhältnissmässig grösseren Kopf, wie der älteste, bei allen übrigen ist in der relativen Grösse des Gesichtes und der vorderen Theile der Schädelhöhle kein Unterschied vorhanden, der über die Grenzen individueller Schwankungen hinausginge. Erst in der allerletzten Zeit der Fötalentwickelung bleibt der Kopf relativ ein klein wenig zurück, wie mich Schnitte durch die Körper von grossen ausgetragenen Kindern lehren (Fig. 2). Der Anschein von einer immer geringer werdenden Wachsthumsenergie des Kopfes wird nur dadurch hervorgerufen, dass das anfangs noch stark unentwickelte Beckenende des Stammes immer mehr heranwächst, wodurch das Missverhältniss zwischen oben und unten ausgeglichen wird. Der hintere Theil des Kopfes aber macht von dessen übrigem Verhalten eine bemerkenswerthe Ausnahme, was sofort auffällt, wenn man die Schädelbasis betrachtet. Der hinter dem Türkensattel befindliche Theil derselben, ist verhältnissmässig um so länger, je jünger der Fötus ist, wie jeder Blick auf die Figuren lehrt. Der Grund für diese Erscheinung ist darin zu suchen, dass sich die Gehirnbasis bis zur Brückenbeuge hin in ihrer Massenentwickelung durchaus dem Rückenmark anschliesst, dass somit diese Theile des Gehirnes umso mehr in ihrem Wachsthum zurückbleiben, je älter der Fötus wird. Es ist bemerkenswerth, dass das Skelet, welches das Rückenmark umschliesst, nur im Halstheil sich ähnlich verhält, wie die hintere Hälfte der Schädelbasis, indem es sich daselbst, wie oben erwähnt, im Laufe der Entwickelung verkürzt, während die anderen Theile ihre eigenen Wege gehen. Doch erklärt sich diese Thatsache leicht. Die Gebilde, welche neben dem Centralnervensystem noch am Hals und unter der hinteren Schädelbasis die Gestaltung des Skeletes etwa beeinflussen könnten, sind so beweglich und so schwach entwickelt, dass sie gar nicht weiter in Frage kommen, sondern dass Rückenmark und Medulla oblongata ganz allein dessen Verhalten bestimmen. Je mehr man sich aber der Brust nähert, um so mehr gewinnt diese an Einfluss auf die Wirbelsäule, während

1) Abgesehen von den frühesten Stadien. (Vergl. His, 17, II. S. 63 ff.)

ihn das an Masse stark zurücktretende Rückenmark verliert. In gleicher Weise wird auch das auf dem vorderen Theil der Schädelbasis liegende noch überaus weiche Gehirn durch das Gesicht daran verhindert, das Skelet ganz nach eigenem Wachsthum zu formen. Unten wird das Skelet grösser, als es das Centralnervensystem nöthig hätte, oben bleibt es kleiner und zwingt dadurch das immer stärker heranwachsende Grosshirn nach oben und hinten auszuweichen. Freilich ist dabei nicht etwa aller Einfluss des Gehirnes auf das Gesicht ausgeschlossen, sondern dieses wird anfänglich, wo es noch klein und sehr unvollständig ist durch das übermächtig wachsende Gehirn in der Art nach unten gedrängt, dass sich die Schädelbasis vom Türkensattel ab nach vorne stärker senkt, der Grund für die Erscheinung, dass der „Sattelwinkel“ (Virchow) d. h. der Winkel, welchen die Ebene des Clivus und diejenige der vor dem Türkensattel gelegenen Schädelbasis mit einander bilden, ein kleinerer ist, wie später. Dies ist bereits Virchow (42 S. 65) wohl bekannt und wird durch die Abbildungen der vorliegenden Abhandlung bestätigt. Besieht man dieselben allerdings nur oberflächlich, ohne die Pausen der einzelnen Figuren auf einander zu legen, dann hat es den Anschein, als sei der Clivus der jüngsten Föten (Figg. 8 und 7) ganz besonders flach gelagert. Dies kommt aber nur daher, weil der Kopf stark gesenkt ist, wodurch die Richtung der Basis gegen die Wirbelsäule eine andere wird, als man sie gewöhnt ist.

Die Gründe für die Senkung des Kopfes aber sind sehr naheliegende und sind keineswegs unbekannt. Die Kürze des Halses ist es, welche den Kopf zwingt nach vorne über zu fallen. Vergegenwärtigt man sich nur, dass die Halswirbelsäule bei jüngeren Föten nicht unbeträchtlich länger ist, als später, dass auch der Clivus länger ist, und dass beim jüngsten Fötus das Zungenbein in der Höhe des Hinterhauptloches steht, während dasselbe beim kräftigen Neugeborenen bis an den unteren Rand des Epistropheus herunter gerückt erscheint, dann müsste der Hals des jungen Fötus ceteris paribus einen Raum einnehmen, der mindestens um die ganze Höhe des Epistropheus d. h. um drei Halswirbelhöhen (vergl. oben S. 7) länger wäre, wie später. Vergleicht man aber die Zeichnungen des jüngsten Fötus und des ausgetragenen Kindes, dann sieht man, dass auf den Zeichnungen der Raum vom oberen Brustbeinrand bis zum unteren Zungenbeinrand in ersterem Fall 10 Mm., in letzterem 16 Mm. beträgt. Ich weiss wohl, dass es bei der Vergleichung der Länge des Halses sehr auf die Haltung des Kopfes ankommt, indem selbst beim Erwachsenen noch die Senkung desselben den Hals verkürzt und zwar besonders in dem Raum zwischen Zungenbein und Cartilago thyreoidea, allein solch bedeutende Schwankungen, wie die eben erwähnten, können dadurch um so weniger erklärt werden, als auch bei Fig. 5, wo der Kopf nicht unbeträchtlich gesenkt ist, die Länge des Halses dem jüngsten Fötus (Fig. 8) gegenüber sogleich in die Augen fällt. Betrachtet man die Luftwege, welche allein geeignet sind, Veränderungen in der relativen Ausbildung der Halsweichtheile kenntlich zu machen, dann fällt es auf, dass vom Ventriculus laryngis bis zur Bronchialtheilung die Länge in allen Figuren so ziemlich die gleiche bleibt. In Fig. 8 ist diese Strecke

zwar auffallend kurz, aber an den mir vorliegenden Medianschnitten zweier jüngerer Föten, von welchen der eine eine Scheitelsteisslänge von 39, der andere von 23,6 Mm hat, ist sie relativ eben so lang, wie beim ausgetragenen Kind, so dass jenes Verhalten nur von individueller Bedeutung ist. Da nun aber die Trachea an ihrem unteren Ende in der Brust durch die beiden Lungen festgehalten wird, so kann bei jungen Embryonen die Luftröhre mit dem Kehlkopf nicht so weit nach oben reichen, wie bei älteren da, wie bekannt, die Halswirbelsäule bei jüngeren Früchten länger ist, wie bei älteren und es steht denn auch bei jenen die Glottis in der Höhe des dritten Halswirbels, bei diesen in der Höhe der unteren Hälfte des zweiten; sie rückt also um einen Wirbel aufwärts. Besser sagt man freilich nach vorstehendem, sie behält ihren Platz und der Epistropheus rückt um eine Wirbelhöhe herunter.

Da sich nun bei jungen Embryonen der Kopf stark vorwärts neigt, so ist wegen der Länge der hinteren Hälfte der Schädelbasis die Entfernung von der Vorderseite des obersten Endes der Wirbelsäule zur Vorderfläche des Gesichtes in der Mundgegend nicht unbeträchtlich grösser, als später, d. h. das Gesicht besitzt eine grössere Tiefe. Dieselbe wird jedoch nicht in der Art ausgeglichen, dass nun alle Theile des Gesichtes in sagittaler Richtung breiter werden, sondern es bleibt dasselbe bis zum Gaumen der Epiglottis und der Tubenmündung in allen Altern gleich, nur die Pharynxhöhle ist anfangs sehr geräumig, während sie sich später mehr und mehr abflacht.

Was nun noch die inneren Verschiebungen im Bereich des Kopfes anlangt, so sind die im Gehirn zu beobachtenden weitaus die bedeutsamsten; doch beabsichtige ich nicht, auf diese Dinge im Detail einzugehen. Mein Material war gerade nach dieser Richtung nicht völlig tadelfrei, indem die starke Härtung in Müllerscher Lösung, welche für den übrigen Körper so vortreffliche Resultate ergab, das Gehirn brüchig machte, so dass bei dem Fötus der Fig. 5 grosse Stücke desselben unmittelbar nach der Schnittführung herausfielen. Ich hätte daher noch andere Föten zur Untersuchung hinzunehmen müssen, was nicht in meinem Plan lag. Ferner liegen die Anfänge der ausschlaggebenden Umwandlungen nicht unbeträchtlich vor dem Entwickelungsstadium, bei welchem meine Untersuchung einsetzt und endlich sind über den Gegenstand bereits so vortreffliche Abhandlungen und Abbildungen publicirt — ich erinnere nur an Köllikers Entwickelungsgeschichte, an Mihalcovics, Marchand, His u. a.—, dass es sich doch meist nur um Wiederholungen oder Bestätigungen handeln könnte. Trotzdem aber möchte ich mir nicht versagen im speciellen kurz darauf aufmerksam zu machen, dass es leicht ist zu beweisen, dass das Tuber cinereum während der ganzen betrachteten Entwickelungszeit seinen Platz unverändert bewahrt. Wäre dies nicht der Fall, dann würde das Infundibulum Länge und Richtung ändern müssen, was nicht geschieht. Auch die Brücke ändert sich in der Lage und der relativen Grösse überraschend wenig, wenn auch die tiefe Spalte zwischen Brücke und Zwischenhirn bei jüngeren Embryonen steiler aufgerichtet ist, als bei älteren. Dieses geringe relative Wachsthum der Brücke muss natürlich

in Verbindung mit dem starken Wachsthum des Kleinhirns auf die Theile des Mittelhirns einen bestimmenden Einfluss ausüben, in der Art, dass die an der Basis gelegenen Gebilde ihren Platz behaupten, während die an der Decke befindlichen vorwärts geschoben werden. Jede Vergleichung der Lage der Vierhügelplatte in verschiedenen Altern giebt davon den Beweis. Da aber dieser Gehirntheil dabei ganz unverhältnissmässig in seiner Grösse zurückgeht, so ist der Einfluss dieser inneren Verschiebung auf die davor gelegenen Hirntheile doch nur ein geringer.

Auch das Gesicht bleibt im Inneren nicht unverändert, selbst wenn sich die äusseren Conturen nahezu vollständig decken. Im Anfang ist der Oberkiefer dessen weitaus grösster Theil; die Zunge ist sehr flach, die Epiglottis steht ungemein hoch. Im Verlauf der Fortbildung bleibt der Oberkiefer immer mehr zurück, der fast gerade gestreckte und plump erscheinende Durchschnitt des weichen Gaumens wird schlanker, legt sich über den Zungenrücken hinweg, welch' letzterer stark in die Höhe steigt, indem der Unterkiefer und mit ihm auch die Zunge und die übrigen Weichtheile des Untergesichtes einen relativ grösseren Raum einnimmt, wie früher. Zungenbein und Epiglottis bleiben aus den oben für die Trachea ausgeführten Gründen auf ihrem Platze, so dass sie der Zunge gegenüber abwärts zu rücken scheinen.

Schlussübersicht.

Nachdem im Vorstehenden die Beobachtungen im Einzelnen geschildert wurden, erübrigt es in kurzen Worten die wichtigsten Resultate von allgemeinerer Bedeutung übersichtlich zusammenzustellen.

Den Ausgangspunkt der Untersuchung bildet ein Entwickelungsstadium, in welchem die ganze Wirbelsäule noch einen gleichartig gekrümmten Stab mit zugespitztem oberen und unteren Ende darstellt, in welchem der relativ grosse Kopf auf die Brust geneigt ist, in welchem das Beckenende gehoben erscheint, in welchem sich Brust und Bauch durch Herz und Leber stark ausgedehnt zeigen. Der Endpunkt der Untersuchung ist das Stadium des lebensfähigen Neugeborenen. Bei ihm sind die für den Erwachsenen typischen Krümmungen der Wirbelsäule bereits deutlich angedeutet, der Kopf hat sich beträchtlich gehoben und ist relativ klein, Brust und Bauch sind schlanker geworden, das Beckenende hat sich gesenkt. Besser als eine Beschreibung lehrt eine Betrachtung der Figuren, wie gross der Unterschied der beiden Grenzstadien ist.

Die Umgestaltung aus der einen Form in die andere ist das Resultat complicirter Wachsthumsvorgänge, bei welchen ein Vorauseilen der Entwickelung auf der einen Seite, ein Zurückbleiben auf der anderen eine wichtige Rolle spielt. Auch mechanische Verhältnisse anderer Art wirken bestimmend ein.

Individuelle Verschiedenheiten findet man dabei ebenso ausgeprägt, wie beim Erwachsenen, plumper und graziler Bau des Skeletes, Schlankheit, untersetzter

Körper, Uebergewicht eines Organes über andere, alles dies ist deutlich zu beobachten.

Die Form, von welcher die Untersuchung ausgeht, entsteht dadurch, dass das Centralnervensystem stärker wächst, als der Inhalt des vegetativen Rohres und deshalb gezwungen wird, sich bogenförmig über dieses zu krümmen, wie die Peripherie eines rollenden Rades über dessen Centrum. Schon in dieser frühen Zeit kommt aber am unteren Ende der Wirbelsäule eine hakenförmige scharf ausgesprochene Krümmung des Steissbeines vor, welche sich durch das Zurückbleiben der seitlichen Schwanzmuskulatur im Wachsthum erklären lässt; diese letztere zieht von beiden Seiten an dem nach unten wachsenden dünnen und biegsamen Ende der Wirbelsäule und zwingt es, sich nach vorne zu krümmen.

Das Wachsthum von Wirbelsäule und Rückenmark geht nicht parallel, da die Gestaltung der ersteren vom Inhalt der vegetativen Röhre bestimmt wird, während das letztere seine eigenen Wege geht. Im vierten Fötalmonat erfährt das Rückenmark eine plötzliche starke Verkürzung, während sein Zurückbleiben im Wachsthum im Laufe des übrigen Intrauterinlebens ein ganz allmähliges ist. Der für das Rückenmark in den späteren Monaten zu weite Wirbelkanal wird in seinem hinteren Theil von gallertigem Bindegewebe ausgefüllt, welches durch eine geronnene lymphatische Flüssigkeit mehr und mehr ersetzt wird, und in welchem sich um die Zeit der Geburt grössere Venenlumina zeigen und zwar zuerst in der Gegend der Cervical- und Lumbalanschwellung.

Von den grossen Abtheilungen des Stammes wächst die Brust mit ihren Eingeweiden in allen Theilen am gleichmässigsten, es werden dadurch irgend welche wesentliche Aenderungen ihrer ganzen Configuration hintangehalten. Die ursprüngliche Lage und Krümmung der Wirbelsäule bleibt das ganze Leben hindurch erhalten, und es wächst der neunte Brustwirbel in allen Dimensionen am gleichmässigsten. Auch die nächsthöheren Wirbel bis zum sechsten hin lassen ein sehr regelmässiges Wachsthum erkennen. Das Brustbein (vermutlich auch die Rippen) ist ohne formgestaltenden Einfluss, es schmiegt sich der Unterlage in seiner Form völlig an. Aenderungen der Gestaltung durch einen von irgend einer Seite ausgeübten Druck, wie man sie öfters behauptet findet, sind im Bereich der Brust nicht nachzuweisen. Bemerkenswerth ist es, dass bei sehr vielen Föten die vorderen Enden der siebenten Rippen vor dem Brustbein zusammenstossen.

Was den Bauch anlangt, so wachsen in seinem Bereich die Decken und der Inhalt im Lauf der Embryonalentwickelung stärker, als die Wirbelsäule.

Zuerst wächst der die Leber beherbergende Oberbauch ebenso gleichmässig, wie die Brust, während sich der wesentlich den heranwachsenden Darm beherbergende Unterbauch stark verlängert. Diese Verlängerung greift erst in der zweiten Hälfte der Schwangerschaftsdauer auf den Oberbauch über, wobei durch den Druck des Darmkanales von unten her die Leber verkleinert wird. Dass sich der in der Bauchhöhle vorhandene Wachsthumsdruck nicht in gleicher Weise auf die Brusthöhle fortsetzt, ist auf das Vorhandensein des Zwerchfelles zurückzuführen. Dieses letztere

erweist sich aber bedeutungslos für die seitliche Verschiebung der beiden enge verbundenen Organe: Herz und Leber. Dieselben rücken postembryonal gemeinsam nach rechts und zwingen dadurch auch das Zwerchfell, eine asymmetrische Gestalt anzunehmen. Die Wirbelsäule wird durch den im Bauche herrschenden Wachsthumsdruck im Lauf des Gesammtwachsthums um eine ganze Wirbelhöhe verlängert. Da diese Verlängerung aber nicht gleichen Schritt mit der der vorderen Theile des Bauches hält, so wird die Wirbelsäule zugleich aus ihrer nach vorne gekrümmten Gestalt mehr und mehr gerade gestreckt. Auch auf das Becken übt der vorhandene Wachsthumsdruck seine Wirkung aus, er knickt es nach hinten im Winkel ab und giebt so Veranlassung zur Entstehung des Promontoriums. Der Wachsthumsdruck wird hervorgebracht 1) durch die unverhältnissmässig grosse Verlängerung des Darmes und 2) durch die Füllung desselben mit Meconium. Vielleicht steht die erstere Erscheinung in ursächlichem Zusammenhang mit der letzteren. Die Füllung des im Becken und unmittelbar darüber gelegenen Rectums mit Meconium ist auch die Ursache zu wichtigen Umformungen in dem Bereich dieses Körpertheiles. Der dadurch gesetzte Druck verlängert die Conjugata und ist auch im Spiel bei der Entstehung der weiblichen Beckenform: Die äusseren männlichen Genitalien sind mit der Mittellinie verwachsen und setzen dadurch einer Verbreiterung der vorderen Beckentheile einen gewissen Widerstand entgegen. Die äusseren weiblichen Genitalien verhalten sich zu jenen etwa wie die Hasenscharte zur normalen Lippe, sie üben keinen Gegendruck aus, sodass der vom Mastdarm ausgeübte Druck ungehindert wirken kann. Alle Versuche, die weibliche Beckenform mit Zuhilfenahme der inneren Genitalien zu erklären, müssen scheitern.

Am Hals erweisen sich die Luftwege in allen Altern relativ gleich lang. Da aber in der späteren Fötalzeit die Länge der Halswirbelsäule mehr und mehr abnimmt, so scheinen sie länger zu werden, da sich die gegenseitige topographische Lage der beiden sich so nahe berührenden Organe ändert.

Die relative Verkürzung der Wirbelsäule steht in unmittelbarem Zusammenhang mit dem Zurückbleiben des Rückenmarks im Wachsthum. Dieses ist zwar an Brust, Bauch und Becken verhindert seinen Einfluss auf das umgebende Skelet geltend zu machen, am Halse aber nicht, es gehen daher beide ganz gleichmässig mit einander.

Im Bereich des Kopfes gilt das gleiche für die Theile der Gehirn- und Schädelbasis bis zum Türkensattel hin. Der vordere Theil der Schädelbasis wird aber wieder durch das daran hängende Gesicht festgehalten und ist gezwungen, sich wie dieses in ganz gleichmässiger Weise fortzuentwickeln; das Gehirn muss sich den hierdurch gegebenen Verhältnissen anbequemen.

Der Kopf ist in den jüngeren Stadien nach vorne geneigt, da bei der grossen Länge der Halswirbelsäule und der hinteren Schädelbasis die relative Kürze der vorderen Halstheile den Kopf nach unten zieht.

Die Wachsthumsverschiebungen im Inneren des Gehirnes sind zwar beträchtlich, doch compensiren sie sich im ganzen. Aehnlich ist es beim Gesicht; während

sich dasselbe im ganzen wesentlich gleichmässig fortbildet, findet man im Einzelnen, dass im Laufe der Entwickelung das Obergesicht etwas zurückbleibt, das Untergesicht eine etwas grössere Ausdehnung annimmt.

Uebersicht der citirten Litteratur.

1. Aeby, Ch. Die Altersverschiedenheiten der menschlichen Wirbelsäule. Arch. f. Anat. und Physiol. Anat. Abth. Jahrg. 1879. S. 77.
2. Arnovljević, S. Das Alter, die Grössen und Gewichtsbestimmungen der Fötalorgane beim menschl. Fötus. Diss. München 1884.
3. Balandin, J. Beitrag zur Frage über die Entstehung der physiologischen Krümmung der Wirbelsäule beim Menschen. Archiv für patholog. Anatomie. 57. Bd. 1873. S. 481.
4. Barwell, R. The causes and treatment of lateral curvature of the spine. 1868.
5. Bouland, P. Recherches anatom. sur les courbures du rachis chez l'homme et chez animaux. Journal de l'anat. et phys. 1872.
6. Brandt, E. Das Alter, die Grössen und Gewichtsbestimmungen der Fötalorgane beim menschl. Fötus. Diss. München 1886.
7. Charpy, A. De la courbure lombaire et de l'inclinaison du bassin. Journal de l'anat. et de la physiol. norm et path. 21. Année. 1885. S. 309.
8. Cleland. Proceedings Biolog. Section of the Britisch Association 1863. S. 112. citirt bei Cunningham ( ).
9. Cunningham, D. J. The Lumbar Curve in man and the apes. „Cunningham Memoirs". No. II Royal Irisch Academy. Dublin 1886.
10. Cunningham, J. The Proportion of bone and cartilage in the lumbar section of the vertebral column of the Ape and several races of man. The Journ. of Anatomy and Phys. Bd. 24. 1890.
11. Disse, J. Untersuchungen über die Lage der menschlichen Harnblase und ihre Veränderungen im Laufe des Wachsthums. Merkel-Bonnet, Anatom. Hefte. I 1891. S. 1.
12. Fehling, H. Die Form des Beckens beim Fötus und Neugeborenen und ihre Beziehung zu der beim Erwachsenen. Archiv für Gynaecologie. Bd. X. 1876. S. 1.

12a. Flourens. Mémoires d'anatomie et de physiologie comparées. Paris 1894. I.

13. Freund, M. B. Die Lageentwickelung der Beckenorgane, insbesondere des weibl. Genitalkanals, und ihre Abwege. Breslau 1863.
14. Henle, J. Handbuch der Gefässlehre des M. 2. Aufl. 1876.
15. Hertwig, O. Lehrbuch der Entwickelungsgeschichte des Menschen und der Wirbelthiere. 4. Aufl. Jena 1893.
16. His, W. Unsere Körperform und das physiologische Problem ihrer Entstehung. Leipzig 1874.

17. His, W. Anatomie menschlicher Embryonen. Leipzig 1880—1885.
18. Horner, F. Ueber die normale Krümmung der Wirbelsäule. Müllers Archiv für Anat. und Phys. 1854.
19. Hüter, C. Die Formentwickelung am Skelet des menschlichen Thorax. Leipzig 1865.
20. Huschke, E. Sömmerrings Lehre von den Eingeweiden und Sinnesorganen d. m. K. Leipzig 1844.
21. Kölliker, A. Entwickelungsgeschichte des Menschen und der höheren Thiere. 2. Auflage. Leipzig 1879.
22. Langer, K. Wachsthum des menschlichen Skeletes mit Bezug auf den Riesen. XXXI. Bd. der Denkschriften der math.-naturw. Classe der kaiserl. Akademie in Wien. 1871.
23. Lomer. Ueber Gewichtsbestimmungen der einzelnen Organe Neugeborener. Zeitschrift für Geburtshilfe und Gynäkologie. XVI. Bd. 1889. S. 106.
24. Luschka, H. Die Halbgelenke des menschlichen Körpers. Berlin 1858.
25. Meckel, J. F. Handbuch der menschlichen Anatomie. 3. Band. 1817.
26. Merkel, Fr. Beitrag zur Kenntniss der postembryonalen Entwickelung des menschlichen Schädels; in Beiträge zur Anat. u. Embryologie. Festgabe Jacob Henle zum 4. April 1882 dargebracht. S. 164.
27. Mettenheimer, H. Ein Beitrag zur topographischen Anatomie der Brust- Bauch- und Beckenhöhle des neugeborenen Kindes. Morpholog. Arbeiten, herausg. von G. Schwalbe. III. Bd. 2. Heft. 1893. S. 301.
28. Meyer, H. Die Statik und Mechanik des menschlichen Knochengerüstes. Leipzig 1873.
29. Moser, E. Ueber das Wachsthum der menschlichen Wirbelsäule. Diss. Strassburg 1889.
30. Nagel, W. Ueber die Lage des Uterus im menschlichen Embryo. Archiv für Gynäkologie. Bd. 41. 1891. S. 244.
31. Parow, W. Studien über die physikalischen Bedingungen der aufrechten Stellung und der normalen Krümmungen der Wirbelsäule. Arch. f. patholog. Anat. u. Phys. Bd. 31. 1864. S. 74 und 223.
32. Ravenel, M. Die Maasverhältnisse der Wirbelsäule und des Rückenmarks beim Menschen. Zeitschr. f. Anat. und Entwickelungsgeschichte. 1877.
33. Rosenberg, E. Ueber die Entwickelung der Wirbelsäule und des Centrale carpi des Menschen. Morpholog. Jahrbuch. Bd. I. 1876.
34. Ruge, G. Untersuchungen über Entwickelungsvorgänge am Brustbein und an der Sternoclavicularverbindung des Menschen. Morpholog. Jahrbuch. Bd. VI. 1880. S. 362.
35. Steinach, E. Die Zahl der Caudalwirbel beim Menschen. Inaug. Diss. Berlin 1889. 4⁰.
36. Symington, J. The topographical Anatomy of the child. Edinburgh 1887.
37. Takahasi, S. Beiträge zur Kenntniss der Lage der fötalen und kindlichen Harnblase. Archiv für Anatomie und Physiologie. Anat-Abth. 1888. S. 35.

38. Toldt, C. Bau und Wachsthumsveränderungen der Gekröse des menschlichen Darmkanals. Denkschriften der math.-natw. Classe der Wiener Akademie. XLI. Bd. 1879.

9. Tolt, C. und E. Zuckerkandl. Ueber die Form- und Texturveränderungen der menschlichen Leber während des Wachsthums. LXXII. Bd. der Sitzbr. der Wiener Akademie. III. Abth. Nov. 1875.

40. Tourneux et Herrmann. Sur la persistance de vertiges médullaires coccygiens pendant toute la période foetale chez l'homme etc. Journal de l'anatomie et de la physiol. 37. Année 1887. S. 498.

41. Veit, J. Die Entstehung der Form des Beckens. Zeitschrift für Geburtshilfe und Gynäkologie. IX. Bd. 1883. S. 347.

42. Virchow, R. Untersuchungen über die Entwickelung des Schädelgrundes im gesunden und krankhaften Zustand und über den Einfluss derselben auf Schädelform, Gesichtsbildung und Gehirnbau. Berlin 1857.

Tafelerklärung.

Alle Figuren sind zur Ermöglichung eines bequemen und sicheren Vergleiches auf die gleiche Grösse reducirt, wobei die Länge der Brustwirbelsäule als Norm angenommen ist. Es ist stets die linke Schnittfläche dargestellt; in den Fällen, in welchen die rechte Schnittfläche des Präparates vorlag, wurden die Abbildungen umgekehrt. Die Längen der Föten wurden so gemessen, dass das Bandmaass dem Durchschnitt der Wirbelsäule entlang angelegt wurde.

Fig. 1. Copie der Tafel 1. A u. B. von: Braune, Topographisch-anatomischer Atlas. Gefrierdurchschnitt eines erwachsenen Mannes. Zum Vergleich mit den fötalen Präparaten beigefügt.

Fig. 2. Ausgetragener und lebensfähiger Knabe. Scheitelsteisslänge: 365 Mm. Das Herz war nicht ganz hart und sank nach Führung des Schnittes etwas zurück. Die Harnröhre ist nicht ganz in den Schnitt gefallen.

Fig. 3. Fötus vom Anfang des siebenten Monats. Scheitelsteissänge: 310 Mm. Hervorzuheben ist, dass in dieser Figur die ganze venöse Gefässverbindung vom Nabel bis zum rechten Vorhof in den Schnitt gefallen ist. Ein kleiner Abschnitt der rechten Lunge liegt vor den unteren Brustwirbeln. Der parenchymatöse Durchschnitt vor den unteren Bauchwirbeln und über dem ausgedehnten Mastdarm ist Niere. Ob man es mit einer Hufeisenniere oder einer Dislocation zu thun, hat, liess sich ohne Zerstörung des Präparates nicht eruiren. Das den Mastdarm füllende Meconium wurde vorsichtig entfernt, um die Darmwand selbst besichtigen zu können.

Fig. 4. Fötus vom Anfang des fünften Monats ca 22—23. Woche. Scheitelsteisslänge: 170 Mm. Lungenabschnitt wie in Fig. 3. Bemerkenswerth ist ein in den Schnitt gefallener Mittellappen der Gl. thyreoidea, welcher das Zungen-

bein fast erreicht. In den untersten Wirbeln ist ein Stückchen der Chorda dorsalis sichtbar.

Fig. 4*. Conturen des Fötus in natürlicher Grösse.

Fig. 5. Fötus aus der zweiten Hälfte des vierten Monats ca 18—19. Woche. Scheitelsteisslänge 140 Mm. Die Mitteltheile des Gehirns waren brüchig und sind nach Führung des Schnittes herausgefallen. Mittellappen der Gl. thyreoidea wie in Fig. 4; ebenso Abschnitt der rechten Lunge. Blase stark contrahirt. Die Harnröhre ist nicht ganz in den Schnitt gefallen. Der Mastdarm ist leer.

Fig. 5*. Die Conturen des Embryo in natürlicher Grösse.

Fig. 6. Fötus vom Anfang des vierten Monats, ca 16—17. Woche. Scheitelsteisslänge: 89 Mm. Die Mittellinie ist bei diesem Präparat besonders genau getroffen, da die Chorda dorsalis fast in ganzer Länge sichtbar ist. Der Erhaltungszustand des Präparates in allen Theilen ist ein ganz vorzüglicher.

Fig. 6*. die Conturen des Fötus in natürlicher Grösse.

Fig. 7. Fötus aus dem dritten Monat, ca 14—15. Woche. Scheitelsteisslänge: 73 Mm. Das einzige weibliche Präparat der Reihe; dasselbe wurde deshalb gewählt, weil bei dem männlichen Fötus gleichen Alters, welcher mir zu Gebote stand, bei einem im übrigen guten Erhaltungszustand der Kopf nicht tadelfrei conservirt war. In Fig. 10 ist das Beckenende dieses letzteren Fötus abgebildet. Auch beim weiblichen Fötus liessen leider die brüchig gewordenen Mitteltheile des Gehirnes zu wünschen übrig, während die Vierhügelplatte noch tadellos ist.

Bemerkenswerth ist die sehr langgezogene spindelförmige Harnblase. Die Thymus besteht aus mehreren getrennten Parthieen.

Fig. 7*. Die Conturen des Fötus in natürlicher Grösse.

Fig. 8. Fötus vom Anfang des dritten Monats. Scheitelsteisslänge 53 Mm. Der Erhaltungszustand ist von grosser Güte. Da der Schnitt nicht genau durch die Mitte der Wirbelsäule fiel, musste auf der einen Seite noch eine Scheibe abgetragen werden. Dadurch kam es, dass auf der einen Schnittfläche der hintere, auf der anderen der vordere Theil mehr der Mittellinie entsprach; es wurden deshalb einige Details, besonders die Form des Brustbeins, der anderen, im Uebrigen nicht benutzten Schnittfläche entnommen. Bemerkenswerth ist die runde Gestalt der Harnblase. Die Gl. thyreoidea war auch mit der Lupe nicht deutlich zu erkennen.

Fig. 8*. Die Conturen des Fötus in natürlicher Grösse.

Fig. 9. Beckenende eines weiblichen Fötus aus der Mitte der Schwangerschaft. Grösse im Ganzen ungefähr gleich dem Präparat der Fig. 4.

Fig. 10. Beckenende eines männlichen Fötus, welcher 2—3 Mm kleiner ist, wie das Original der Fig. 7. Hakenförmig gekrümmtes Steissbein.



1.



2.

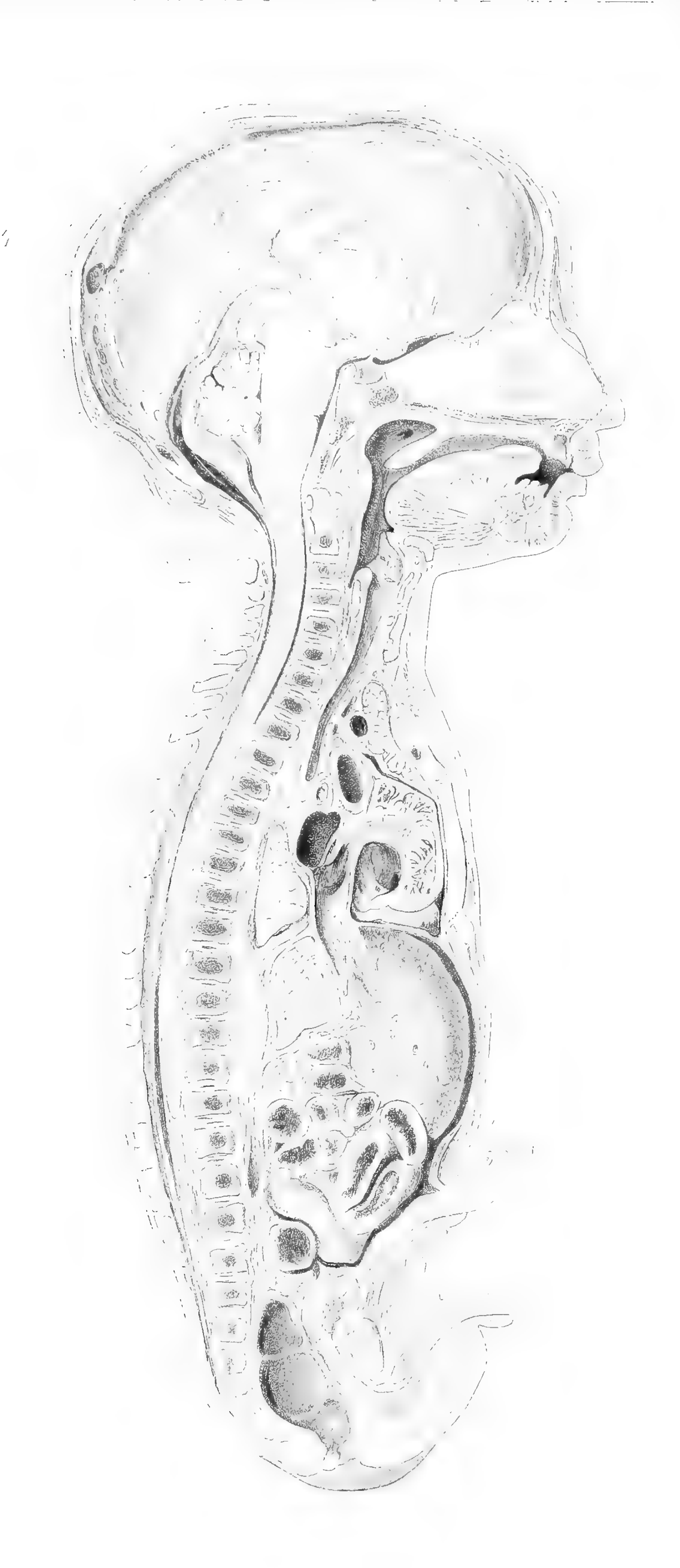


9

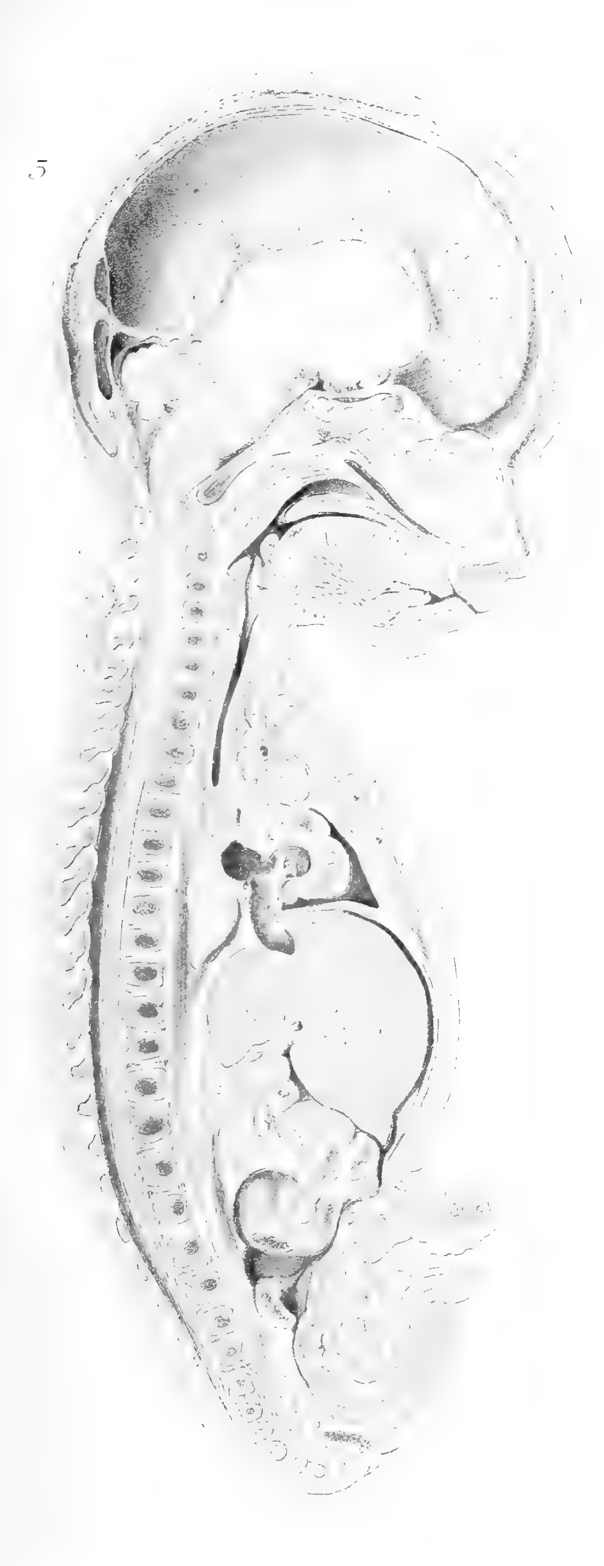
10







5



5*

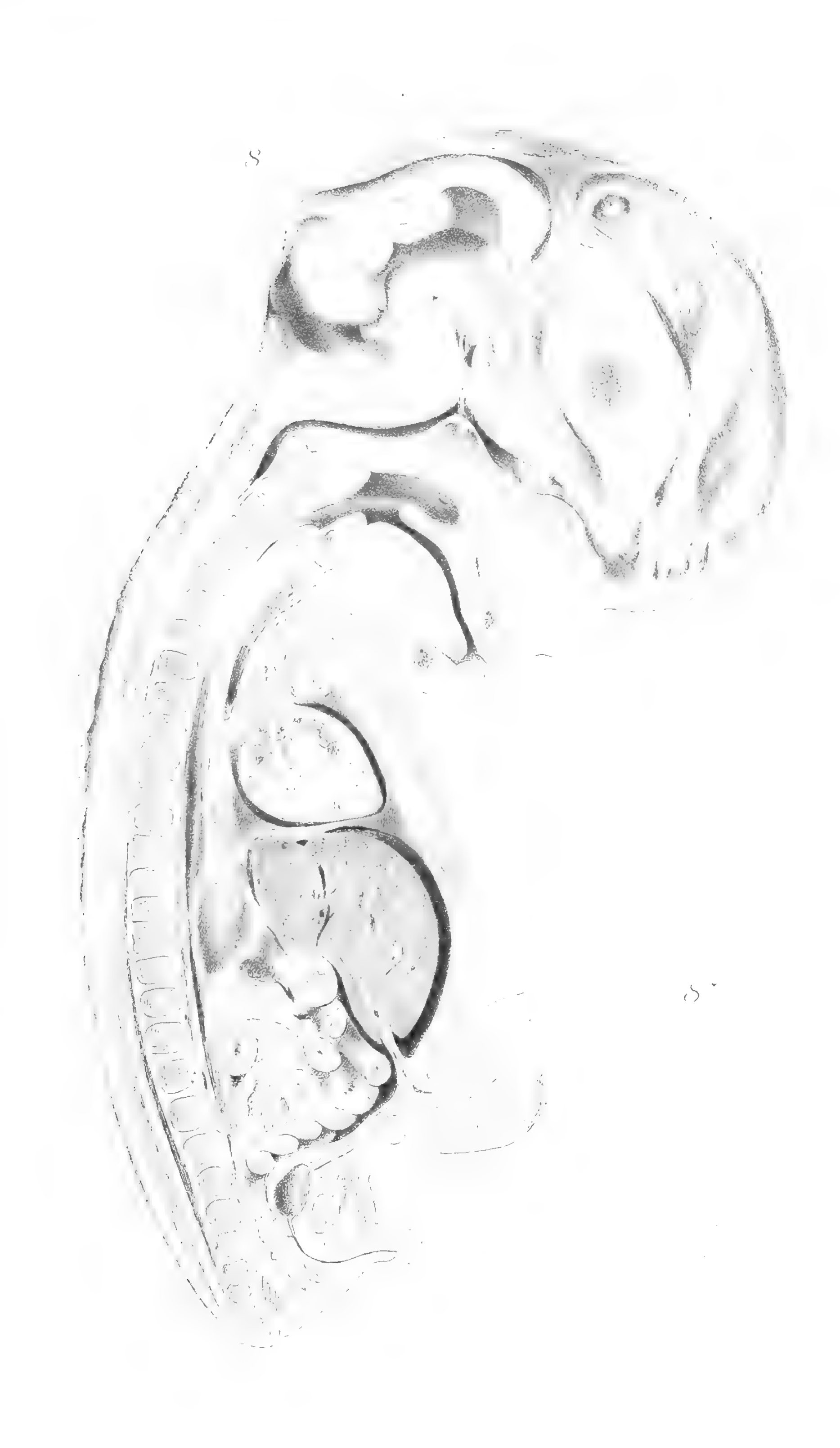




6

6*




8
7.



Ueber einige Fischreste des norddeutschen und böhmischen Devons.

Von

A. von Koenen.

Mit Tafel I—V.

Vorgelegt in der Sitzung der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften am 25. Mai 1895.

Vorwort.

In den Abhandlungen der Kgl. Gesellschaft zu Göttingen, Band XXX, 1883, S. 1—41, Taf. I bis IV hatte ich eine Reihe von Placodermen-Resten aus dem norddeutschen Oberdevon beschrieben, welche grossentheils aus den schwarzen Goniatitenkalken von Wildungen und von Bicken bei Herborn stammten, zum Theil aber auch aus den röthlichen Kalken im Hangende des Eisensteins vom Bredelar und vom Martenberg bei Adorf. Von denselben Fundorten hat inzwischen das Göttinger Museum, die Sammlung der Kgl. Geologischen Landesanstalt, das Geologische Institut zu Marburg und die Geologische Sammlung der Technischen Hochschule zu Aachen verschiedenes neues und zum Theil besseres Material erhalten, welches mir durch die Güte der Herren Geh. Oberbergrath Hauchecorne, Professor Kayser und Professor Holzapfel zur Untersuchung anvertraut wurde. Ausserdem übersendete mir Novak kurz vor seinem frühzeitigen Tode das unten beschriebene Exemplar von Holopetalichthys Novaki v. Koenen von Konieprus bei Beraun, und durch Ankauf der Winter'schen Sammlung gelangte das Göttinger Museum in den Besitz wichtiger Reste von Macropetalichthys und Dinichthys, so dass ich jetzt Veranlassung habe, meine Untersuchungen auch auf Vorkommnisse älterer Devon-Bildungen, besonders des Eifeler Kalkes auszudehnen.

Aus den mitteldevonischen Crinoïden-Schichten von Gerolstein hatte Beyrich 1877 (Zeitschr. d. Deutsch. geol. Ges. XXIX, S. 751, Taf. X) einen trefflich erhaltenen Panzer als Pterichthys rhenanus beschrieben und abgebildet. Ein zweites gutes Exemplar aus denselben Schichten fand Kayser (Zeitschr. d. Deutsch. geol. Ges. 1880, XXXI, S. 818). Mehrere leider sehr unvollkommen erhaltene Exemplare

anscheinend derselben Art hat auch Holzapfel in denselben Schichten bei Gerolstein gesammelt, und in den mergeligen Schichten des Stringocephalenkalkes von Paffrath den Theil eines Panzers von reichlich 40 mm Länge und 30 mm Breite, welcher leider Nähte nicht sicher erkennen lässt, aber recht wohl der vordere Theil der rechten Seite von P. rhenanus Beyr. sein könnte. Das Gestein haftet zum Theil so fest an der Oberfläche der Knochenplatten, dass diese sich nicht wohl frei legen lassen. Es ist aber vorn noch ein rundlicher ca. 30 mm langer Knochentheil theilweise sichtbar, welcher nach oben durch eine scharfe Kante mit spitzen, ca. 1,3 mm breiten Höckern begrenzt wird, ähnlich denen, welche das Ruderorgan von Pterichthys auf seiner Aussenseite trägt, wie solche noch neuerdings von Traquair in seiner wichtigen Arbeit über die Struktur und Klassifikation der Asterolepiden (Ann. Magaz. of Nat. Hist., Ser. 6, Vol. II, 1888, p. 485, Taf. XVII) abgebildet wurden. Es wäre daher dieser Knochentheil vielleicht als ein Theil des Ruderorgans von Asterolepis (Pterichthys) rhenanus anzusehen.

Jedenfalls ist das mir vorliegende Material von Pterichthys für nähere Untersuchungen ungenügend, so dass ich darauf verzichten muss, näher auf diese Gattung einzugehen. Aus den mitteldevonischen Dachschiefern von Raumland bei Berleburg befindet sich in der Göttinger Sammlung ausser kleineren, ganz platt gedrückten Bruchstücken auch ein grösseres von 8 cm Breite und bis zu 10 cm Länge, welches Nähte und Plattengrenzen nicht mit Sicherheit erkennen lässt, seiner Skulptur nach aber recht wohl zu Asterolepis gehören könnte.

Noch ungünstiger ist die Erhaltung einer Anzahl Stücke aus den Dachschiefern des untersten Devon von Bundenbach, welche zum Theil ähnliche Grösse erreichen, aber nur ein Mittelding zwischen Steinkern und Abdruck, oder Steinkerne mit aufgeprägter, wenig deutlicher Skulptur sind.

Von Acanthaspis Prümiensis Traquair (Ann. Magazine of Nat. History, Ser. 6, Vol. 14, p. 370, Taf. IX, f. 1) aus dem Unterdevon von Prüm liegt mir nichts vor, und verschiedene andere Fischreste, welche mir vorliegen, sind so unvollkommen erhalten, dass ich nicht wagen kann, sie auch nur einer bekannten Gattung mit irgend welcher Sicherheit zuzurechnen, so z. B. einen ziemlich dünnen und gekrümmten, gegen 17 mm langen Zahn aus den oberen Calceola-Schichten der Auburg bei Gerolstein (Aachener Sammlung), von welchem nur der Längsdurchschnitt sichtbar ist. Von anderen Resten steht nur soviel fest, dass sie zu Formen gehören, die zur Zeit noch gänzlich unbekannt zu sein scheinen.

Unsere Kenntniss der devonischen Fischreste ist aber seit Veröffentlichung meiner Arbeit sehr gefördert worden, besonders durch verschiedene Abhandlungen von Traquair in den Annals and Magazine of Natural History und im Geological Magazine, ferner durch solche von A. Smith Woodward, dessen Catalogue of Fossil Fishes in the British Museum (London 1891) besonders werthvoll ist und die bezüglichen Angaben von Etheridge (Fossils of the British Islands, vol. I, Palaeozoic, Oxford 1888) noch vervollständigt.

Ctenacanthus (?) erectus v. Koenen.

Vorkommen: Unteres Oberdevon: Büdesheim bei Gerolstein.

Aus den Goniatitenschiefern von Büdesheim befindet sich in der Göttinger Sammlung das 30 mm lange, nur schwach gekrümmte Bruchstück eines Flossenstachels von 6 mm Breite, dessen Seitenfläche 9 etwas abgerundete Längsrippen trägt. Dieselben werden durch ziemlich tiefe Furchen von einander getrennt, welche zunächst der Vorderseite fast so breit, in der Mitte kaum halb so breit wie die Rippen sind und nach der Hinterseite noch schmaler und zugleich flacher werden. Die Rippen tragen in Abständen von ca. 1 mm Anschwellungen, welche nach oben ziemlich scharf begrenzt sind, nach unten aber ganz allmählich abfallen. Hinten sind noch 2 kurze, scharf nach unten gerichtete Stacheln sichtbar, welche von Mitte zu Mitte etwa 2 mm von einander entfernt sind.

Eine ähnliche Skulptur zeigt auch die Abbildung von Homacanthus arcuatus Ag. (Poissons foss. du vieux grès rouge, Taf. 33, f. 1—3), obwohl Agassiz in seiner Beschreibung nichts davon erwähnt. H. arcuatus ist aber jedenfalls weit stärker gekrümmt, als unsere Art, die durch die schwache Entwicklung der Quer-Skulptur sich vor den meisten anderen Ctenacanthus-Arten auszeichnet. Ein Exemplar von Homacanthus arcuatus von Marianau bei Petersburg, welches sich in der Göttinger Sammlung befindet, ist freilich nur schwach gekrümmt und lässt nichts von der erwähnten Skulptur erkennen.

Aehnlich ist ferner auch die Längs-Skulptur von Ctenacanthus distans M'Coy (Brit. Pal. Foss. S. 625, Taf. 3 K, f. 15), welcher von Davis und A. S. Woodward als Acondylacanthus aufgeführt wurde; bei diesem sind jedenfalls die Längsrippen weit zahlreicher, und die Stacheln weit weniger scharf, als bei unserer Art, die ich vorläufig zu Ctenacanthus stelle.

Coccosteidae.

Die am besten bekannten Gattungen der Coccosteiden sind Coccosteus Ag. und Homosteus Asmus, zumal nachdem Traquair die Unterschiede zwischen beiden unter Beifügung schematischer Abbildungen auseinander setzte (Geolog. Magazine 1889, S. 1). Zu derselben Familie stellte noch Traquair die Gattung Acanthaspis Newberry (Ann. Mag. Nat. Hist. 6. Ser., Vol. XIV, S. 371), und dazu könnten auch wohl noch die Gattungen Aspidichthys und Titanichthys Newb. gehören und vielleicht auch noch Anomalichthys v. Koenen, während dies bei anderen Gattungen oder eigentlich eher Namen, wie Chelyophorus Ag. im höchsten Grade zweifelhaft ist.

Gattung Coccosteus Agassiz.

Für solche Coccosteus-Arten, bei welchen die Grenze zwischen Kopf und Leib sehr steil zur Körper-Axe steht, der obere Theil der hinteren Kopfplatten sehr kurz ist, und die Augen verhältnissmässig weit nach hinten liegen, hatte

ich nun 1883 (Placodermen S. 14 etc.) eine Untergattung Brachydeirus unterschieden, ohne freilich an dem mir damals vorliegenden Material die Gestalt und Anordnung der Kopfplatten mit genügender Sicherheit erkennen zu können. Jetzt liegen mir aber theils aus der hiesigen Sammlung, theils aus der Marburger, der Aachener und der der Kgl. geologischen Landes-Anstalt eine Reihe zum Theil besserer Exemplare vor, und ich habe nun Folgendes zu bemerken.

Pander (Placodermen S. 64) hatte schon ausgeführt, dass verschiedene Furchen auf den Kopfplatten von Coccosteus decipiens nicht als Suturen zu betrachten seien, ohne jedoch eine andere Deutung zu geben. Traquair gab in seinen wichtigen Aufsätzen über Coccosteus etc. (Geol. Mag. 1889, S. 1, Taf. I und Ann. Mag. of Nat. Hist. 1890, S. 125, Taf. X) Darstellungen des Baues von Coccosteus decipiens Ag., welche von den früheren besonders dadurch abweichen, dass sowohl die von Pander von Suturen unterschiedenen, als auch einzelne der von Pander etc. als Tafelgrenzen abgebildeten Linien durch punktirte Linien ersetzt und als „Seitenlinien“ bezeichnet werden, und von dem Occipitale verläuft eine Zickzack-Naht bis zu der Platte, unter welcher das Parietal-Organ liegen würde, so dass die vor dem Occipitale liegende Platte (centrale) in zwei symmetrische Hälften getheilt wird. Diese Naht ist an den meisten norddeutschen Stücken wesentlich deutlicher, als an den englischen, aber geradlinig. Von Seitenlinien ist ferner an den mir vorliegenden Exemplaren, soweit ihre Oberfläche gut erhalten ist, mit Ausnahme der Umgebung der Augenhöhle meist nichts zu erkennen, dagegen zeigen manche Stücke, deren Platten mehr oder minder stark angewittert oder gespalten sind, dass eine grössere Zahl von sehr schrägen Nähten durch die Platten hindurch setzen, so dass diese schuppenartig weit übereinander übergreifen, und diese Nähte treten an die Oberfläche des Kopfschildes, zum Theil mindestens, an den Stellen, an welchen auf Traquair's Abbildungen „Seitenlinien“ angegeben sind; so läuft namentlich bei C. inflatus eine Naht quer durch die von Traquair als Centrale bezeichnete Platte und entspricht somit der Naht zwischen den Platten 3 und 5 Pander's (Taf. 3, f. 1); von dieser aus laufen ferner 2 symmetrische Nähte nach dem vorderen Ende des Kopfes, entsprechend den Nähten zwischen den Platten 5 und 6 bei Pander l. c., und die Naht zwischen den Kopfgelenkplatten (occipitalia externa) und dem Centrale (zwischen 2 und 3 bei Pander) bildet sehr tiefe Schleifen, indem sie nahe dem hinteren Ende des Occipitale sich von dessen Rand ablöst und in doppeltem Zickzack, also 2 Mal, bis in die Linie des vorderen Randes des Occiput vorspringt, das erste Mal an der Stelle, wo auf Traquair's Zeichnung die Seitenlinie parallel dem Rande des Occiput verläuft.

Bei dem seiner Zeit abgebildeten Exemplare von C. Bickensis ist auch deutlich zu erkennen, dass das Occipitale, ähnlich wie Pander dies beobachtet hatte, aus 2 übereinander liegenden Platten besteht. An verschiedenen Exemplaren ist aber der Verlauf aller dieser Nähte in der Regel mehr oder weniger verschieden, anscheinend je nachdem eine mehr oder weniger dicke Schicht der Oberfläche der Platten fehlt. Im Allgemeinen stimmen die Stücke aus dem norddeutschen Ober-Devon aber besser mit den Abbildungen von Pander und Egerton überein, als

mit den erwähnten von Traquair, und namentlich auf Egerton's Abbildung der Unterseite des Kopfes von Coccosteus (Quart. Journ. Geol. Soc. Vol. 16, 1860, p. 129) lassen sich manche norddeutsche Exemplare recht gut deuten, so dass ich keine Veranlassung nehmen kann, die norddeutschen Arten doch etwa weiter von Coccosteus zu unterscheiden, sondern auch jetzt nur eine Untergattung Brachydeirus davon abtrennen möchte, wenn auch wesentlich anders begrenzt, als früher.

Eine wesentliche Schwierigkeit bereitet hierbei, dass die Gestalt und Anordnung der Kopfplatten der angewitterten Exemplare, selbst solcher, die ich ein und derselben Art zurechnen muss, recht verschieden erscheint, und zwar wohl nicht nur in Folge der verschieden starken Anwitterung; vielleicht ist dies zum Theil durch individuelle oder Alters-Verschiedenheiten zu erklären, vielleicht sind auch bei einzelnen Stücken die nur ganz flach gegen die Oberfläche geneigten Nähte durch stärkeren Druck oder durch Infiltration von Kalkspath fester, beziehungsweise undeutlicher geworden.

Gerade die grössten Abweichungen von einander in der Zahl und Gestalt der Platten finden sich aber bei je einem Exemplar von C. inflatus und C. carinatus, bei welchen ich den Verlauf der Nähte beziehentlich Seitenlinien mit befriedigender Sicherheit feststellen konnte, indem ich aus den äusseren Abdrücken die Plattenreste entfernte, und zwar bei dem Abdruck des früher (Placodermen Taf. IV, fig. 2) abgebildeten C. inflatus und bei dem eines noch jungen C. carinatus in der Sammlung der Kgl. geologischen Landesanstalt in Berlin. Beide lasse ich, auf die Ebene der Tafel projicirt, Taf. III, fig. 5 und fig. 6, abbilden. Um den Vergleich mit Traquair's Schema zu erleichtern, habe ich auf fig. 6 diejenigen Nähte von C. inflatus, welche Traquair's Seitenlinien entsprechen, ebenfalls durch punktirte Linien unterscheiden lassen, und es ergiebt sich dann bei der Vergleichung eine wesentliche Uebereinstimmung im Bau des Kopfes, abgesehen freilich davon, dass bei C. inflatus die Augenhöhlen grösser sind und weiter nach hinten liegen, die Grösse und Gestalt der einzelnen Platten deshalb eine etwas andere ist, und die Nähte zum Theil weniger stark gekrümmt sind, namentlich die in der Mittellinie, welche auch wohl deutlicher sind. In der Gegend des Parietal-Organs sind die Platten durchbrochen.

Die in die Platten eingeschriebenen Buchstaben sind dieselben, wie auf Traquair's Abbildungen, nämlich:

mo = Occipitale (mittleres),
eo = äussere Occipitalia,
po = Praeorbitalia,
m = Marginalia,
c = Centralia,
pto = Postorbitalia.

Die von Traquair vorn und am Rande noch ausserdem angegebenen Platten fehlen leider oder sind doch nicht mit Sicherheit zu erkennen.

Der Kopf von C. carinatus (fig. 5) zeichnet sich nun dadurch aus, dass Seiten-

linien vorhanden sind, welche mit Nähten nicht in Verbindung zu stehen scheinen, dass alle Nähte weniger gekrümmt, und die Tafeln grösser und etwas weniger zahlreich sind. Es wird dies aber dadurch bedingt, dass die äusseren Occipitalia bis an die seitlichen Ecken des hinteren Kopfrandes reichen und dort an die Postorbitalia stossen, so dass die Marginalia fehlen oder doch zu fehlen scheinen, in letzterem Falle aber jedenfalls nur in ganz geringer Grösse vorhanden gewesen sind. Die Centralia sind scharf getrennt, wie ja auch schon ihre Skulptur erkennen lässt, und liegen ganz über den Augenhöhlen, welche reichlich eben so lang sind, wie ihr Abstand vom hinteren Rande des Kopfes. Die Seitenlinien weichen ebenfalls ganz von denen von Coccosteus ab; sie verlaufen vom hinteren Rande des Kopfes, aus der Nähe des Gelenkes, in einfachem, nach unten gerichtetem Bogen bis oberhalb der Augen und verschwinden dort an einer schräg vom hinteren Rande des Auges herkommenden Seitenlinie, ohne dass anscheinend Abzweigungen nach dem Rande des Schädeldaches oder eine Verbindung zwischen ihnen vorhanden wäre. Ausserdem beginnt noch je eine Seitenlinie auf den beiden Platten vor dem Occipitale, etwa 10 mm vor diesem, und läuft bis an den vorderen Rand des Stückes, etwa entsprechend den vordersten Seitenlinien von Coccosteus, aber hinten nicht nach aussen gekrümmt, wie bei diesen, sondern nach innen.

Die grossen Exemplare derselben Art, wie das Taf. I, fig. 1—3 abgebildete, lassen zwar die Grenzen der einzelnen Platten nicht mit gleicher Schärfe erkennen, da die Nähte in Folge von Abwitterung etwas zu breit erscheinen, scheinen aber ganz denselben Bau des Kopfes zu besitzen.

Von den beiden anderen, seiner Zeit von mir beschriebenen Arten schliesst sich C. bidorsatus, bei welchem ich die Nähte auf der hinteren Hälfte des Kopfes mindestens an einem Exemplare grossentheils erkennen konnte, durch die Gestalt der centralia zunächst an Traquair's Abbildung von C. decipiens eng an, doch ist eine Naht in der Mittellinie als Grenze zwischen den beiden C. Tafeln nicht deutlich zu sehen; Gürich giebt indessen eine solche Mittelnaht bei dem Exemplar der Breslauer Sammlung an (Zeitschr. d. Deutsch. geol. Ges. 43, S. 907), welches ich seiner Zeit nicht direkt, sondern nur in Form eines Gyps-Abgusses vergleichen konnte, da es verlegt war. Die von Gürich hier gegebene Darstellung der hinteren Seitenplatten des Breslauer Stückes ist übrigens recht wohl vergleichbar mit meiner Abbildung von C. inflatus (Taf. III, fig. 6). C. Bickensis, bei welchem ich die Tafelgrenzen noch weniger gut kenne, scheint sich darin von C. decipiens nicht wesentlich zu unterscheiden, gleicht diesem aber weit mehr, als die übrigen Arten, durch die Lage der Augenhöhlen und die ganze Gestalt des Kopfes, dessen hinterer Rand unten stark vorgebogen ist. Dagegen scheint eine grössere Verschiedenheit in der Gestalt, Grösse und Anordnung der seitlichen Rückenplatten obzuwalten, besonders durch die Grösse der hintersten derselben, welche durch ihre Höhe wohl der Pander'schen Abbildung von C. decipiens gleichen, nicht aber derjenigen Traquair's.

Nach allem diesem halte ich es jetzt für richtiger, die früher von mir unter-

schiedene Untergattung Brachydeirus enger zu begrenzen, nämlich in der Weise, dass sie von bekannten Arten nur B. carinatus v. Koenen enthält, bei welchem nicht nur der hintere Theil des Kopfes kurz ist, und die Augenhöhlen demselben verhältnissmässig nahe liegen, sondern auch zugleich die marginalia anscheinend fehlen, die Seitenlinien deutlich, aber wenig ausgedehnt sind.

Wenn ich also die Untergattung Brachydeirus jetzt, wo mir besseres Material vorliegt, in anderen, engeren Grenzen auffassen muss, und wenn ich deshalb ausser C. Bickensis v. K. auch C. inflatus v. K. und C. bidorsatus v. K. zu Coccosteus selbst stelle, lasse ich es vorläufig unentschieden, ob etwa noch eine Untergattung für die erstere Art oder die beiden letzteren zu unterscheiden sein könnte.

Von C. Bickensis sind mir bessere Exemplare nicht zu Gesicht gekommen, wohl aber von den beiden anderen Arten, auf die ich daher unten näher eingehen werde.

Ich hatte nun gewisse Knochen, die ich bei C. Bickensis und C. bidorsatus in situ beobachtet hatte, als Ruderorgane gedeutet (Placodermen S. 11), doch hatte Traquair, jedenfalls der beste Kenner dieser Formen, dagegen Widerspruch erhoben (Ann. Mag. Nat. Hist. 6. Ser., V, S. 125), weil an den englischen Exemplaren nie dergleichen beobachtet worden wäre, und ich hatte dann (Neues Jahrb. f. Min. 1890, II, S. 198) darauf hingewiesen, dass dies vielleicht durch die Erhaltungsweise bedingt sei, da die englischen Stücke ja stets plattgedrückt sind, so dass etwa die Rückenplatten über die Ruderorgane bei der Verdrückung übergeschoben worden wären, und dass diese in einer tieferen Gesteinslage steckten; zudem habe ich verknöcherte Sklerotikalringe bei den meisten besseren norddeutschen Exemplaren beobachtet, jene muthmasslichen Ruderorgane dagegen nur bei zweien, während Traquair nur von einem einzigen der zahlreichen englischen Exemplare von Coccosteus Sklerotikalringe anführte, so dass die Ruderorgane immerhin auch an englischen Stücken aufgefunden werden könnten.

Den Ausdruck „Ruderorgan“ hatte ich im Uebrigen dem Ausdruck „Flosse“ vorgezogen, da diese knöchernen Gliedmassen von Coccosteus, ebenso wie die von Pterichthys, mehr zum Stemmen und Stützen oder Kriechen geeignet erscheinen, als zu einem wirklichen Schwimmen. Als Theile eines Schultergürtels möchte ich sie jedenfalls nicht deuten, schon wegen ihrer Lage längs des unteren Randes des Rückenschildes, und derartiges ist an englischen Exemplaren auch noch nicht beobachtet worden. Ich muss jedenfalls vorläufig meine Ansicht über jene Organe festhalten, die ich übrigens ja nur mit Vorbehalt ausgesprochen hatte.

Was Trautschold übrigens (Zeitschr. d. Deutsch. geol. Ges. XLI, 1889, S. 35, Taf. III—VI) als Ruderorgan von Coccosteus beschrieb und abbildete, hat mit den meinigen nicht die geringste Aehnlichkeit, und mit Recht wendeten sich Jaekel (Zeitschr. d. Deutsch. geol. Ges. XLII, S. 773) und Gürich (dieselbe Zeitschrift XLIII, S. 907) gegen Trautschold's Auffassung.

Hier möchte ich aber noch bemerken, dass C. Hercynius v. Meyer (Palaeontographica III, S. 82, Taf. XII, Fig. 28) aus dem unteren Mitteldevon, den Wissenbacher Schiefern „oberhalb Lerbach“, nach der Abbildung zu urtheilen, von

H. v. Meyer in den einzelnen Platten sehr richtig gedeutet und jedenfalls mit Recht zu Coccosteus gestellt wurde.

Ungenügende Bruchstücke, innere und äussere Abdrücke von Platten, welche aus denselben Schichten von der Wiederwage am Hutthal bei Clausthal sich in der Göttinger Sammlung befinden, könnten derselben Art angehören.

Was endlich Barrande's Coccosteus primus, C. Agassizi und C. Fritschi aus den F- und G-Kalken von Konieprus etc. betrifft (Syst. Silurien du Centre de Bohême I. Suppl., S. 637—40, Taf. 29, f. 1—8 und Taf. 30, f. 1—6), so dürften diese Reste, den Abbildungen nach zu urtheilen, grösstentheils nicht zu Coccosteus gehören, und bei den übrigen dürfte ihre Deutung mindestens sehr zweifelhaft sein. So könnte das Taf. 29, f. 1 abgebildete Fragment ja möglicher Weise von dem Occipitale von Coccosteus herrühren, die ebenda f. 3 und 6 abgebildeten Platten scheinen mir aber ebenso gut als hintere Bauchplatten von Pterichthys oder Platten von Anomalichthys angesehen werden zu können, und die beschädigte, grosse, Coccosteus Fritschi benannte Platte (Taf. 30, f. 1) könnte ihrer Grösse und Gestalt nach ebenfalls zu Aspidichthys gehören. Die beiden von Barrande mit Asterolepis verglichenen Platten (Taf. 29, f. 9 u. 13) haben mit dieser Gattung ferner auch wenig Aehnlichkeit; namentlich hat die mittlere Rückenplatte von Pterichthys doch eine stärkere Wölbung, und die geraden, unsymmetrischen Nähte zeigen, dass Barrande's Stücke unmöglich mittlere, symmetrische Platten sein können, während bei Anomalichthys, wie wir später sehen werden, ähnliche Nähte und ähnliche eckige Tafeln, sowie ganz dieselbe Skulptur vorhanden sind. Schliesslich möchte ich darauf hinweisen, dass der von Barrande nicht näher gedeutete Knochen, welchen er l. c. Taf. 34, f. 29—34 abbildete, in der Gestalt an die Infraorbital-Platte von Dinichthys erinnert, wie sie Newberry (Palaeoz. Fishes of N. America, Geol. Survey Monogr. XVI, Taf. 47, f. 1. 2) abbildete, durch seine Skulptur von Schmelzhöckern dagegen ganz von Dinichthys abweicht und eher zu Aspidichthys passt, von welchem die Infraorbital-Platte noch nicht bekannt ist, so dass diese vielleicht in Barrande's Exemplar zu sehen ist.

Coccosteus inflatus v. Koenen.

Tafel II, Figur 6.

Coccosteus inflatus v. Koenen. Beitr. z. Kenntniss der Placodermen S. 26, Taf. I, fig. 1 und Taf. IV, fig. 1—3.

Coccosteus obtusus v. Koenen. Verhandl. naturhist. Verein der Rheinlande, Westfalen etc. 1886, XXXXV, S. 55.

Vorkommen: Unteres Ober-Devon: Bicken bei Herborn, Braunau bei Wildungen, Müllenborn bei Gerolstein.

Unter den von Herrn E. Kayser mir freundlichst zugesendeten Exemplaren der Marburger Sammlung befinden sich zwei von Wildungen, welche den Kopf zum Theil unverdrückt in einer Breite von 52 mm und einer Länge von ca. 65 mm

enthalten, also ähnliche Dimensionen haben, wie das von mir früher (a. a. O. Tafel IV, fig. 2) abgebildete Stück. Ein Exemplar von gleicher Grösse befindet sich auch in der Aachener Sammlung. Leider fehlt allen diesen Stücken von Wildungen mindestens die Oberfläche der Platten, oder es sind nur Steinkerne, und die Begrenzung der Platten, welche ja schräg übergreifen, erscheint daher fast bei allen Exemplaren, ja selbst auf den beiden Seiten ein und desselben Exemplares verschieden.

Herr Holzapfel hat aber auch vor einigen Jahren bei Wildungen ein Exemplar mit grösseren Bruchstücken des inneren Skelets gefunden, nebst der Gegenplatte, welche er freundlichst der Göttinger Sammlung verehrte. An diesem Stück sind Reste von Platten vorhanden, welche ich zum Theil für Bauchplatten von Coccosteus inflatus halten möchte, so dass zu dieser Art auch das daneben liegende innere Skelett gehören würde. Von dem Wirbelkörper ist nichts erhalten, und auch die unteren und oberen Bogentheile sind nicht genau zu erkennen, dagegen sind die Dornfortsätze grösstentheils mit Kalkspath, zum Theil aber auch mit Gestein erfüllt und dadurch oder im Abdruck wohl zu erkennen, obwohl die dünne Knochenhülle sehr mürbe und zum Theil ganz zerstört ist. Dasselbe gilt auch von ein paar Flossenträgern, welche hinter einer Bauchplatte liegen und daher wohl die Bauchflosse getragen haben. Die Dornfortsätze sind zum Theil 12 mm lang erhalten, in der Mitte ihrer Länge gegen 2 mm dick und etwa 1 mm von einander entfernt. Die Kalkspathausfüllung ist in der Nähe der Bogentheile recht dünn, wird dann schnell dicker und nimmt nach den Enden zu wieder an Durchmesser ab.

Ein Stück von Bicken in der Marburger Sammlung enthält die Ausfüllung von 11 Dornfortsätzen, welche bis zu 3 mm dick ist, und lässt an einem Ende auch den Uebergang der Bogentheile in die Wirbelkörper erkennen, welche je 3 mm lang und gegen 8 mm dick gewesen sind. Zu welcher Art diese Skelet-Theile gehören, lässt sich nicht entscheiden.

In dem kleinen Aufsatz über Coccosteus inflatus von Müllenborn bei Gerolstein in den Verhandlungen des Naturhistorischen Vereins zu Bonn l. c. ist einige Male an Stelle von C. inflatus C. obtusus gedruckt, wie ich die Art ursprünglich hatte nennen wollen, ehe ich bemerkte, dass dieser Name bereits von Agassiz vergeben war; aus dem Zusammenhange ergiebt sich aber zur Genüge, dass ersterer Name überall stehen sollte.

Untergattung Brachydeirus v. Koenen.

Brachydeirus carinatus v. Koenen.

Tafel I, Figur 1—3; Tafel II, Figur 5.

Coccosteus carinatus v. Koenen. Beitr. z. Kenntniss d. Placodermen S. 31, Taf. II, f. 1.

Vorkommen: Unteres Oberdevon bei Bicken und Wildungen.

In den Goniatitenkalken von Wildungen hat Herr Holzapfel verschiedene Exemplare gesammelt, welche zum Theil wesentlich besser erhalten sind, als die seiner Zeit von mir beschriebenen, und diese ausgezeichnet ergänzen.

Das Tafel I, fig. 1 und 2 abgebildete Stück ist zwar mehr oder minder stark angewittert oder doch der Oberfläche der Platten beraubt, so dass die Skulptur und die Begrenzung der einzelnen Platten nur theilweise noch zu erkennen ist, es ist aber nur in ganz geringem Grade verdrückt und enthält fast den ganzen Kopf und einen grossen Theil der Rückenplatten.

Der Kopf ist reichlich 11 cm lang und unmittelbar hinter den Augen etwa 7 cm breit; er verjüngt sich von hier nach vorn allmählich und ist vorn nur etwa 2 cm breit, nimmt aber nach hinten nur noch wenig an Breite zu. Hinten hat er oben in der Mitte eine Kante von ca. 130 Grad und auf jeder Seite, reichlich 3 cm von der Mitte, eine stumpfe Kante von nahezu 140 Grad, so dass die knapp 3 cm hohen unteren Hälften der Seiten nach unten sehr deutlich divergiren.

Die Kante in der Mitte des Hinterhauptes verflacht sich nach vorn schnell und gabelt sich in zwei stumpfe, abgerundete Kanten, welche 8 cm von dem Hinterhauptrande gegen 3 cm von Mitte zu Mitte von einander entfernt sind, dann aber, nach ihrer Vereinigung mit den nachstehend erwähnten Seitenkanten, schnell schärfer, fast rechtwinklig werden und nach vorn wieder konvergiren, so dass sie vorn nur etwa 2 cm von einander entfernt sind. Von 3,5 cm vom Hinterhauptrande an nach vorn bildet sich zwischen ihnen eine sehr deutliche Einsenkung aus, in welcher 2,5 cm weiter vorn die Platten ein dreieckiges Loch haben, welches 13 mm lang, hinten spitz und vorn fast 10 mm breit ist.

Die erwähnten Kanten auf beiden Seiten des Hinterhauptes beginnen an den Gelenken zwischen Kopf und Rücken und treten etwas deutlicher dadurch hervor, dass nahe über ihnen, an den Seitenrändern der Occipitalplatte, eine recht merkliche Einsenkung liegt, welche sich aber weiter nach vorn bald verliert, während die beiden Kanten bis zum Anfange der Augen, 45 mm von hinten, ganz schwach konvergiren, über den Augen aber deutlich konvergiren und sich etwa 75 mm von hinten eine jede mit der betreffenden oberen Kante vereinigen.

Die Augenöffnungen sind eiförmig, vorn merklich höher und breiter abgerundet, als hinten, 47 mm lang und 33 mm hoch, und liegen nahe unter den Seitenkanten, beziehentlich unter deren Vereinigung mit den Oberkanten.

Das Infraorbitale (Maxillare) befindet sich auf der rechten Seite des Kopfes in situ, vollständig mit den übrigen Platten verwachsen.

Noch etwas stärker, als auf dem Hinterhaupt, ist die Einsenkung auf den beiden Seiten der mittleren Rückenplatte, welche nur zur Hälfte erhalten und oben und hinten stärker beschädigt ist; vermuthlich ist sie an der bei anderen Arten beobachteten undeutlichen Quernaht abgebrochen. Von den seitlichen Rückenplatten sind an diesem Exemplar nur die obersten vorhanden und hinten scharf begrenzt, vorn aber zerbrochen.

Vollständiger erhalten sind sie auf dem fig. 3 abgebildeten Stück, aber platt gedrückt und zum Theil nur von ihrer Unterseite, beziehentlich mit ihrer unteren Begrenzung zu sehen, doch ist dafür der hintere und der untere Rand scharf zu erkennen, da sie nicht gegen die Platten der anderen, der linken Seite gedrückt sind, wie dies bei den früher von mir benutzten Exemplaren der Fall war; ausserdem ist auch noch eine der vorderen Bauchplatten von innen sichtbar.

Die oberen Seitenplatten des Rückens stimmen hiernach weit eher mit Sir Egerton's Abbildung fig. 6 (Quart. Journ. Geol. Soc. Vol. XVI, S. 133) von Coccosteus Milleri überein als mit der Pander's von C. decipiens, indem die hintere (1 bei Egerton) kurz und dreieckig, unten sehr spitz ist, aber nicht halb so weit nach unten, bis an den unteren Rand reicht, wie Pander's Platte 20. Die vordere (h bei Egerton) ist aber zweitheilig, und die Theilungs-Linie läuft fast senkrecht gegen die Platten 10 und 12 Pander's, welchen die Platte h Egerton's entsprechen würde. Die untere Seitenplatte ist unverhältnissmässig gross und entspricht den beiden Platten 2 und 3 Egerton's, sowie der Platte 14 Pander's. Auf ihrer Unterseite finden sich zwei erhabene Kanten, welche ein stumpfes, annähernd gleichschenkliges Dreieck von 12 mm Höhe begrenzen, dessen lange Seite am vorderen Rande der Platte liegt, aber anscheinend nicht ganz bis zu seinem unteren Ende reicht.

Die Schmelzhöcker aller Platten sind in gekrümmten Reihen angeordnet, und zwar auf den seitlichen Rückenplatten vorwiegend parallel den hinteren Rändern der Platten, auf den Kopfplatten mehr parallel den vorderen und unteren Rändern; auf der mittleren Rückenplatte laufen die Reihen vorn parallel dem vorderen Rande, hinten parallel dem hinteren, an den Seiten den seitlichen, und in der Mitte sind sie in die Höhe gebogen.

Der Kopf ist auf diesem Stück einige Millimeter länger, als der zuerst beschriebene, ist aber ganz verdrückt und lässt weder die Oberfläche der einzelnen Platten, noch auch einigermassen scharf die Grenzen derselben auf ihrer Unterseite erkennen.

Zu Brachydeirus carinatus gehört aber augenscheinlich auch ein Exemplar von Wildungen in der Sammlung der Kgl. Geologischen Landesanstalt, an welchem der grössere Theil des Kopfes, besonders der linken Seite, unverdrückt erhalten ist, an welchem zwar die Oberfläche der Platten angewittert ist, aber auf der Gegenplatte recht scharf die Skulptur und die Begrenzung der einzelnen Platten zu erkennen ist. Das Exemplar ist nur etwa zwei Drittel so gross gewesen, wie das grosse, Tafel II abgebildete, so dass das Occipitale etwa 32 mm lang und fast 25 cm breit gewesen ist. Vor diesem liegen aber zwei symmetrische, durch eine mediane (Sagittal-)Naht verbundene Platten, welche über 22 mm lang

und hinten zusammen 26 mm breit gewesen sind, vorn nur etwa 20 mm. Neben ihnen liegen die Supraorbitalia, von welchen der vorderste Theil leider fehlt, welche sich aber wohl nicht viel weiter nach vorn erstreckten. In ihrer vorderen Hälfte ist je eine schmale, tiefe Furche vorhanden, welche der Mittelnaht etwas näher liegt, als dem Aussenrande der Platten, und als Seitenlinie zu deuten ist.

Der hintere Rand der Kopfgelenkplatten (2 bei Pander, b und e bei Egerton) liegt annähernd senkrecht gegen die Medianlinie der Oberfläche des Kopfes; sie sind ziemlich ebenso gross, wie das Occipitale, wenn auch hinten etwas breiter und nach vorn stärker verjüngt, beziehungsweise schräg abgeschnitten, erscheinen durch je eine tiefe, enge Furche, welche von der Gelenkstelle aus nach vorn gegen die Ränder des Occipitale merklich divergirt, in je zwei Theile zerlegt. Diese Furche entspricht wohl der von Pander angegebenen Naht in seiner Platte 2/2, doch ist sie recht steil gegen den hinteren Rand der Platte gerichtet, und der von ihr begrenzte untere Theil der Platte nähert sich einigermassen in seiner Gestalt einem gleichseitigen Dreieck.

An der unteren Ecke dieser Platte biegt sich der hintere Kopfrand ziemlich steil nach vorn, und es folgt vor den Kopfgelenkplatten schräg nach unten je eine annähernd dreieckige Platte, deren vorderer Rand ziemlich in der Fortsetzung des Vorderrandes der Kopfgelenkplatten und des Occipitale liegt und mit seinem unteren Theile zugleich bis an die Infraorbitalia reicht. In den obersten Theil dieser Platte, bis zu etwa 2 mm von ihrem oberen Rande, läuft aus der Kopfgelenkplatte jene schmale, tiefe Furche, die ohne Zweifel als Seitenlinie zu deuten ist, und biegt sich dann nach oben, so dass sie auf der Supraorbitalplatte wenige Millimeter über der Augenhöhle nach vorn verläuft; sie dürfte als Orbito-Nasal-Kanal zu bezeichnen sein.

Der Abdruck zeigt besonders deutlich, dass die Schmelzhöcker sehr hoch waren, erheblich höher als dick, und in koncentrischen Reihen angeordnet, wenn auch mit allerlei Aus- und Einbuchtungen. Das Centrum dieser Reihen liegt keineswegs in der Mitte der Platten, sondern meistens mehr nach hinten, und bei den seitlichen Platten mehr nach oben.

Am kleinsten sind die Schmelzhöcker stets in der Umgebung dieser Centren und zum Theil noch nicht 1 mm von Mitte zu Mitte von einander entfernt, und die Höcker derselben Reihe sind oft zu mehreren mit einander verbunden, während sie weiter von dem Centrum entfernt auf dem Occipitale und den Kopfgelenkplatten 1,5 mm und selbst 2 bis 2,5 mm Abstand erhalten, auf den übrigen Platten aber nur 1 bis 1,5 mm.

Recht scharf sind die Seitenlinien von den Nähten, beziehentlich Grenzen der einzelnen Platten unterschieden.

Ich lasse dieses Exemplar Tafel II, fig. 5, in eine Ebene ausgebreitet, abbilden.

Gattung Aspidichthys Newberry.

Aspidichthys ingens v. Koenen.

Tafel III, Figur 1—3.

Aspidichthys ingens v. Koenen. Beiträge z. Kenntn. d. Placodermen S. 34, Taf. III, fig. 1, Taf. IV, fig. 4.

? Coccosteus Fritschi Barrande. Système. Silur. de Bohème I. Suppl., S. 639, Taf. 30, fig. 1.

Vorkommen: Unteres Oberdevon von Adorf, Bredelar und Wildungen.

In den letzten Jahren ist das Göttinger Museum noch in den Besitz mehrerer Aspidichthys-Reste aus dem unteren Ober-Devon vom Martenberg bei Adorf und von der Eisensteingrube Charlottenzug bei Bredelar gelangt, also von denselben Fundorten, wie die früher a. a. O. von mir beschriebenen, so dass es mir jetzt möglich ist, zu dem damals Gesagten wesentliche Nachträge hinzuzufügen. Bei Wildungen habe ich nur ein 25 cm langes Bruchstück einer Platte gesammelt. Diese neu erworbenen Reste bestehen ausser aus etlichen kleineren Platten aus einer ziemlich vollständigen, seitlichen Rückenplatte vom Martenberge und einer stark beschädigten von Bredelar. Während es aber bei ersterer wegen der Härte des Gesteins nicht möglich ist, die Unterseite freizulegen, ist mir dies bei der letzteren gelungen, so dass namentlich der ziemlich vollständig erhaltene Gelenk-Vorsprung sichtbar ist, welcher füglich nur dem Gelenk zwischen dem Kopfschild und den seitlichen Rückenplatten angehört haben kann. Dass ein ähnlicher Gelenk-Vorsprung auch unter der vollständigeren Platte vom Martenberge sich befindet, lässt sich mit genügender Sicherheit auf einem Querbruch derselben erkennen; übrigens stimmt auch mit ihr das beschädigte Stück von Bredelar recht gut in Gestalt, Grösse und Skulptur überein, so dass beide wohl als Gelenkplatten von der rechten Seite des Rückens anzusehen sind. Ein kleines Bruchstück einer Gelenkplatte von der linken Rückenseite mit einem Theile des Gelenkkopfes ist aber augenscheinlich das Bruchstück, welches ich früher (S. 35) wegen seiner überraschenden Dicke von 75 mm erwähnt hatte.

Die erwähnte, ziemlich vollständige Platte ist leidlich symmetrisch, abgesehen davon, dass ihr oberer Rand auf eine Länge von mindestens 40 cm nahezu gerade ist, während ihr unterer ziemlich stark gekrümmt ist, so dass er sich in der Mitte von der Mittellinie der Platte mindestens 6 cm weiter entfernt, als der obere Rand. Ueber diesem sind noch Theile einer anderen Platte vorhanden, welche in einer Schieferlage verschwindet. Die Platte hat bei 24 cm grösster Breite eine Länge von 43 cm und ist hinten anscheinend etwas schräg abgestutzt, wenn auch mit einem schwachen Vorsprunge in der Mitte, so dass sie unten ca. 3 cm länger ist, als oben. Der vordere Rand ist 18 cm hoch, unten gegen 4 cm höher als oben, wenn man die Mittellinie durch einen hohen Kiel zieht, welcher sich am Vorderrande erhebt, dessen obere Kante aber abgebrochen ist. Derselbe

springt am vorderen Rande der Platte etwas vor und wird durch je eine nicht unbedeutende Einsenkung auf beiden Seiten begrenzt, welche sich sonst unter einem Winkel von reichlich 120 Grad treffen würden, wie dies auch schon 6 cm vom vorderen Rande der Fall ist, abgesehen von der nur noch geringen Einsenkung auf beiden Seiten und einer dann folgenden flachen Wölbung; der Kiel hat sich bis zu dieser Stelle schon ganz verloren, beziehungsweise ist in eine stumpfe Kante übergegangen, welche sich weiter nach hinten auch immer mehr verflacht, so dass etwa 14 cm vom vorderen Rande nur noch eine etwas stärkere Wölbung vorhanden ist, und etwa 6 cm weiter nach hinten nur noch eine flache Wölbung. Da hier sich auch die beiden Einsenkungen verloren haben, ist die Platte auf ihrer hinteren Hälfte ziemlich gleichmässig und flach gewölbt, nach hinten immer flacher.

Die Schmelzhöcker stehen auf der vorderen Hälfte des unteren Drittels der Platte recht regelmässig in der Quincunx, in Reihen, welche ziemlich steil gegen die Mittellinie gerichtet sind; die Höcker sind ebenso breit oder breiter, als ihre Zwischenräume, und in der Nähe des unteren Randes je 7 bis 8 mm von Mitte zu Mitte von einander entfernt, weiter nach oben nur je 5 bis 6 mm, und 2 bis 3 cm unterhalb der Mittellinie wird ihre Stellung ziemlich unregelmässig und die Grösse der einzelnen Höcker recht verschieden, so dass einzelne fast ebenso stark sind, wie die am unteren Rande, andere weit kleiner, zum Theil noch nicht ein Viertel so breit und hoch. Aehnliches bildet sich auch auf der hinteren Hälfte der Platte nach hinten aus, doch haben dort vielfach die einzelnen Höcker einen grösseren Abstand von einander, als auf der vorderen Hälfte selbst in der Nähe des unteren Randes. In der Nähe des Vorderrandes sind die Schmelzhöcker etwas kleiner und gedrängter, als etwas weiter nach hinten, und der untere Rand bleibt in einer Breite von 7 bis 8 mm frei von Höckern. Auf dem vorderen oberen Theile der Platte sind die Höcker ungenügend erhalten, scheinen aber eine regelmässige Anordnung nicht gehabt zu haben.

An den Rändern ist die Platte abgerundet und, soweit dies zu erkennen ist, wenig über 5 mm dick, nimmt aber nach innen schnell an Dicke zu, so dass sie 4 cm höher gegen 25 mm dick ist.

Auf der Unterseite nimmt, wie die beschädigte Platte von Bredelar zeigt, die Dicke von ca. 14 cm hinter dem Vorderrande an nach vorn beträchtlich zu, beträgt 7 cm weiter nach vorn schon über 6 cm, und von hier erhebt sich schräg nach vorn sowie nach oben und innen ein etwa 4,5 cm breiter Vorsprung, welcher vermuthlich einen Gelenkrand trug und von dem oberen und dem vorderen Plattenrande durch eine über 8 cm tiefe und breite Aushöhlung getrennt wird, aber anscheinend höchstens 2 cm hinter diesen Rändern zurücktritt. Nach hinten und unten ist er nur durch flache Einsenkungen begrenzt.

Da nun die Kopfgelenkplatten der Placodermen recht kurz zu sein pflegen und sein müssen, da sie von den vor ihnen liegenden Augenrandplatten gut getrennt sind, so glaube ich, unsere Platten als Rückengelenkplatten ansehen zu müssen, so dass die Aushöhlung zwischen dem Vorsprunge und dem Platten-

rande zur Aufnahme des Gelenkkopfes der Kopfgelenkplatte diente, nicht unähnlich dem betreffenden Gelenke bei Coccosteus inflatus, das ich früher Taf. IV, fig. 3 vergrössert im Längsschnitt abbilden liess.

Bei der grossen Aehnlichkeit in Grösse und Skulptur halte ich es aber für im höchsten Grade wahrscheinlich, dass die hier beschriebenen Platten derselben Gattung und Art, vielleicht sogar zum Theil denselben Individuen angehören, wie die früher von mir beschriebenen und abgebildeten, welche ja aus denselben Schichten von denselben Fundorten herrühren. Namentlich liegt es nahe, die grosse, oben beschriebene Rücken-Gelenkplatte von Bredelar in Beziehung zu bringen mit der früher Taf. III, fig. 1 abgebildeten und mit Vorbehalt als Occipitalplatte gedeuteten Platte. Wenn ich aber damals daran gedacht hatte, dass diese Letztere doch vielleicht als mittlere Rückenplatte angesehen werden könnte, so möchte ich diesen Gedanken doch jetzt ganz aufgeben, da sie beträchtlich kürzer ist, als die Rücken-Gelenkplatte, während umgekehrt die mittlere Rückenplatte bei der anscheinend zunächst verwandten Gattung Coccosteus wesentlich länger ist, als die seitlichen Rückenplatten.

Das damals angeführte, Taf. IV, fig. 4 abgebildete Bruchstück ist nun unsymmetrisch gebaut und stammt sicher von einer Seite her, enthält aber weder einen Theil der Occipitalplatte, wie ich schon damals ausführte, noch einen Theil einer Rücken-Gelenkplatte, da es viel stärker gewölbt ist; auch als Theil des Bauchschildes möchte ich es nicht deuten, theils aus demselben Grunde, theils weil das Bauchschild der Placodermen einen ganz anderen Bau zu haben pflegt, welcher selbst bei Asterolepis und Coccosteus einigermassen übereinstimmt. Es müsste das Bruchstück daher dem Kopfe angehören, besitzt übrigens zum Theil eben so grosse Schmelzhöcker, wie die grössten der anderen Platten.

Von den übrigen Placodermen-Resten von Adorf ist ein Stück einer Platte in 13 cm Länge und 8 cm Breite erhalten, welches auf einer Seite von einem annähernd parabolisch gekrümmten Rande mit einer gegen 5 mm breiten, glatten Randzone begrenzt wird; mit seinem stärker gekrümmten Ende trifft dieser Rand fast rechtwinklig auf den geraden Anfang eines anderen Randes, und gegen diesen divergirt eine um 45^0 gegen die Oberfläche geneigte Naht, welche auf der Oberfläche als Furche mit aufgeworfenen Rändern erscheint, ähnlich den Nähten des Bruchstückes, das ich als Anomalichthys beschrieben und abgebildet habe. Ausserdem hat die Platte an dem Bruchrande eine 5 mm breite und 2 mm tiefe Rinne, welche bis zu 35 mm weit verläuft und dann verschwindet.

Die Schmelzhöcker sind sämmtlich stark abgerieben, scheinen aber denen von Aspidichthys zu gleichen, auf der inneren Hälfte der Platte zum Theil auch in der Grösse, auf der äusseren sind sie bis zu 20 und 25 mm von dem gekrümmten Rande wesentlich kleiner, ähnlich wie bei Anomalichthys. Die Dicke der Platte beträgt zum Theil über 10 mm.

Ebenso klein, aber weit niedriger als bei Anomalichthys, von Mitte zu Mitte meist 2 bis 3 mm von einander entfernt, sind die Schmelzhöcker bei zwei anderen, schlechter erhaltenen Bruchstücken von Platten, welche nur stellenweise gegen

5 mm Dicke erreichen, und unter welchen im Gestein ähnliche dünne Platten stecken. Alle diese Bruchstücke wurden angeblich in nächster Nähe der grossen Rückengelenk-Platte gefunden.

Gattung Dinichthys Newberry.

Dinichthys Eifeliensis Kayser.

Tafel IV, Figur 4. 5, Tafel V, Figur 1.

Dinichthys Eifeliensis Kayser. Zeitschr. d. Deutsch. geol. Ges. 1880, XXXII, S. 817.

Vorkommen: Mittel-Devon von Gerolstein.

Auf beiden Seiten eines Kalkstückes von 16—18 cm grösster Breite und Länge findet sich ein Bruchstück des Unterkiefers und Theile von Knochenplatten, beziehungsweise Abdrücke davon. Die Knochenplatten sind gegen 4 mm dick und jedenfalls über 18 cm breit gewesen, aber nur mit ihren Enden in einer Länge von höchstens 5,5 cm vorhanden. Sie tragen auf ihrer Oberfläche ziemlich tiefe, annähernd parallele Furchen, welche etwa halb so breit wie ihre Zwischenräume und von Mitte zu Mitte gegen 1,3 bis 1,5 mm von einander entfernt sind; vielfach sind die durch Querleisten unterbrochen oder durch Vorsprünge ihrer Ränder eingeengt, so dass sie Maschen-artig oder als Reihen von Grübchen erscheinen.

Das Bruchstück des Unterkiefers enthält den vordersten Theil des linken Unterkiefers in einer Länge von 15,5 cm und sitzt mit der Aussenseite fest auf dem Gestein, während die Innenseite frei liegt und vielfach noch die Oberfläche wohl erhalten zeigt.

An der Symphyse ist der Kiefer etwas beschädigt und besitzt oben eine Dicke von 25 mm, läuft aber nach unten in eine ziemlich scharfe, wenn auch etwas abgerundete Kante aus und war am unteren Rande wohl etwas ausgebuchtet; an der hinteren Bruchfläche ist der Unterkiefer unterhalb der Mitte gegen 8 mm dick gewesen und verjüngt sich nach oben zuerst schnell auf etwa 4 mm, nach unten zuerst sehr langsam, später etwas schneller. An dem hinteren Bruchrande ist der Kiefer über 9 cm hoch gewesen; 3 cm weiter nach vorn dürfte er einen zahnartigen Vorsprung nach oben getragen haben, da er auf 1,5 cm Länge beträchtlich verdickt ist. Von dieser Stelle senkt sich sein oberer Rand beträchtlich bis zu 4 cm vom vorderen Ende, so dass er dort nur noch gegen 6 cm hoch ist. An seinen oberen Rand gelangt hier aber eine schräg von hinten-unten kommende, allmählich zunehmende Anschwellung oder Verdickung der Innenseite, und auf dieser Verdickung erhebt sich mit kurzer Aufbiegung, nicht scharf begrenzt, ein Zahn von 4 cm Höhe, dessen hinterer Rand annähernd senkrecht gegen den unteren Rand des Unterkiefers gerichtet ist, während der vordere Rand des Zahnes mit dem hinteren nach oben mit mindestens 30 Grad

konvergirt. Die Innenseite des Zahnes ist flach gewölbt und jedenfalls hinten durch eine abgerundete Kante begrenzt, so dass der Querschnitt des Zahnes dreieckig sein dürfte; sein vorderer Rand ist beschädigt.

Dieses Bruchstück würde nun von den Abbildungen von Dinichthys Hertzeri, D. Terrelli etc. Newberry (Geologische Aufnahmen v. Ohio 1874, I. Band, II. Theil, Taf. 30, Geolog. Survey of Ohio Vol. II, Chart. No. V u. VI und Palaeoz. Fishes N. America. Geol. Survey Monogr. XVI, Taf. 10. 53 etc.) sich jedenfalls wesentlich dadurch unterscheiden, dass der Hauptzahn von der Symphyse etwas weiter entfernt und deutlich rückwärts gerichtet ist, und dass der ganze Unterkiefer nach hinten in ganz anderer Weise an Höhe zunimmt. An Grösse hat er den Nordamerikanischen Exemplaren immerhin schwerlich viel nachgegeben, so dass er gegen 0,5 m lang gewesen sein mag.

Ein gewölbtes Bruchstück einer Platte, 7 cm breit und 4,5 cm lang, läuft auf einer Seite zu einer scharfen Schneide zu, trägt aber innen eine dicke, abgerundete Verstärkungsrippe, welche diagonal liegt und am unteren Ende gleichsam eine Sprosse trug. Vielleicht gehört das Bruchstück zum Schultergürtel.

Die von Kayser l. c. erwähnten und D. Eifeliensis benannten Reste wurden mir auf meine Bitte von der Direktion der Kgl. geologischen Landesanstalt, in deren Sammlung Kayser sie niedergelegt hatte, gütigst zum Vergleich zugesendet.

Das Plattenbruchstück ist bis über 8 mm dick, lässt die Skulptur der Oberfläche nicht erkennen und könnte nach Grösse und Wölbung etwa dem vorderen Theile einer hinteren Bauchplatte angehören, wie sie Newberry (Chart. No. VI, fig. C[1]) abbildete. Bei dem von Kayser als Theil eines Kiefers gedeuteten Bruchstück sitzt der Zahn-artige Höcker ebenfalls auf einer recht starken, anscheinend nach der Innenseite vorspringenden Verdickung, ist sehr merklich nach einer Seite, vermuthlich rückwärts gerichtet und würde somit dem linken Unterkiefer oder dem rechten Oberkiefer angehören müssen. Das erstere halte ich nicht für wahrscheinlich, da der Zahnhöcker von beiden Enden des Bruchstückes je ca. 5 cm entfernt ist, und dessen vordere Innenfläche recht tief eingesenkt ist, also in keiner Weise an das hintere Ende des oben beschriebenen und abgebildeten Bruchstücks des linken Unterkiefers passt, bei welchem der Zahn gegen 13 cm von dem hinteren Ende entfernt ist, so dass die beiden Zähne über 25 cm von einander entfernt sein müssten. Ebenso fraglich ist es aber auch, ob das Bruchstück einem Oberkiefer angehört, zumal da der vor und hinter dem Höcker liegende Rand des Bruchstückes breit abgerundet ist. Jedenfalls hat auch der von Newberry (pl. 34, fig. 1 u. 2) abgebildete „obere Schulterknochen“ einige Aehnlichkeit mit dem fraglichen, fig. 4 verkleinert abgebildeten Bruchstück.

Aus der Winter'schen Sammlung hat das Göttinger Museum auch das Taf. V, fig. 1 a. b abgebildete Exemplar von Gerolstein erhalten, welches ich füglich nicht wagen möchte, einer bestimmten Art oder auch nur Gattung zuzutheilen, obwohl es verhältnissmässig gut erhalten ist, da es die Oberflächen-Skulptur grossentheils gut erkennen lässt, und nur ein kleiner Theil der Spitze der Platte zu fehlen scheint. Wenn es nicht aus Knochensubstanz bestände, könnte man es

allenfalls für die rechte Klappe einer Avicula halten, welche durch Verdrückung auf der oberen Hälfte ihrer hinteren Seite eine sehr starke Wölbung erhalten hätte, so dass der Wirbel sehr spitz erscheint, und der zwischen dem Haupttheil und dem hinteren Flügel liegende Theil der Schale stärker hervortritt; derselbe erscheint glatt wohl nur in Folge von Abnutzung.

Die davor(?) liegende Hälfte der Knochenplatte trägt ziemlich scharfe, durch rundliche Furchen von einander getrennte Kiele, welche von Mitte zu Mitte meistens gegen 1,5 mm entfernt sind und rundliche, ca. 0,5 mm dicke und etwa ebenso weit von einander entfernte Knötchen tragen. Nach vorn (?) vereinigen sich wiederholt je 2 Kiele, so dass ihr Abstand von einander ziemlich derselbe bleibt, wenn sie auch etwas unregelmässiger werden. Eine ähnliche Skulptur scheint auch über der starken, Wirbel-ähnlichen Wölbung vorhanden gewesen zu sein.

Die Knochenplatte ist an der beschädigten Spitze etwa 5 mm dick gewesen, im Uebrigen ist sie schwerlich dicker, und ihr Rand scheint überall ziemlich dünn zu sein.

Dinichthys sp.?

Es sei hier wenigstens erwähnt, dass ich in dem schwarzen Goniatitenkalk von Wildungen ein 5 cm langes Bruchstück einer flach gewölbten, etwa 1,3 mm dicken Platte gesammelt habe, an welcher sich ein 5 cm langer, schwach gekrümmter Fortsatz befindet, so dass das Ganze einige Aehnlichkeit mit dem hinteren Ende der linken hinteren Bauchplatte von Dinichthys besitzt. Bis zu 9 cm lange Bruchstücke ähnlicher dünner, flach gewölbter Platten liegen auf demselben Kalkstück, sowie auch ein 9 cm langes und bis zu 4 cm breites Stück, welches der linken Hälfte des Bauchschildes von Dinichthys angehören könnte. Es enthält fast die Hälfte der rhombischen Centralplatte, welche anscheinend stielartig nach vorn verlängert ist, und von der seitlichen Ecke derselben verläuft eine Naht gerade nach dem etwas umgebogenen Rande des Stückes. Auf einzelnen Platten ist eine feine Skulptur zu erkennen, welche aus eingestochenen Grübchen und flachen, meist noch nicht 1 mm langen Furchen besteht.

Falls diese Stücke wirklich einem Dinichthys angehören, so würde dies jedenfalls eine sehr kleine Form sein, deren Panzer bei 6 bis 7 cm Breite wenig über 16 cm lang gewesen sein dürfte, so dass sie den Namen D. minor verdienen dürfte.

Gattung Anomalichthys v. Koenen.

Anomalichthys scaber v. Koenen.

Tafel V, Figur 2.

Anomalichthys scaber v. Koenen. Placodermen S. 38, Taf. III, fig. 2. 2a.
? Asterolepis Bohemicus Barr. Syst. Silur. Bohême I. Suppl., S. 637, Taf. 29, fig. 9—13.

Vorkommen: Unteres Ober-Devon: Martenberg bei Adorf, Braunau bei Wildungen.

Ausser dem l. c. beschriebenen und abgebildeten Exemplare von Adorf liegt mir jetzt ein wesentlich grösseres und umfangreicheres aus den schwarzen Goniatitenkalken von Wildungen vor, welches sich in der Marburger Sammlung befindet. Dasselbe wird durch ein Gesteinsstück ergänzt, welches den grössten Theil des äusseren Abdruckes enthält und von diesem auf einer Seite noch bis zu 2 cm über den Rand der Hauptplatte hinaus, so dass sich Gestalt und auch Skulptur etc. eines von Bruchflächen begrenzten, trapezförmigen Stückes von 17 bis 22 cm Länge und 18 cm Breite erkennen lassen.

Leider ist die Oberfläche theils angewittert, theils auch an der Gegenplatte haften geblieben, so dass die Schmelzhöcker nur an wenigen Stellen in ganzer Höhe erhalten sind, und die Nähte nur zum Theil deutlich hervortreten, von den Oberflächenfurchen (Seitenlinien) sich aber nicht sicher unterscheiden lassen.

An dem einen Rande, den ich aus später zu erwähnenden Gründen als hinteren Rand ansehe und bezeichne, beträgt die Dicke der Platte bis zu 5 cm, nimmt aber nach beiden Seiten, sowie nach vorn bis auf wenig mehr als 1 cm ab, doch nicht gleichmässig, und vor dem hinteren Rande befindet sich auf der Innenseite eine mit Gestein erfüllte Vertiefung, welches sich leider von der Knochenmasse nicht ablösen lässt. Nach Allem, was ich sonst bei Coccosteus, Aspidichthys etc. gesehen habe, bin ich aber geneigt anzunehmen, dass diese starke, ungleichmässige Verdickung der Knochenmasse durch die Nähe eines Gelenkes bedingt ist und zwar vermuthlich des Gelenkes zwischen Kopf und Rücken. Da ferner das Stück aus einer grösseren Zahl von Platten besteht, so haben wir es wohl mit dem hinteren Theile des Kopfes zu thun. Nach der ganzen Gestalt und Skulptur halte ich es für möglich, dass wir es mit einem wesentlich vollständigeren Bruchstück von Anomalichthys scaber zu thun haben, als mit dem l. c. von mir beschriebenen und abgebildeten, und zwar rührt es von einem etwas grösseren Exemplare her, als dieses. Freilich sind, wie gesagt, die Nähte nicht sämmtlich mit Sicherheit zu erkennen, und es ist dadurch vielleicht zu erklären, dass eine volle Uebereinstimmung darin nicht zu finden ist. Symmetrische Platten oder Nähte sind ebenso wenig vorhanden, als auf jenem, und da die Platten von links nach rechts übergreifen, so ist es, wie schon früher (l. c.) ausgeführt, wohl ein Theil der rechten Kopfseite, welcher weder bis an die Mittellinie des Kopfes,

noch an seinen äusseren Rand, noch bis an die Augenhöhle reicht. Die Gesammtbreite des Kopfes muss daher über 50 cm betragen haben und seine Länge vermuthlich noch viel mehr.

Das Bruchstück von Adorf würde dann im Wesentlichen der rechten Hälfte des Stückes von Wildungen entsprechen. Bei diesem hat die Oberfläche auf dem rechten Drittel eine nicht unbedeutende Einsenkung, welche hinten um ca. 30 Grad gegen das hier ganz flach gewölbte mittlere Drittel geneigt ist, vorn sich dagegen umbiegt und zuletzt verflacht, so dass sie dort fast in derselben Ebene liegt, wie das mittlere Drittel hinten. Dieses geht nach links in eine deutliche, wenn auch flache Wölbung über, nach vorn dagegen in eine breite Einsenkung, welche nach rechts durch eine kurze, starke Wölbung begrenzt wird, nach links durch eine ganz flache.

Die hintere Hälfte des Stückes scheint auf der linken Seite kleinere Schmelzhöcker besessen zu haben, rechts und vorn dagegen grössere, welche meistens gegen 2 mm Durchmesser haben und etwa 1 bis 1,5 mm, rechts vorn aber bis zu 3 mm von einander entfernt sind, öfters auch zu zwei oder mehreren mit einander verbunden; in der Regel sind sie in Reihen angeordnet, welche sich rechtwinklig oder unter ca. 60 Grad kreuzen.

Auffällig und von anderen Placodermen abweichend ist die Theilung eines grossen Theiles unseres Exemplares in verhältnissmässig zahlreiche, geradlinig begrenzte, aber ganz unregelmässig gestaltete Platten, von welchen die hinteren über die vorderen und, mindestens theilweise, die links gelegenen weit über die rechts daneben liegenden schuppenartig überzugreifen scheinen. Besonders deutlich ist dies an der Naht zu erkennen, welche von rechts hinten schräg über die Mitte nach links vorn verläuft, weniger gut an den Zickzacknähten auf dem hinteren Theile des Stückes, nicht sicher bei der Naht, welche ein wenig rechts von der Mittellinie von vorn nach hinten verläuft, und an der engen Furche, welche sich von ihr dicht hinter dem vordersten Viertel in einem spitzen Winkel nach links abzweigt und dem linken Rande des früher von mir beschriebenen und abgebildeten Stückes vom Martenberg bei Adorf entsprechen dürfte.

Unter den beiden tiefen Furchen, welche sich nahe dem linken Rande vorn rechtwinklig treffen, sind Nähte auch nicht mit Sicherheit zu erkennen.

Wenn nun anders Anomalichthys im Bau des Kopfes irgend welche Analogie mit Coccosteus besitzt, so würde diese etwa in der Weise zu finden sein, dass der rechte Rand des Stückes nahe der Mittellinie des Kopfes zu denken wäre, die schuppenförmigen Platten auf dem hinteren Drittel der rechten Seite als Theile des Occipitale, das vor ihnen liegende grosse, anscheinend einheitliche Stück als linkes Centrale, während die unregelmässigen, zahlreichen Platten der linken Hälfte des Stückes den linken Seitenplatten entsprechen könnten, welche noch durch Seitenlinien getheilt erscheinen.

Vielleicht gehören zu derselben Gattung und Art eine Anzahl zum Theil recht grosser, aber verdrückter und zerbrochener Platten, welche in und auf einem Kalkblock von Braunau bei Wildungen aus der Marburger Sammlung liegen

und eine ähnliche Skulptur besessen zu haben scheinen. Da sie aber weder Nähte noch Seitenlinien beziehungsweise Plattengrenzen genügend erkennen lassen, habe ich auf eine Deutung verzichten müssen.

Bei Besprechung der Barrande'schen Coccosteus-Arten habe ich schon darauf hingewiesen, dass sein Asterolepis Bohemicus jedenfalls nicht zu Asterolepis oder Pterichthys gehört, sondern weit eher zu Anomalichthys; ob es dieselbe Art ist, wie A. scaber, muss ich natürlich dahingestellt sein lassen.

Schliesslich möchte ich wenigstens erwähnen, dass Asteroplax scabra Woodward (Ann. Magaz. of Natural History Ser. 6, Vol. VIII, 1891, S. 11, Taf. III) aus dem devonischen Eisenstein Spitzbergens in der Gestalt und Grösse der einzelnen Platten und in dem geraden Verlauf der Nähte recht viel Analogie mit Anomalichthys zeigt, und dasselbe ist auch mit der Skulptur der Beschreibung nach noch mehr der Fall, als nach der Abbildung, da sie beschrieben wird als „rauhe, rundliche Höcker, mehr oder minder verbunden zu ausstrahlenden und zum Theil gegitterten Leisten (ridges)".

Gattung Platyaspis v. Koenen.

Platyaspis tenuis v. Koenen.

Tafel IV, Figur 1 a. b.

Vorkommen: Unteres Ober-Devon: Grube Lahnstein bei Weilburg.

Die Aachener Sammlung besitzt aus den schwarzen Kalken über dem Eisenstein von der Grube Lahnstein bei Weilburg ein bis zu 17 cm Breite und bis zu 18 cm Länge erhaltenes Knochenschild, welches jedoch ringsum nur von Bruchflächen begrenzt und grossentheils stark angewittert ist, so dass Nähte und namentlich auch die Skulptur nur stellenweise zu erkennen sind. Es ist aber augenscheinlich ein medianes Stück, da die Nähte und Furchen symmetrisch liegen, und die Wölbung ziemlich gleichmässig ist, obwohl das Stück doch etwas verdrückt sein dürfte.

Die Wölbung ist ziemlich flach, an den beiden Seiten zuletzt etwas stärker, und am deutlichsten auf beiden Seiten des hinteren Randes des Stückes, von welchem wohl nur ein schmaler Streifen fehlt.

Auf dem hinteren Theile des Schildes in etwa 65 mm Länge sind Nähte und Furchen nicht zu erkennen, dann aber 2 tiefe, symmetrische, 93 mm von einander entfernte Querfurchen, welche, jede nach der betreffenden Seite zu, etwas nach vorn gerichtet sind und nicht mit einer Naht in Verbindung stehen; von ihren inneren Enden läuft je eine ganz ähnliche zuerst gerade nach vorn, biegt sich aber immer mehr nach aussen. Diese sind auf ca. 6 cm Länge erhalten und an ihrem vorderen Ende fast 12 cm von einander entfernt. Nur ca. 4 mm von einer jeden entfernt liegt dort nach aussen je eine zweite, schwächere Furche, welche sich etwas schneller nach hinten und dann nach aussen umbiegt, so dass sie von

den Ecken der ersten Furchen 32 mm entfernt bleibt und sich nahe dem Rande den Querfurchen nur bis auf 17 mm nähert.

In der Mittellinie wird ferner eine Furche oder Naht sichtbar, welche 10 cm vom hinteren Rande sich in 2 Furchen spaltet; diese divergiren nach vorn mit fast 90 Grad, scheinen aber schon 16 mm weiter anzufangen, sich nach vorn zu biegen, doch fehlen hier grössere Theile der Knochenplatte. Nahe dem vorderen Rande dürften sie etwas über 3 cm von einander entfernt und durch eine rückwärts geknickte Furche verbunden sein, um sich dann mit ca. 45 Grad gegen die Mittellinie nach aussen zu richten.

Die Skulptur ist an mehreren kleinen Stellen noch erhalten und besteht aus tiefen, etwa 0,2 bis 0,3 mm breiten Grübchen, welche scharf begrenzt und mehr oder minder deutlich in Längsreihen angeordnet sind und oft zu 2 oder mehreren miteinander zusammenhängen. An einer Stelle entwickeln sich daraus tiefe, mehr oder minder lange, parallele Furchen, während an anderen die Grübchen wenig regelmässig angeordnet sind.

Die Dicke der Knochenplatten scheint überall ziemlich gleichmässig gegen 3 mm zu betragen, doch liegt links hinten darunter, meist durch etwas Gestein davon getrennt, eine zweite Platte, welche am hinteren Rande des Stückes nach innen eine starke Verdickung besitzt, nach rechts und vorn zu aber noch nicht 1 mm dick ist. Ihre Unterseite liegt grossentheils frei und erscheint fein gestreift. Wo sie ausgebrochen ist, zeigt ihr Abdruck eine ähnliche, aber gröbere Skulptur, als die der oberen Platte.

Die Skulptur hat wohl einige Aehnlichkeit mit der, welche Agassiz (Poissons foss. du vieux grès rouge Taf. 31a, fig. 18) für ein Stück seines Chelyophorus Verneuilli abbildet, nicht aber mit der seiner übrigen Stücke. Durch die geringe Dicke des Knochenschildes und zum Theil auch durch die Skulptur scheint sich das Stück aber noch zunächst an Dinichthys Newb. anzuschliessen, doch liegt ein direkter Grund, es zu dieser Gattung zu stellen, nicht vor, und betreffs seiner systematischen Stellung wage ich nicht, eine bestimmte Ansicht auszusprechen.

Gattung Macropetalichthys Norwood und Owen.

Macropetalichthys Agassizi H. v. Meyer sp.

Tafel IV, Figur 3 a. b.

Macropetalichthys Agassizi H. v. M. Newberry in Palaeontologie v. Ohio II, S. 288.

Placothorax Agassizi H. v. Meyer. Palaeontographica I, S. 102, Taf. XII.

Physichthys Hoeninghausi H. v. Meyer. Palaeontographica IV, S. 80, Taf. XV, fig. 1—5.

Vorkommen: Mittel-Devon von Gerolstein.

Ein Exemplar aus der Winter'schen Sammlung ist ein wenig kleiner, als der ursprünglich von H. v. Meyer l. c. beschriebene und abgebildete Steinkern seines

Placothorax Agassizi, enthält aber noch Theile der Knochenplatten und ist am Hinterhaupt wesentlich vollständiger, als jenes, und auch als die amerikanischen, von Newberry beschriebenen und abgebildeten Exemplare von M. Sullivanti, so dass unsere Kenntniss der Gattung Macropetalichthys dadurch in etwas erweitert und zugleich der volle Beweis geliefert wird, dass Placothorax Agassizi und Physichthys Hoeninghausi derselben Art angehören.

Die Hinterhauptplatte (Supraoccipitale) ist 47 mm lang und 37 mm breit; ihre vordere Spitze ist von der linken, allein noch genügend erhaltenen Augenhöhle 25 mm entfernt; diese ist gegen 12 mm lang und 10 mm hoch gewesen und von der Mittellinie etwa 18 mm entfernt, also etwas weiter, als bei H. v. Meyer's Original. In der Gestalt sind ganz ähnlich, wie bei diesem, das Supraoccipitale, der hintere Theil des Ethmoidale und die Frontalia, von welchen das linke grösstentheils erhalten, aber doch auch am äusseren Rande, sowie vorn nach der Mitte zu beschädigt und nicht einmal im Abdruck vollständig vorhanden ist.

Auf beiden Seiten des Supraoccipitale liegen aber zunächst je 2 hinten spitz auslaufende, dreieckige, durch Nähte verbundene Platten, welche dem Parietale und Squamosum Newberry's entsprechen (siehe dessen schematische Abbildung l. c. S. 292) und in ihrer Mitte über 2 mm Dicke erreichen, während die übrigen Platten anscheinend nur etwa 1 mm dick sind. An der Aussenseite der Squamosa sind endlich noch Theile der Epiotica erhalten.

Das Supraoccipitale ist verhältnissmässig weit breiter, und die Naht, welche das Parietale und das Squamosum von vorn begrenzt, ist jedenfalls weit schräger nach vorn gerichtet, als bei M. Sullivanti.

Das Supraoccipitale endigt aber hinten nicht, wie die erste Abbildung von H. v. Meyer und die von Newberry dies zeigen, mit einem einfachen Rande, sondern fällt, ähnlich wie bei der Abbildung von Physichthys Hoeninghausi, hinten auf dem vorliegenden Steinkern an einer stumpfen, ein wenig abgerundeten Kante unter einem Winkel von durchschnittlich etwa 120 Grad ab, in der Mittellinie auf eine Länge von 18 mm. Ueber dieser Kante hat das Supraoccipitale eine stumpfe Mittelkante von ca. 150 Grad, so dass die nahezu 15 mm langen oberen Ränder des hinteren Abfalles einen Winkel von ca. 140 Grad bilden und mit zwei unten auf dem Abfall liegenden stumpfen Kanten von je 18 mm Länge ein symmetrisches Viereck begrenzen.

Auf dieser Fläche ist der Steinkern in der Mitte ein klein wenig eingesenkt, nach beiden Seiten ein wenig gewölbt, und darunter folgt auf beiden Seiten eine dreieckige, gleichschenklige, tief eingesenkte Fläche, deren Spitze von der Basis etwa 7 mm entfernt und nach unten-aussen gerichtet ist; sie entspricht zwei schrägen, starken, inneren Verdickungen des Occipitale an seinen unteren Rändern. Auf dem hinteren Abfall des Occipitale sind, von seiner Mittellinie je 2—3 mm entfernt, zwei dünne Knochenleisten im Querschnitt sichtbar, welche augenscheinlich in die Schädelhöhle hineinragten, oben etwas divergiren und noch etwa 5 mm über die obere Kante des Abfalles hinausreichen. Von H. v. Meyer wurden diese Leisten anscheinend übersehen, und Newberry's Abbildung (Taf. 38, f. 1) der

Innenseite des Schädels zeigt nichts derartiges, während sich auf dem Steinkern der folgenden Art an gleicher Stelle tiefe Einschnitte finden. Auf beiden Seiten des Abfalles sind endlich im Abdruck noch Reste von Knochenplatten zu erkennen, mit dem Abfall selbst durch Nähte verbunden, welche Fortsetzungen der Nähte zwischen den Parietalien und dem Occipitale sind.

Poren-Reihen werden auf den Nähten stets nur an solchen Stellen sichtbar, wo die Knochenplatten angewittert oder abgerieben, beziehungsweise ihrer Oberfläche beraubt sind. Wo diese erhalten ist, auf beiden Seiten des Hinterhauptes, unterhalb des linken Auges und auf einem Theile des Ethmoidale, trägt sie zum Theil ziemlich gedrängte Schmelzhöcker, welche von Mitte zu Mitte etwa 1 mm bis 1,2 mm von einander entfernt sind; in ihren Zwischenräumen werden Grübchen begrenzt durch verhältnissmässig breite, flache, rundliche, in radialen Richtungen verlaufende Leisten.

Wo die oberste Schicht der Platten fehlt, wird eine ebenfalls schmelzartige Lage sichtbar mit zahlreichen tiefen Löchern, welche vielfach seitlich mit einander verbunden sind und öfters fast Mäander-artige Linien bilden.

Auf der Unterseite ist von Knochentheilen, wie sie H. v. Meyer l. c. von seinem Physichthys Hoeninghausi abbildet, nichts erhalten.

Die Originale H. von Meyer's befinden sich jetzt, wie A. Smith Woodward mittheilt, in dem Museum of Comparative Zoology in Cambridge (Massachusets).

Newberry und Zittel stellten die Gattung Macropetalichthys zu den Spatulariden, doch besitzt sie im Bau des Schädeldaches mit manchen Placodermen, namentlich mit Homosteus, recht grosse Analogie.

Macropetalichthys Prümiensis Kayser.

Tafel V, Figur 3.

Macropetalichthys Prümiensis Kayser. Zeitschr. Deutsch. geol. Ges. XXXII, 1880, S. 678.

Vorkommen: Oberstes Unter-Devon: Prüm (Eifel).

Das von Kayser kurz beschriebene und benannte Exemplar besteht aus dem äusseren und inneren Abdruck des grössten Theiles des Schädeldaches und befindet sich in der Sammlung der Geologischen Landesanstalt zu Berlin. Der äussere Abdruck hat dem inneren seine Skulptur gleichsam aufgeprägt, doch hat dieselbe hierdurch an Schärfe wohl nicht unerheblich verloren, auch mag sie von dem nur mässig feinkörnigen Sandstein auch ursprünglich nur unvollkommen von dem Schädeldach aufgenommen worden sein.

Es fehlt die Hälfte der rechten Seite, das vorderste Ende und die hintere Wand des Schädeldaches, und das Exemplar ist immerhin ein wenig verdrückt gewesen; die Länge beträgt 101 mm und die Breite hat gegen 65 mm betragen. Das mittlere Occipitale ist 50 mm lang und etwa 30 mm breit, hat an beiden

Seiten flache Einsenkungen und in der Mitte vorn eine stärkere Wölbung, welche nach hinten in eine ganz abgerundete Kante und auf dem hintersten Drittel in eine scharf begrenzte, 6 mm breite, über 2 mm hohe, oben abgerundete Erhöhung übergeht. In Folge dessen ist die Schädeldecke, welche durchschnittlich mässig gewölbt ist, an den Seiten hinten nur ganz flach gewölbt, nach vorn stärker, und eine stärkere Wölbung bildet sich namentlich nach den Augenhöhlen zu aus, während in der Mitte dafür eine flache Einsenkung erscheint.

Das Ethmoideum ist gegen 55 mm lang und vorn nur 18 mm breit, und seine Seitenränder treffen sich hinten unter einem Winkel von 20 Grad; augenscheinlich wurden sie von Doppelnähten begrenzt, ebenso wie das Occipitale und das Frontale wenigstens hinten.

Die Augenhöhlen sind je 15 mm lang und 10 mm breit und 28 mm von einander entfernt. Das Parietale, Squamosum und Epioticum (nach Newberry's Deutung) sind auf der linken Seite erhalten, aber wenig deutlich von einander getrennt. Der Steinkern zeigt am hinteren Rande des Occipitale zwei breite, tiefe Einschnitte, welche von zwei nach innen vorspringenden Leisten herrühren, nach vorn schmal werden, etwas divergiren, dann der Naht zwischen Squamosum und Epioticum etwa bis zur Mitte ihrer Länge folgen und sich dann unter einem Winkel von ca. 120 Grad nach vorn wenden, um 10 mm weiterhin zu verschwinden.

Das Frontale ist 28 mm breit und anscheinend nicht in der Weise von dem Praefontale durch eine Quernaht getrennt, wie sie Newberry (Palaeozoic Fishes of N. America S. 43) abbildete. Dagegen scheint das 12 mm breite Postorbitale durch eine Schuppennaht in zwei Theile getheilt zu sein.

Die Skulptur besteht aus Höcker tragenden Rippen, welche den Plattenrändern annähernd parallel laufen und etwa 1 mm bis 1,3 mm von Mitte zu Mitte von einander entfernt sind, besonders in der Nähe der Ecke zwischen dem Occipitale, Frontale und Parietale sich aber vielfach spalten oder vereinigen und mannigfaltige Krümmungen zeigen. Die Höcker sind nur theilweise im Abdruck zu erkennen und scheinen von Mitte zu Mitte etwa 1 mm bis 1,5 mm von einander entfernt gewesen zu sein.

Durch die geringere Breite des Occipitale und des Ethmoideum, sowie durch die ganze Gestalt und Skulptur unterscheidet sich M. Prümiensis jedenfalls recht bedeutend sowohl von M. Agassizi, als auch von M. Sullivanti Newb.

Es sei hier nur erwähnt, dass Newberry (l. c. S. 44) irrthümlich angiebt, dass ich unsere Art in devonischen Schichten bei Göttingen gefunden hätte.

Gattung Holopetalichthys v. Koenen.

Holopetalichthys Novaki v. Koenen.

Tafel IV, Figur 2 a. b.

Vorkommen: Unter-Devon: F-Kalk bei Konieprus bei Beraun.

Das abgebildete Exemplar ist das einzige, mir bekannte seiner Art, gehört dem geologischen Museum der Prager Universität und wurde mir von Herrn Pro-

fessor Novak kurz vor seinem frühzeitigen Dahinscheiden zur Beschreibung übersendet. Es ist augenscheinlich der Steinkern des grössten Theiles des Schädeldaches, welches bei 27,5 mm grösster Breite eine Länge von 43 mm hat, und dessen Querschnitt annähernd einen Kreisbogen von ca. 108 Grad beschreibt. Die rechte Seite scheint durch Nähte begrenzt zu sein, indem hier die seitlichen Kopfplatten und das Infraorbitale (Maxillare) fehlen, auf der linken Seite fehlen auch Theile des Randes des Schädeldaches selbst.

In der Mitte läuft das Kopfschild hinten in eine ziemlich scharfe Spitze aus, an beiden Seiten in abgerundete Ecken, welche je ca. 2 mm weiter nach hinten verlängert sind, als die mittlere Spitze, und von dieser durch je eine Einbuchtung des hinteren Randes getrennt werden, die annähernd einem Sechstel-Kreis entspricht. Da eine enge, tiefe Rinne an dem hinteren Rande verläuft, so ist das Kopfschild hier mit einer nach innen vorspringenden Leiste versehen gewesen. Von den seitlichen Ecken des hinteren Randes verläuft der Seitenrand auf ca. 27 mm Länge im Ganzen ziemlich gerade nach vorn, doch mit einer schwachen Einbuchtung auf den hintersten 10 mm, welche auch von einer nach innen vorspringenden Leiste begleitet wird, und auf den vordersten 2 mm mit einer geringen Aufbiegung, an deren Anfang eine tiefe Rinne (der Abdruck einer nach innen vorspringenden Leiste) nach oben, schwach nach vorn gerichtet, auf 7 mm Länge verläuft, indem sie nach oben breiter wird und zuletzt bei starker Vorbiegung und Verbreiterung sich ganz verflacht.

Die vordere Hälfte der Seitenränder des Schädeldaches zieht sich mit ca. 10 Grad gegen die hintere in die Höhe, beginnt aber mit einer 8 mm langen, fast halbkreisförmigen Aufbiegung, welche ohne Zweifel den oberen Rand der Augenhöhle bildete und fast bis an die Rückenfläche sich erhebt, deren Wölbung hier merklich schwächer ist. Vom vorderen Ende dieser Augenhöhlen läuft der Seitenrand des Stückes 12 mm in gerader Linie nach vorn bis zu einer abgerundeten Ecke, deren Aussenseiten 12 mm von einander entfernt sind. Zwischen beiden in der Mitte liegt eine vordere, ziemlich stumpfe Spitze, welche von ihnen durch je eine fast halbkreisförmige Einbuchtung des Randes getrennt wird.

Von den Aussenseiten dieses Vorderrandes des Kopfschildes laufen je 2 tiefe, enge, je 1 mm von einander entfernte Rinnen (nach innen vorspringende, dünne Leisten) nach hinten, zuerst schwach, später stärker konvergirend, so dass sie sich 22 resp. 23 mm vom vorderen Rande unter einem Winkel von ca. 70 Grad treffen und eine vordere Mittelplatte des Schädeldaches begrenzen, auf welcher, 15 mm von vorn entfernt, ein ziemlich tiefer, 1 mm breiter Eindruck (Verdickung nach innen) liegt. Derselbe biegt sich nach beiden Seiten recht stark vor und verflacht sich zugleich, so dass sein hinterer Rand einen Bogen von mehr als 120 Grad beschreibt mit einer Sehne von ca. 7 mm Länge. Dicht vor dieser Vertiefung liegt eine kleine Erhöhung des Steinkernes in Form eines niedrigen, abgestumpften Kegels, welcher einen kleinen Vorsprung nach vorn und oben von reichlich 1 mm Durchmesser hat, so dass die Platte hier verdünnt oder gar durchbrochen war, vermuthlich entsprechend der Lage des Parietal-Organs.

Von der hinteren Spitze der vorderen Mittelplatte laufen zwei flache Einsenkungen, mit 55 Grad divergirend, symmetrisch nach hinten, gehen 8 mm weiter hinten in tiefe Furchen über und biegen sich 2 mm weiter allmählich nach der betreffenden Seite um, so dass sie dann eine jede einen Viertelkreis von fast 9 mm Radius beschreiben und den Seitenrand des Kopfschildes 12 mm vor seinem hinteren Ende erreichen. Auf den äusseren, ca. 8 mm langen Theilen spalten diese Furchen sich in je 2 ganz enge, knapp 1 mm von einander entfernte, tiefe Rinnen, und in der Tangente der hinteren Rinnen verläuft je eine flache, wenig deutliche Einsenkung nach der hinteren Spitze des Kopfschildes, gleichfalls als Tangente der neben dieser liegenden hinteren Einbuchtung. Falls diese Einsenkungen Plattengrenzen sind, würde hierdurch eine deltoidförmige Occipitalplatte abgegrenzt werden; in der Mittellinie derselben liegt 8 mm von der hinteren Ecke eine rundliche Einsenkung, welche fast 2 mm Durchmesser hat.

Ueber den Augenhöhlen liegt, fast Augenlid-artig, eine Anschwellung und darüber eine enge, tiefe Rinne, welche sehr schräg unter den oberen Theil des Schädeldaches untergreift und von dem hintersten Ende der Augenhöhlen nur etwa 1 mm entfernt ist, dann aber in weiterem Bogen mehr nach oben verläuft und von der Augenhöhle bei Anfang ihres vorderen Drittels etwa 3 mm entfernt ist, sich ihr aber in kürzerem Bogen dann wieder nähert, bis zu ihrem vorderen Ende bis auf 1 mm.

Auf dem Steinkern finden sich zahlreiche Eindrücke und kleine, gleichsam eingestochene, tiefe Löcher, diese hauptsächlich auf den hintersten Platten; nicht selten sind die Löcher durch unregelmässig gekrümmte Furchen verbunden, doch sind solche, bald ganz flach, bald tiefer, auch da vorhanden, wo Löcher fehlen oder doch seltener sind, besonders zahlreich auf der vordersten Kopfplatte und zunächst hinter derselben.

In der Gestalt ist das Schädeldach nun den Coccosteus- oder Brachydeirus-Arten nicht unähnlich, wenn auch die Augenhöhlen etwas weiter nach hinten liegen, und es ist daher ganz wahrscheinlich, dass ähnliche Infraorbitalia (maxillaria) die Augenhöhlen von unten begrenzt haben, wie bei Coccosteus inflatus etc., und vielleicht war auch ein Rückenschild vorhanden, welches mit dem Kopfschilde an den Seitenecken des hinteren Randes durch Gelenke verbunden gewesen sein könnte.

Die Anordnung und Zahl der Kopfplatten ist aber gänzlich verschieden von der der Gattung Coccosteus, so dass das Exemplar von Konieprus jedenfalls einer anderen Gattung zugerechnet werden muss.

In der Anordnung und geringen Zahl der Platten zeigt andererseits das Stück einige Aehnlichkeit mit Macropetalichthys, doch ist diese Aehnlichkeit viel zu gering, als dass es füglich zu dieser Gattung gerechnet werden könnte, und ich sehe mich daher genöthigt, eine neue Gattung dafür aufzustellen, so unvollständig ich sie auch vorläufig charakterisiren kann.

Gattung Holoptychius Agassiz.

Holoptychius Kayseri v. Koenen.

Tafel II, Figur 1.

Vorkommen: Unteres Ober-Devon bei Müllenborn bei Gerolstein.

In den kalkigen Schiefern des unteren Oberdevon fand ich in einem kleinen Steinbruch südwestlich von dem Bahnhofe Müllenborn ausser ein paar wohl erhaltenen Schuppen eine Anzahl etwas verdrückter, aus ihrem Zusammenhange gelöster Kopfknochen.

Die Schuppen haben bis über 13 mm Durchmesser und sind abgerundet-viereckig, doch mit einer Einbuchtung an der vorderen Seite. An dieser liegt ein schmaler, mit gewölbten Knötchen bedeckter Streifen, welcher an der einen, etwas längeren Seite spitz ausläuft, an der anderen gegen 2,5 mm breit wird. Die Knötchen sind meist länglich, oft auf einer Seite spitz und mit ihrer längeren Axe steil gegen den Vorderrand der Schuppe gerichtet; wo der Streifen jedoch breiter wird, sind auf seiner hinteren Hälfte die Knötchen quergestellt.

Der Rest der Schuppe ist mit erhabenen, gewölbten Rippen bedeckt, welche durchschnittlich 0,2 mm breit und nur etwa 1 mm lang sind, ausnahmsweise aber auch 2 oder selbst 3 mm lang und, meist etwas gekrümmt, gewöhnlich zwischen den Enden zweier anderer Rippen aufhören. Vorn und an der längeren Seite sind sie ziemlich gedrängt, erhalten aber nach hinten und der anderen Seite zu allmählich breitere, zuletzt oft doppelt so breite Zwischenräume. Dahinter folgt anscheinend noch eine glatte Fläche, doch ist dies nicht mit Sicherheit zu erkennen.

Die Skulptur der Kopfknochen besteht meist aus langen, zuweilen sich spaltenden, abgeplatteten Streifen, welche durch schmale Furchen getrennt werden und durchschnittlich etwa 0,3 mm breit sind; an einzelnen Stellen werden die Streifen aber auch kürzer und unregelmässiger und gleichen dann einigermassen denen auf den Schuppen. Einige zertrümmerte Platten, die vielleicht als Schuppen anzusehen sind, sind aber ganz mit Knötchen bedeckt, wie solche oben von dem vorderen Rande der Schuppen beschrieben wurden.

Die beiden symmetrischen Knochen auf der Abbildung rechts unten sind wohl als Clavicula anzusehen, und die darüber liegenden dürften zum hinteren Theile des Kopfes gehören, doch enthalte ich mich einer specielleren Deutung derselben, da mir hierzu genügende Anhaltspunkte fehlen.

Die Skulptur der Schuppen scheint einige Aehnlichkeit mit der mancher Holoptychius-Arten, wie H. Flemingi Agass. (Poiss. foss. du vieux grès rouge Taf. 22, fig. 1) zu haben, unterscheidet sich aber von dieser Art sowohl, als auch von den übrigen, namentlich auch von denen des belgischen Devons, welche Lohest (Ann. Soc. Geol. de Belg. XV, 1888, S. 112, Taf. I—XI) beschrieb und abbildete, so bedeutend, dass es fraglich erscheint, ob unser Exemplar noch zu Holoptychius gerechnet werden kann. Zu dieser Gattung stelle ich es jedoch

immerhin, da ich es vermeiden möchte, lediglich auf die Skulptur der Schuppen hin eine neue Gattung aufzustellen.

Gattung Glyptolepis Agassiz.

Glyptolepis Traquairi v. Koenen.

Tafel II, Figur 4 a. b. c.

Vorkommen: Unteres Ober-Devon: Braunau bei Wildungen.

In einer Geode der schwarzen Goniatitenkalke fand ich bei Braunau einen verdrückten Kopf von ca. 65 mm Länge und hinter demselben im Gestein liegend eine grosse Anzahl allerdings grossentheils ungenügend erhaltener, mehr oder minder rundlicher Schuppen von ca. 4 mm Durchmesser. Diese lassen auf ihrer etwas kleineren vorderen Hälfte sowie auf ihrer Unterseite flache, dem Rande parallele Falten erkennen, auf der hinteren Hälfte dagegen sehr feine, kaum 0,05 mm beite Streifen, welche grösstentheils parallel nach dem hinteren Rande verlaufen, gelegentlich aber sich auch spalten oder zu zweien vereinigen; nur in der Nähe des etwas vor dem Centrum liegenden Mittelpunktes und an beiden Seiten ist ein stärkeres Divergiren der Streifen zu erkennen.

Von den einzelnen Knochen des Kopfes sind an beiden Seiten die Unterkiefer bis zu 47 mm lang erhalten mit den feinen, gedrängten, gegen 0,5 mm breiten Randzähnchen. Auf der Gegenplatte sind aber auch 5 grössere, spitze, gekrümmte Zähne zu erkennen, welche an ihrer Basis je etwa 1 mm dick und 2 mm von einander entfernt sind.

An dem hinteren Ende der Kiefer liegen, nur theilweise erhalten, die Opercula, Subopercula und, mehr in der Mitte, eine seitliche Kehlplatte, während die 2 langen Platten in der Mitte des Ganzen wohl die Hauptkehlplatten sind.

Die mir vorliegenden englischen Exemplaren von Glyptolepis sind leider zu ungünstig erhalten, um eine genauere Vergleichung zu gestatten. In der Grösse stimmen die Schuppen des Wildunger Stückes etwa mit denen von G. mikrolepidotus Ag. überein, während ihre Skulptur noch am meisten derjenigen gleicht, welche Agassiz (Poiss. foss. du vieux grès rouge Taf. 31a, f. 24a) von Glyptolepis leptopterus abbildet.

Gattung Rhizodopsis Huxley (em. Traquair).

Rhizodopsis dispersa v. Koenen.

Tafel II, Figur 2 a. b.

In den dunkelen, kalkigen Thonschiefern des unteren Oberdevons in einem kleinen Steinbruche nahe dem Bahnhofe Müllenborn bei Gerolstein fand ich ein niedrig-kegelförmiges, wenn auch etwas gewölbtes Knochenschild von 24 mm Länge

und 15 mm Breite, dessen Rand auf der einen Seite, zwischen den stumpfen Spitzen oben und unten, mässig stark gekrümmt ist, am deutlichsten in der Mitte, auf der anderen Seite aber unten eine ziemlich tiefe Einbuchtung und oben einen recht starken Vorsprung besitzt. Dieser ist oben ziemlich stark gekrümmt und unten durch eine stumpfe, abgerundete Ecke von der Einbuchtung getrennt. Die Höhe beträgt etwa 3 mm. Oben ist die Schuppe abgeflacht, freilich wohl zum Theil in Folge von Verdrückung und Abnutzung, und von dem Mittelpunkt verläuft nach allen Vorsprüngen des Randes je eine mehr oder minder stumpfe, aber ganz abgerundete Kante, nach den Einbuchtungen dagegen flache Einsenkungen. Eine verhältnissmässig starke Einsenkung neben der unteren Kante könnte von einer Beschädigung herrühren. Dazu kommt eine deutliche Radial-Skulptur, welche auf der oberen Hälfte der gleichmässiger gekrümmten Seite ziemlich fein und zum Theil Falten-artig ist, auf den übrigen drei Vierteln der Schuppe aber aus flachen, dichotomirenden, mit Knötchen verzierten Rippchen besteht. Diese sind von Mitte zu Mitte durchschnittlich 0,6 mm bis 0,7 mm von einander entfernt, und die Knötchen sind in Reihen parallel dem Rande angeordnet, welche etwa 0,7 mm bis 1 mm von einander entfernt sind und besonders auf dem erwähnten Vorsprunge auf flachen, dem Rande parallelen Rippen zu liegen scheinen. Auf der Mitte der Knötchen befindet sich meistens je ein kleines, glänzendes Schmelzhöckerchen.

Mit Hülfe einer scharfen Loupe erkennt man aber auch, dass die Oberfläche mit dicht gedrängten Körnchen bedeckt ist. Die Skulptur gleicht also einigermassen der von Actinolepis tuberculatus Agassiz, sowie von Rhizodus Hibberti Roemer (Zeitschr. Deutsch. geol. Ges. XVI, S. 272, Taf. VI, f. 2 u. 5), während die Gestalt doch wesentlich abweicht, so dass ich es zuerst dahin gestellt lassen wollte, ob das Knochenschild von Müllenborn etwa einer jener Arten oder Gattungen angehörte.

Die Gattung Actinolepis Ag. wird nun zwar noch neuerdings von Zittel (Handbuch der Paläontologie III, S. 153) zu Pterichthys gestellt; indessen habe ich die Ueberzeugung nicht gewinnen können, dass alle von Agassiz (Poiss. foss. vieux grès rouge Taf. 31, f. 15—18) als A. tuberculatus abgebildete Stücke, sowie das meinige zu Pterichthys gehören, und die mit meinem Stück vergleichbaren Abbildungen Roemer's führt A. Smith Woodward (Catalogue of Fossil Fishes Brit. Mus. S. 357, Taf. XVI, f. 3) als Rhizodopsis robusta n. sp. auf. Zu dieser Gattung stelle ich denn auch das Stück von Müllenborn, wenn auch mit dem nöthigen Vorbehalt.

Gattung Rhizodus Owen.

? Rhizodus sp.

Vorkommen: Mittel-Devon, Crinoidenschichten: Mühlenberg bei Gerolstein.

In einem Kalkstück der Aachener Sammlung stecken eine Anzahl Knochenplatten, von welchen eine mit der Oberfläche frei liegt und die Skulptur zum

Theil gut erhalten zeigt. Sie hat noch gegen 5 cm im Durchmesser, wird aber fast überall von Bruchrändern begrenzt; nur auf 3 cm Länge scheint der Rand der Platte vorhanden zu sein, welcher stark eingebuchtet ist. Die Platte ist etwas verdrückt und war ursprünglich wohl flach gewölbt. Die Skulptur besteht aus mässig hohen, abgerundeten Rippen, welche von Mitte zu Mitte meist 1 bis 1,5 mm von einander entfernt sind und an der konvexen Bruchfläche dieser zum Theil und stellenweise parallel laufen, so dass diese wohl dem Plattenrand ziemlich nahe und parallel liegt. Daneben sind aber die Rippen öfters gekrümmt und vereinigen oder trennen sich, so dass hierdurch die Skulptur zum Theil Ader-artig erscheint. Noch mehr ist dies in grösserer Entfernung von dem konvexen Rande der Fall, und an dem eingebuchteten Tafelrande sind die Rippen sehr dick und tragen rundliche Höcker, und zwischen ihnen liegen enge, tiefe Grübchen.

Diese Skulptur hat zum Theil eine gewisse Aehnlichkeit mit der auf der Abbildung des Operculum von Rhizodus ornatus Traquair bei A. Smith Woodward (Catal. of Foss. Fishes Brit. Museum II, Taf. XII, f. 5), doch nicht genug, um eine Identität der Arten auch nur wahrscheinlich zu machen, und selbst die Gattung lässt sich aus der Skulptur nicht wohl bestimmen. Jedenfalls dürfte die Platte der hinteren Seite des Kopfes angehören, ohne eine sichere Deutung zu gestatten.

Gattung Osteolepis Agassiz.

Osteolepis Holzapfeli v. Koenen.

Tafel II, Figur 3 a. b.

Vorkommen: Mittel-Devon von Gerolstein. (Aachener Sammlung.)

Aus der Aachener Sammlung schickte mir Herr Holzapfel freundlichst einen verdrückten Kopf aus den oberen Calceola-Schichten von Gees bei Gerolstein und ein Kalkstück aus den Calceola-Schichten von Gerolstein, 4 cm im Durchmesser, ganz erfüllt von theilweise wohl erhaltenen Schuppen. Diese letzteren haben bis zu 5 mm : 6 mm Durchmesser, die abgebildete 4 mm : 5 mm, und sind trapezförmig bis unregelmässig-viereckig. Die glänzende Oberfläche lässt fast schon ohne Loupe die feinen, eingestochenen Grübchen erkennen, welche etwa 0,2 mm von einander entfernt sind. Die Unterseite ist anscheinend glatt. Die Oberfläche ist nicht ganz eben und senkt sich auf dem hintersten und dem untersten Viertel nicht unerheblich. An diesen beiden Seiten sind aber dicht neben mehreren Schuppen kleine, unregelmässige, meist längliche Körper von gleichem Aussehen und gleicher Farbe, sowie in gleicher Höhe wie ihr Rand vorhanden, welche augenscheinlich noch zu derselben Schuppe gehören und gewissermassen nur durch tiefe Furchen von der Hauptschuppe getrennt sind, so dass diese nach beiden Richtungen dadurch um 0,5 bis fast 1 mm vergrössert wird.

An dem Kopfe befinden sich hinten eine Anzahl verdrückter, glänzender Schuppen mit ganz ähnlichen eingestochenen Grübchen, scheinen aber mindestens

zum Theil um die Hälfte grösser zu sein. Von den Kopfknochen liegen die Branchiostegalplatten nebst den Unterkiefern von unten in einer Länge von 5 cm frei, sind aber grossentheils stark angewittert und keineswegs vollständig; namentlich fehlt ihr vorderes Ende nebst dem Gesteinsstück, auf dem es sitzen müsste. Auf der Bruchfläche ist ein Kiefer-Stück mit einigen kleinen Zähnen sichtbar.

Zwischen den beiden breit auseinander gedrückten Branchiostegalplatten stecken in einem dicken Klumpen eine Anzahl Knochen, welche nur im Querbruch sichtbar sind und dem mittleren Theile des Kopfes angehören dürften.

Ob die beschriebenen beiden Exemplare ein und derselben Art angehören, ist durchaus zweifelhaft, doch möchte ich die eigenthümlichen Schuppen wenigstens mit einem Namen belegen, da sie von den mir sonst bekannten wesentlich abzuweichen scheinen.

Gattung Glyptopomus Agassiz.

Glyptopomus? sp.

Tafel II, Figur 7.

Vorkommen: Unteres Ober-Devon: Braunau bei Wildungen, ? Bicken.

Ausser Bruchstücken von Kiefern mit spitzen Zähnen von Bicken und Braunau bei Wildungen habe ich von dem letzteren Fundorte den abgebildeten Unterkiefer, welcher vorn und hinten etwas beschädigt ist, vollständig aber über 10 cm lang gewesen ist; auch sein oberer Rand ist auf der vorderen Hälfte beschädigt, doch ist derselbe bis zum hintersten Viertel augenscheinlich ziemlich gerade gewesen und trägt auf seiner äusseren Kante zahlreiche kleine, gedrängte Zähnchen, welche an ihrer Basis gegen 0,5 mm dick sind. An solchen Stellen, wo der äussere Rand abgesprungen ist, werden auch spitze, gegen 4 mm lange, grössere Zähne sichtbar, welche fein gestreift und etwas einwärts gekrümmt sind, an ihrer Basis gegen 1,5 mm Durchmesser haben und gegen 3 mm von einander entfernt sind; die Pulpa reicht allermindestens bis zur Mitte der Länge hinauf. Die Zahnsubstanz ist ziemlich mürbe, fast Kohle-artig und lässt selbst bei mikroskopischer Untersuchung eines Dünnschliffes keinerlei Struktur erkennen. Es war für mich dies freilich nicht unerwartet, da selbst unsere Platten von Coccosteus unter dem Mikroskop eine feinere Struktur nicht erkennen lassen. Das hinterste Viertel steigt mit fast 40 Grad und trägt mindestens auf seinem 5 mm langen vordersten Theile ebenfalls Zähnchen. Das mittelste Drittel des Kiefers ist 16 bis 18 mm hoch, auf dem vordersten hebt sich der untere Rand allmählich, und wesentlich schneller ist dies auf dem hintersten Sechstel der Fall.

Von einer Skulptur ist auf der Oberfläche des Kiefers nur an einer Stelle etwas zu erkennen, nämlich flache Schmelzhöcker von ca. 0,6 mm Durchmesser, welche sich grösstentheils nicht gut vom Gestein abgelöst haben, aber ziemlich gedrängt zu stehen scheinen.

Die längeren Zähne sind nun zwar fast nur auf Querbrüchen zu sehen, haben aber einen rundlichen Querschnitt und dürften zunächst mit den von Agassiz als Dendrodus und Cricodus beschriebenen Formen vergleichbar sein, und die wenig deutliche Skulptur der Oberfläche des Kiefers gleicht einigermassen der von Cricodus Agassizi Lohest (Poissons Terr. Paléoz. Belgique, Mém. Soc. Géol. de Belg. t. XV, 1888, p. 120, Taf. VIII, f. 1). Von dieser Art weicht unser Exemplar jedoch schon durch die Gestalt des Kiefers bedeutend ab, und die Pulpa scheint doch nicht so lang zu sein, als dies bei Cricodus der Fall sein soll.

Da nun aber von der Struktur der Zähne keine Spur erhalten ist, und da Traquair (Geol. Magaz. 1888, S. 513 und 1889. S. 490) sich dahin ausgesprochen hat, dass die mit den Namen Dendrodus und Lamnodus bezeichneten Zähne zu Holoptychius und Glyptolepis gehören, die Familien der „Holoptychiden" und der „Dendrodontiden" somit zusammenfallen, so scheint es mir richtiger, die oberdevonischen norddeutschen Kiefer in erster Linie nach ihrer Gestalt und der Stellung und Grösse der Zähne zu vergleichen, und darin dürften sie der Gattung Glyptolaemus Huxley (Mem. Geolog. Survey United Kingdom Dec. X, London 1861, S. 1, fig. 1) mit am nächsten stehen, soweit sich dies ohne direkten Vergleich von Exemplaren beurtheilen lässt. Glyptolaemus Kinnairdi Huxley und Platygnathus minor Agass. wurden aber von A. Smith Woodward mit der Gattung Glyptopomus Ag. vereinigt und zu den Osteolepidae gestellt.

Die vorstehend beschriebenen, beziehentlich erwähnten Fischreste unseres Devons sind nun in diesem sehr ungleichmässig vertheilt.

Aus dem untersten Unterdevon, den Hundsrückschiefern von Bundenbach, konnte ich nur recht zweifelhafte Reste von Asterolepis (Pterichthys) anführen; aus dem oberen Unterdevon von Prüm stammt Megapetalichthys Prümiensis Kayser und Acanthaspis Prümiensis Traquair. Coccosteus Hercynius H. v. Meyer fand sich in den unteren Wissenbacher Schiefern des Oberharzes, Holopetalichthys Novaki v. Koenen in dem F-Kalk von Konieprus, die von Barrande als Coccosteus primus, C. Agassizi und C. Fritschi beschriebenen Bruchstücke in den F- und G-Kalken Böhmens, Dinichthys Eifeliensis Kayser, Macropetalichthys Agassizi H. v. Meyer, Rhizodus sp., Osteolepis Holzapfeli v. Koenen, Rhizodus? sp. und Asterolepis rhenanus Beyr. im unteren Mitteldevon bei Gerolstein, letztere Art anscheinend auch im oberen Mitteldevon bei Paffrath.

Das untere Oberdevon von Büdesheim und Müllenborn bei Gerolstein lieferte Ctenacanthus erectus v. Koenen, Holoptychius? Kayseri v. Koenen und Rhizodopsis dispersa v. Koenen, und die gleichaltrigen Kalke von Bicken bei Herborn, von Weilburg, von Wildungen, von Bredelar und vom Martenberg bei Adorf lieferten Coccosteus inflatus, C. Bickensis, C. bidorsatus v. Koenen, Brachydeirus carinatus v. Koenen, Aspidichthys ingens v. Koenen, Dinichthys? minor v. K., Anomalichthys scaber v. Koenen, Platyaspis tenuis v. Koenen, Glyptolepis Traquairi v. Koenen und Glyptopomus? sp.

Wenn hiernach eine weit grössere Zahl von Arten der verschiedensten Gattungen aufgeführt werden konnte, als bisher beschrieben war, so wird doch zuverlässig anzunehmen sein, dass hiermit immerhin nur ein vielleicht nur kleiner Theil unserer devonischen Fisch-Fauna, zum Theil noch dazu recht unvollkommen bekannt geworden ist, sind doch aus den gleichaltrigen Schichten Englands, Belgiens und Nordamerikas durch Agassiz, Pander, Traquair, Smith Woodward, M. Lohest, Newberry und Andere zahlreiche Formen beschrieben worden, welche uns noch ganz oder fast ganz fehlen. Es mag dies zum Theil wohl an der Entwicklung und Facies der Gesteine liegen, zum Theil aber auch sicher an der Erhaltungsweise, und nicht zum kleinsten Theile endlich an der Art des Sammelns, an der Gründlichkeit der Ausbeutung und der Sorgfalt, mit welcher unscheinbare Reste doch aufgehoben und herauspräparirt wurden.

Durch dergleichen ist auch wohl die so verschiedene vertikale Verbreitung der Gattungen zu erklären, welche ja in hohem Grade auffällig ist gegenüber der Verbreitung in anderen Ländern; so findet sich Asterolepis bei uns nur im rheinischen Mitteldevon und vielleicht auch Unterdevon, Coccosteus dagegen — abgesehen von C. Hercynius — nur im Oberdevon, während in der reichen Fisch-Fauna des Old-Red-Sandstone von Lethen-bar Asterolepis und Coccosteus zusammen vorkommen; zudem fehlen gerade die Arten des englischen Devons bei uns ganz.

Verzeichniss
der besprochenen Gattungen und Arten.

Erklärung der Tafeln.

Tafel I.

Figur 1—3 Brachydeirus carinatus v. Koenen. S. 10.
Aus dem unteren Oberdevon von Wildungen.
Die Originale befinden sich in der Sammlung der Technischen Hochschule zu Aachen.

Tafel II.

Figur 1 Holoptychius? Kayseri v. Koenen, in doppelter Grösse. S. 28.
Aus dem unteren Oberdevon von Müllenborn bei Gerolstein.
Figur 2 a. b Rhizodopsis dispersa v. Koenen. S. 29.
2a in natürlicher Grösse, 2b Skulptur vergrössert.
Aus dem unteren Oberdevon von Müllenborn bei Gerolstein.
Figur 3 a. b Osteolepis Holzapfeli v. Koenen. S. 31.
3a in natürlicher Grösse, 3b vergrössert.
Aus dem Mitteldevon von Gerolstein.
Das Original befindet sich in der Sammlung der Technischen Hochschule zu Aachen.
Figur 4 a. b. c Glyptolepis Traquairi v. Koenen. S. 29.
4a. b in natürlicher Grösse, 4c Schuppe vergrössert.
Aus dem unteren Oberdevon v. Wildungen.
Figur 5 Brachydeirus carinatus v. Koenen. S. 10.
Abdruck eines nicht verdrückten Kopfes, ausgebreitet gezeichnet.
Aus dem unteren Oberdevon von Wildungen.
Das Original befindet sich in der Sammlung der Kgl. Geologischen Landes-Anstalt zu Berlin.
Figur 6 Coccosteus inflatus v. Koenen. S. 8.
Abdruck eines nicht verdrückten Kopfes, ausgebreitet gezeichnet.
Aus dem unteren Oberdevon von Wildungen.
Figur 7 Glyptopomus Traquairi v. Koenen. S. 32.
Aus dem unteren Oberdevon von Wildungen.

Tafel III.

Figur 1—3 Aspidichthys ingens v. Koenen. S. 13.
$^1/_2$ der natürlichen Grösse.
1 und 3 aus dem unteren Oberdevon vom Martenberg bei Adorf.
2 aus dem unteren Oberdevon von Bredelar.

Tafel IV.

Figur 1 a. b Platyaspis tenuis v. Koenen. S. 20.
1a in $^1/_2$ der natürlichen Grösse, 1b Skulptur 3 mal vergrössert.
Aus dem unteren Oberdevon von Weilburg.
Das Original befindet sich in der Sammlung der Technischen Hochschule zu Aachen.

Figur 2 a. b Holopetalichthys Novaki v. Koenen. S. 25.
Aus dem F_2-Kalk von Konieprus bei Beraun.
Das Original gehört der Sammlung der böhmischen Universität zu Prag.

Figur 3 a. b Macropetalichthys Agassizi H. v. Meyer. S. 21.
Aus dem Mitteldevon von Gerolstein.

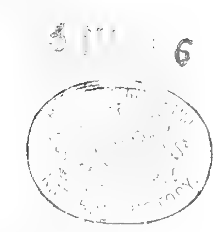
Figur 4. 5 a. b Dinichthys Eifeliensis Kayser. S. 16.
4 und 5a in $^1/_2$ der natürlichen Grösse, 5b vergrössert.
Aus dem Mitteldevon von Gerolstein.
Das Original zu 4 befindet sich in der Sammlung der Kgl. Geologischen Landes-Anstalt zu Berlin.

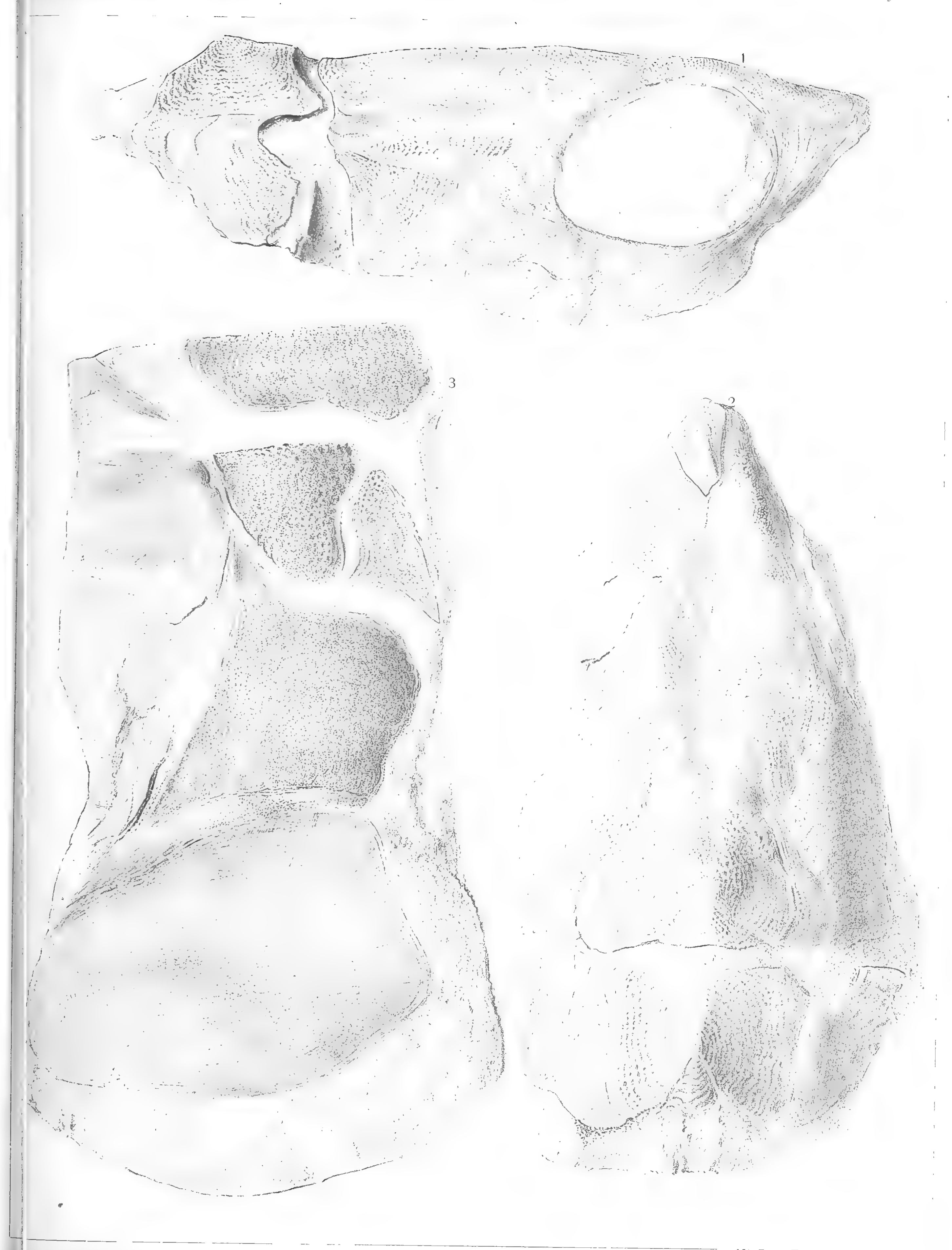
Tafel V.

Figur 1 Dinichthys Eifeliensis Kayser? S. 17.
Aus dem Mitteldevon von Gerolstein.

Figur 2 Anomalichthys scaber v. Koenen. S. 17.
In $^1/_2$ der natürlichen Grösse.
Aus dem unteren Oberdevon von Wildungen.
Das Original befindet sich in der Marburger Sammlung.

Figur 3 Macropetalichthys Prümiensis Kayser. S. 23.
Aus dem oberen Unterdevon von Prüm.
Das Original befindet sich in der Sammlung der Kgl. Geologischen Landes-Anstalt zu Berlin.



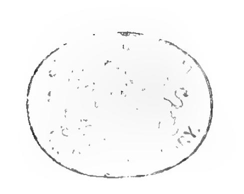


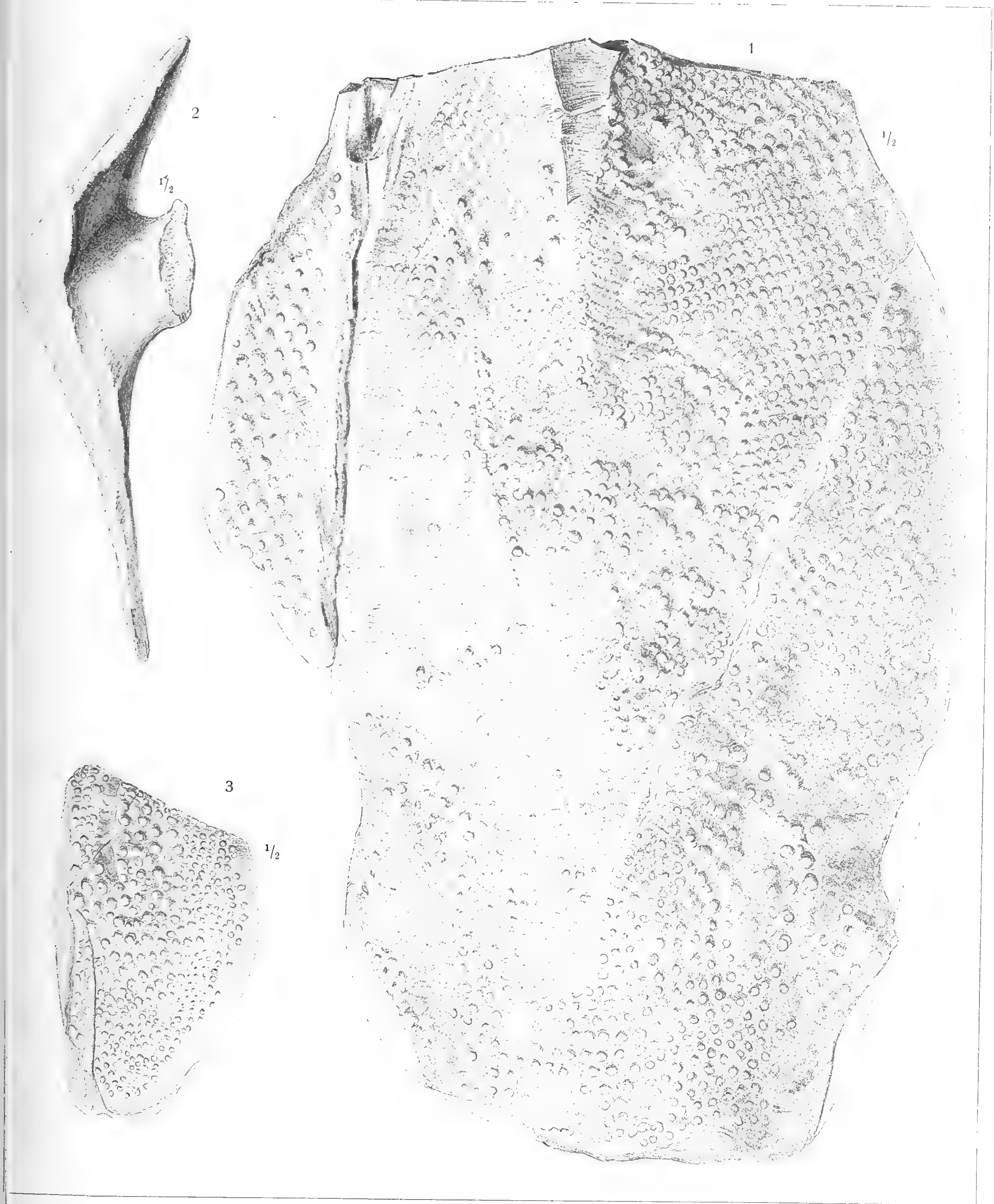
Lichtdruck von Albert Frisch, Berlin W.





Lichtdruck von Albert Frisch, Berlin W.



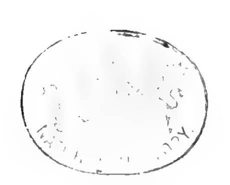


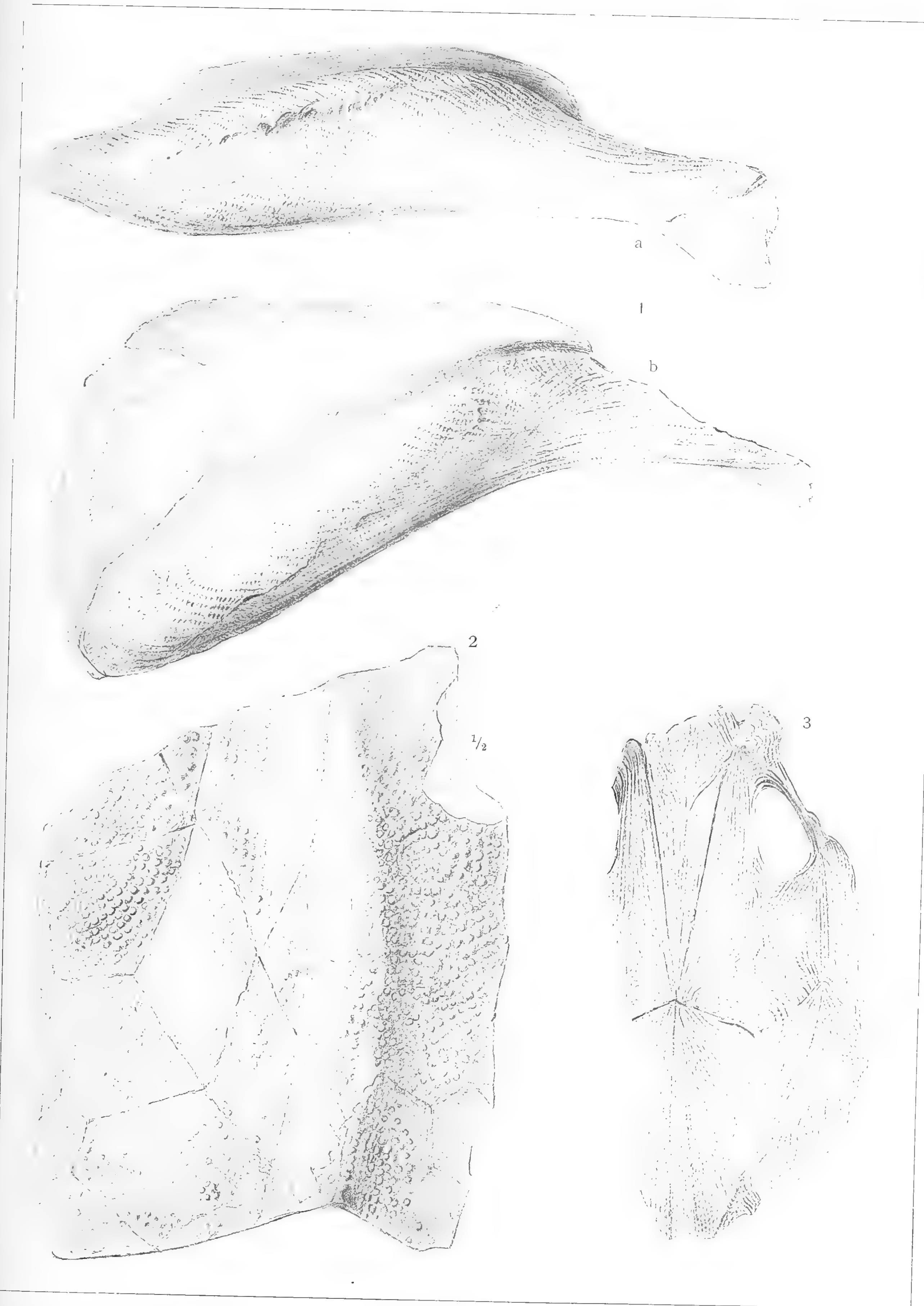
Lichtdruck von Albert Frisch, Berlin W.


NATURAL HISTORY.



Lichtdruck von Albert Frisch, Berlin W.





Lichtdruck von Albert Frisch, Berlin W.



Ueber den Bau quellbarer Körper und die Bedingungen der Quellung.

Von

O. Bütschli.

Mit 5 Textfiguren.

Vorgelegt in der Sitzung am 19. October 1895.

Schon seit einigen Jahren haben mich Untersuchungen über die besonderen, mikroskopisch feinen Bauverhältnisse der quellbaren Körper beschäftigt, worüber ich seit 1892 mehrfach berichtete. Natürlich mussten die hierbei gemachten Erfahrungen auch zu einer Vorstellung über den Vorgang und die Bedingungen der Quellungserscheinung selbst hinleiten. Ich hatte denn auch schon als Schlussabschnitt meines vorjährigen Berichtes (1894) eine Darlegung der Ansichten über die Quellung niedergeschrieben, zu welchen ich durch meine Erfahrungen geführt wurde. — Bei nochmaliger Durchsicht des Niedergeschriebenen schien es mir aber doch nothwendig, zuvor noch einige Fragen eingehender zu untersuchen, weshalb ich mich im Laufe des vergangenen Winters diesen Untersuchungen von Neuem zuwandte. Ueber das hierbei Gefundene soll in diesen Zeilen zunächst kurz berichtet werden. —

1. Versuche über die Eintrocknung von Gelatinegallerte, sowie die Einführung verschiedener Flüssigkeiten oder Luft in die Hohlräumchen quellbarer Körper.

Aus meinen früheren Mittheilungen geht hervor, dass ich einen äusserst feinen schaumartigen Bau für eine der wesentlichen Eigenthümlichkeiten der quellbaren Körper halte. Ich konnte zeigen, dass bei einer ganzen Anzahl solcher Körper im gequollenen Zustande eine derartige Structur nachweisbar ist, dass aber bei der Austrocknung die Sichtbarkeit der Structur meistens erlischt, indem eine mehr oder weniger glasig-durchsichtige, anscheinend

structurlose Beschaffenheit angenommen wird. Erst nachträglich, bei dem Studium älterer Litteratur fand ich, dass schon vor langer Zeit Chevreul (1821) für eine ganze Reihe quellbarer Gewebe des Thierkörpers, für geronnenes Eiweiss u. A. auf diese eigenthümliche und characteristische Erscheinung hingewiesen hat, soweit sie sich makroskopisch erkennen lässt.

Wie früher bemerkt wurde, beruht das durchsichtig- und glasigwerden der im gequollenen Zustand mehr oder weniger undurchsichtigen Körper darauf, dass die Flüssigkeit, welche die feinen Maschen- oder Wabenräume erfüllt, verdunstet und diese Räume selbst völlig oder doch nahezu völlig zusammenschrumpfen, obliteriren, aber bei erneuter Quellung sich genau in der früheren Weise wieder mit Flüssigkeit füllen. Beweise für diese Auffassung habe ich schon 1892 (2, p. 3 d. Sp. A.) und namentlich in meiner letzten Mittheilung (1894 p. 9 ff. d. Sp. A.) beigebracht. Wenn jedoch durch besondere Bedingungen das Zusammensinken der Wabenräume beim Eintrocknen verhindert wird, so tritt an Stelle der verdunstenden Flüssigkeit Luft; der eintrocknende gequollene Körper wird dann nicht glasig durchsichtig, sondern umgekehrt viel undurchsichtiger wie zuvor, d. h. in der R. kreideweiss. — Gleichzeitig behält er dann natürlich auch beim Trocknen annähernd das frühere Volumen, er schrumpft nicht oder doch viel weniger wie bei der glasigen Eitrocknung. — Schon 1892 (2 p. 2 d. Sp. A.) wurde namentlich für geronnenes Eiweiss, Gelatine und Gummi diese gelegentliche Lufterfüllung unter gewissen Bedingungen geschildert und für die Richtigkeit meiner Vorstellung von dem Bau dieser und ähnlicher Körper verwerthet.

Wie eine nähere Ueberlegung zeigt, muss das Zusammenschrumpfen der Wabenräume beim Eintrocknen solcher Körper wesentlich durch den Druck der äusseren Luft verursacht werden, der in dem Masse wie die Flüssigkeit aus dem Innern der Waben verdunstet, deren ungemein dünne und biegsame Wände zusammenpresst und daher schliesslich die Räume völlig oder nahezu völlig obliterirt.

Wenn diese Vorstellung richtig ist, so muss es gelingen, durch Verminderung oder Aufhebung des äusseren Luftdrucks und weiterhin durch geeignete Bedingungen, welche eine möglichst grosse Starrheit und Widerstandsfähigkeit des Gerüstwerks gegen äusseren Druck erzeugen, beim Eintrocknen solch' quellbarer Körper Luft in ihre Wabenräume einzuführen und sie undurchsichtig weiss zu machen. — Diesen Gedankengang habe ich einer näheren Prüfung unterworfen und ihn auch im Wesentlichen bestätigt gefunden. —

Gelatinegallerte von 5—20 % oder etwas höherem Gehalt bei gewöhnlichem Luftdruck oder unter der Luftpumpe eingetrocknet, wird stets glasig, scheint also die gemachten Voraussetzungen nicht zu bestätigen. Doch halte ich dies nicht für beweisend, da die mir zu Gebote stehenden Einrichtungen nur eine Luftverdünnung gestatteten, die nicht unter 6—10 cm Hgdruck ging. Bei der ungemeinen Nachgiebigkeit der minimal dünnen Wabenwände ist unter

diesen Umständen kaum zu hoffen, eine Lufterfüllung der wasserhaltigen Gelatine zu erzielen. —

Beim Eintrocknen der wasserhaltigen Gelatine in Luft zeigen sich jedoch einige Besonderheiten, welche wohl erwähnt zu werden verdienen. Wird ein freistehender, z. B. auf eine Nadelspitze aufgesetzter Gelatinewürfel eingetrocknet, so nimmt er eine ganz besondere, von der ursprünglichen Würfelgestalt abweichende Form an, welche, wenn die Austrocknung gleichmässig und ohne Störung verlief, eine nahezu geometrisch regelmässige ist. Wie leicht erklärlich, trocknen nämlich die Kanten des Würfels zuerst aus, da sie an den beiden anstehenden Flächen der Verdunstung unterliegen; sie werden daher bald so fest und und unnachgiebig, dass sie bei der fortdauernden Trocknung als festes Gerüst stehen bleiben und sich nicht weiter oder doch nur sehr wenig verkleinern. Dabei ist zu berücksichtigen, dass sich diese Kanten bei dem Trocknungsprocess nicht nach allen Richtungen gleichmässig zusammenziehen konnten, da sie daran durch die übrige, weniger eingetrocknete Masse des Würfels gehindert werden. Die Kanten müssen daher in ihrer Längsrichtung gespannt werden. Dies spricht sich denn auch einige Zeit nach Beginn der Trocknung deutlich dadurch aus, dass sich die ursprünglich ebenen Würfelflächen schwach convex hervorwölben und auch die Kanten selbst schwach convex gekrümmt sind. Nach einiger Zeit verliert sich jedoch diese Wölbung der Flächen und Kanten wieder und nun bilden die festgewordenen Kanten, wie gesagt, eine Art Gerüst, an dem die übrige eintrocknende Masse des Würfels gewissermassen aufgehängt ist. — Ohne genaueres Eingehen auf die Einzelvorgänge des weiteren Eintrocknungsprocesses wird es verständlich sein, dass unter diesen Bedingungen jede der Würfelflächen zu einer vierseitigen Pyramide einsinken muss, deren Kanten gegen die 4 Ecken der Fläche verlaufen. Jede dieser ausgehöhlten Pyramiden zeigt gewöhnlich eine abgestutzte Spitze, deren Fläche zusammen mit den entsprechenden 5 anderen einen würfelförmigen Körper bildet, dessen Grösse natürlich von dem Wassergehalt der urspr. Gelatinegallerte wesentlich bedingt wird. — Die Regelmässigkeit des so entstandenen Körpers ist, wie bemerkt, häufig sehr überraschend. Zwei Gelatinewürfel (5 % G.) von 9 mm Kantenlänge ergaben nach 4 tägiger Eintrocknung einen der eben beschriebenen Körper von 4 mm Kantenlänge; ein ebensolcher Würfel (9 mm), im luftverd. Raume eingetrocknet, besass 5—6 mm Kantenlänge. — Natürlich wiederholen sich auch bei der Eintrocknung einer frei aufgehängten Gelatineplatte dieselben Erscheinungen an den Kanten, woraus resultirt, dass die eingetrocknete Platte einen relativ dicken wulstförmigen Rand besitzt, während ihre mittlere Partie viel dünner ist. So zeigte eine solche Platte von 5 % Gelatine, die eine urspr. Breite von 9 mm und eine Dicke von 3 mm besass, nach der Eintrocknung bei einer Br. von 4 mm jederseits einen Randwulst von

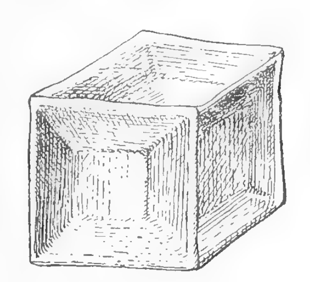


Fig. 1.

0,94 respect. 1,07 mm Dicke, während die mittlere Fläche nur 0,304 mm dick war (siehe Fig. 2).

Einige Versuche, die ich schon 1893 über die Eintrocknung von gegossenen Gelatinekugeln (12 und 20 % Gel.) angestellt hatte, ergaben gleichfalls in gewisser Hinsicht interessante Resultate, weshalb ich darüber kurz berichten will. — Das Charakteristische bei der Trocknung der Kugeln in freier Luft ist, dass sie zuerst ohne Deformation ihr Volum verkleinern, dass jedoch von einem gewissen Zeitpunkt an, d. h. wenn eine oberflächliche Schicht so stark eingetrocknet ist, dass sie der weiteren Zusammenziehung genügenden Widerstand leistet, lufterfüllte Hohlräume im Innern der Kugeln auftreten. Entweder bildet sich auf diese Weise eine ansehnliche grosse Höhle aus oder gleichzeitig mehrere kleinere und schliesslich sinkt die äussere Wand der Kugel über diesen Hohlräumen unregelmässig dellenartig ein, weshalb endlich eine starke Deformation eintritt. Irgendwelche Risse oder Sprünge, welche den Lufteintritt ins Innere der trocknenden Kugeln vermitteln hätten können, liessen sich nicht beobachten; ebenso erwies sich die Vermuthung, dass die Luft eventuell am Rande des feinen Seidenfadens, der in die Kugeln eingeschmolzen, zu ihrer Aufhängung diente, eindränge, als nicht stichhaltig, da auch auf einem feinen Drathring frei aufgesetzte Kugeln sich beim Eintrocknen ganz ebenso verhielten. — Es ist daher nicht abzuweisen, dass die Luft durch die relativ dicke Gelatinewand der eintrocknenden Kugeln hindurch treten muss, obgleich sich in derselben zu keiner Zeit eine weissliche Trübung zeigte. Dass aber die erwähnten Hohlräume nicht etwa luftleer sind, ergibt sich leicht bei der Wiederaufquellung der Kugeln, wobei sie nicht schwinden, sondern sich in den wieder regulär kuglig angeschwollenen Gelatinekörpern erhalten; ohne aber jetzt die stark vergrösserten innern Hohlräume völlig auszufüllen, da sich daneben noch Wasser ansammelt. Endlich ist die Lufterfüllung der Hohlräume leicht dadurch zu erweisen, dass man die Kugeln in einem umgekehrten, mit Wasser gefüllten Reagenzrohr zum Schmelzen erhitzt und so die Luft befreit, was ohne merkbare Volumenänderung derselben geschieht.

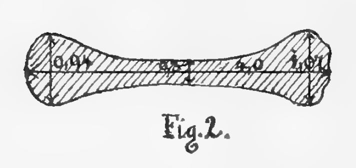


Fig. 2.

Es ist nun sehr beachtenswerth, dass bei dem Wiederaufquellen in Wasser auch die oben beschriebenen Gestaltsänderungen der Würfel und Platten völlig ausgeglichen werden und sich die frühere Gestalt und Grösse wieder sehr genau herstellen[1]); hieraus folgt also, dass die in der erwähnten Weise

1) So einer der oben erwähnten Würfel nach 3 tägiger Quellung in destill. H_2O wieder ganz regelmässig und Kantenlänge 8—9. Ein herausgeschnittenes Querstück der oben erwähnten Platte nach 24 stündiger Quellung Breite = 8,57, Dicke = 3. Hinsichtlich der hier und in dem Folgenden angegebenen Beobachtungen bemerke ich, dass mir dazu keine weiteren Hülfsmittel zu Gebote standen, wie ein feiner Zirkel und ein Millimetermassstab. — Obgleich diese Mittel nur dazu aus-

deformirten eingetrockneten Körper sich bei der Quellung in den verschiedenen Richtungen sehr verschieden stark ausdehnen, was ja auch zu erwarten war. Auf diesen Punkt soll später noch näher eingegangen werden.

Dass die wasserhaltige Gelatine auch beim Eintrocknen im luftverdünnten Raum keine Luft eindringen lässt, kann, wie gesagt, auf der grossen Nachgiebigkeit und Biegsamkeit ihrer Wabenwände beruhen; lässt sich diese verringern, so würde sich die Wahrscheinlichkeit vergrössern, zu dem erwünschten Ziele zu gelangen. — Diese Biegsamkeit der Wände beruht, wie später noch genauer dargelegt werden soll, meiner Ansicht nach wesentlich auf ihrer Wasserhaltigkeit; ein Theil des Wasser ist in den Wänden mit der Gelatine verbunden. Durch wasserentziehende Mittel, welche gleichzeitig im Stande sind, das Wasser in den Wabenräumen zu ersetzen und so die Schrumpfung zu verhindern, kann es gelingen die Biegsamkeit zu vermindern, also z. B. durch Alkohol. In Alkohol ist die Gelatine unlöslich, jedoch verändert er sie chemisch in keiner Weise.

Werden Würfel von Gelatine (5—20 %) vorsichtig in Alkohol von allmählich steigender Concentration gehärtet, so erleiden sie gar keine Deformation und verkleinern ihr Volumen nur verhältnissmässig wenig. — So zeigte ein 5 % Würfel von 9 mm Kl. nach der Härtung 6—7 mm Kl. Zahlreiche 20 % Würfel von 8 Kl. nach der Härtung 7—8 Kl. — Anders ist dies, wenn man sofort in absoluten Alkohol überführt. Eine Kugel von 18 mm Dm. (20 % Gel.), welche 1893 an einem Faden in absoluten Alkohol gehängt wurde, zeigte bald eine starke Runzelung ihrer Oberfläche und verkleinerte sich ziemlich stark. Nach 24 h. hatte sie die Gestalt eines unregelmässigen Octaeders angenommen, dessen Axe nahezu mit der Aufhängungsaxe zusammenfiel. Während bei Ueberführung in schwachen Alkohol sofort schwache weissliche Trübung der Gelatine eintritt, unterbleibt dieselbe in starkem Alkohol; hier wird die Gelatine so glasartig durchsichtig wie beim Eintrocknen in Luft. —

Die Erklärung dieses verschiedenen Verhaltens dürfte nicht so schwer sein. Bei Ueberführung in absoluten Alkohol tritt sofort ein sehr energischer osmotischer Austausch zwischen dem Alkohol und dem Wasser der Wabenräume der Gelatine auf, wobei der Diffusionsstrom des Wasser zum Alkohol geht und daher ein energisches Zusammensinken der Wabenwände herbeiführt, ähnlich wie bei der Eintrocknung in freier Luft. Bei sehr allmählicher Härtung dagegen bleibt das Uebergewicht des zum Alkohol gehenden Diffusionsstroms stets sehr schwach. Dazu gesellt sich aber jedenfalls noch ein zweites Moment, das wohl darin besteht, dass bei der sofortigen Einwirkung von absoluten Alkohol die Erhärtung der Wabenwände relativ langsam gegenüber dem sehr energischen diffusionellen Ausstrom geschieht, und sie daher dem Zusammensinken keinen oder nur sehr geringen Widerstand entgegensetzen. Bei der succesiven langsamen

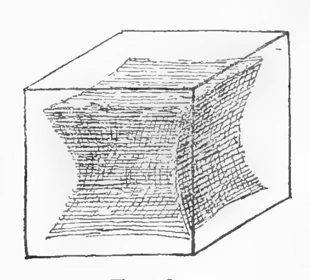
---

reichten auf ca. $^1/_2$ mm genau die Längen zu bestimmen, glaube ich doch, dass zu einer ersten Orientirung auf diesem Gebiet die Genauigkeit ausreicht. Die erwähnten Würfel wurden mit möglichster Genauigkeit aus einer grösseren Partie Gelatinegallerte herausgeschnitten.

Erhärtung dagegen haben die Wabenwände Zeit, allmählich durch Wasserverlust eine grössere Starrheit anzunehmen, können daher offen bleiben und sich allmählich mit Alkohol erfüllen. —

Dass das richtige Verständniss dieser Vorgänge von bedeutender Wichtigkeit für die Conservirungstechnik organisirter Gewebe ist, bedarf wohl keine näherer Begründung und wurde auch schon lange erkannt.

Werden solche in absolut. Alkohol vorsichtig gehärtete Würfel an freier Luft getrocknet, so zeigen sie keine Luftaufnahme, sondern trocknen glasig ein, ähnlich wie die wasserhaltigen. — Bei der Eintrocknung in verdünnter Luft verhält sich der 5 % Würfel nicht wesentlich anders, doch wird er im Anfang vorübergehend etwas weisslich, was sich aber bald wieder verliert. Die Flächen sinken stark ein, ähnlich wie bei Eintrocknung in freier Luft. Anders verhielten sich 20 % Würfel von 8 mm Kl. Bei ihnen trat im luftverdünnten Raum sehr rasch Luft im Innern auf; es bilden sich im Innern kreideweiss erscheinende Partien, die sich allmählich vergrössern und vereinigen, unter Bildung einer centralen weissen Figur von eigenthümlicher Form (siehe die Fig. 3), die sich im Allgemeinen darauf zurückführen lässt, dass die Ecken des Würfels die besten Bedingungen für die Austrocknung und den raschesten Lufteintritt darbieten, die schlechtesten hingegen die Mitten der Flächen, während die Mitten der Kanten in dieser Hinsicht einen mittleren Zustand repräsentiren. Diese weisse Partie des Innern vergrössert sich rasch, wobei ihre frühere eigenthümliche Gestalt allmählich in eine würfelförmige übergeht. Die Kanten sowie die gesammte oberflächlichste Schicht des Würfels bleiben lange durchsichtig und werden zwar schliesslich auch weiss, jedoch etwas durchscheinender wie das Innere. Bei einem der Würfel erhielt sich eine Fläche besonders hartnäckig durchsichtig, wurde jedoch schliesslich auch lufterfüllt.


Fig. 3.

Bei der geschilderten Austrocknung der 20 % Würfel unter der Luftpumpe trat so zusagen keine Volumenverkleinerung ein, denn die ausgetrockneten weissen Würfel zeigten bei der Messung mit den mir zu Gebote stehenden Mitteln dieselbe Kantenlänge von 7,5 mm wie nach der Alkoholbehandlung vor dem Austrocknen.

Bringt man einen solchen weissgewordenen lufthaltigen Würfel (20 %) in destillirtes Wasser, so dringt die Luft in feinen Bläschen reichlich aus und es tritt rasch Quellung der äusseren Schichten auf, wobei dieselben natürlich ganz glasig durchsichtig werden. Nach verhältnissmässig kurzer Zeit schreitet jedoch die Luftverdrängung im Innern des gequollenen Würfels nur sehr langsam weiter, wobei zu beobachten ist, dass die noch lufterfüllte weisse Partie des Innern stets einen ganz regulären würfelförmigen Umriss bewahrt. Da die Beschleunigung der Luftverdrängung durch Auspumpen unter der Luftpumpe

sich wegen der dabei auftretenden inneren Risse nicht als zweckdienlich erwies, wurde versucht, durch Einlegen der Würfel in gut ausgekochtes und abgekühltes Wasser die weitere Verdrängung der Luft durch Absorption zu unterstützen. Bei mehrmaliger Erneuerung des ausgekochten Wassers schwand die Lufterfüllung allmählich mehr und mehr, doch so langsam, dass noch am 6. Tage der innere weissliche Würfel ganz schwach angedeutet war. Die Kantenlänge des stark gequollenen Würfels betrug nun 13—14 mm. Beim Eintrocknen an freier Luft wurde er völlig glasig durchsichtig und nahm die bekannte, oben geschilderte Gestalt an.

Wurde ein solch' lufterfüllter Würfel (20 %) in absoluten Alkohol eingetaucht, so liess sich kein Luftaustritt beobachten, auch in 24 h. keine merkbare Aufhellung. Als der Würfel hierauf in Xylol übergeführt worden war, ward ein Luftaustritt gleichfalls nicht wahrgenommen, dagegen zeigten sich die Kanten bald etwas aufgehellt und in 3 Tagen war vollkommen glasige Durchsichtigkeit eingetreten. Hierauf an der Luft getrocknet blieb der Würfel vollkommen klar durchsichtig; alsdann wurde die Trocknung im Wärmeschrank (bei 54° C) fortgesetzt, wobei am 2. Tage die Lufterfüllung ganz in derselben Weise wie früher begann, indem sich anfänglich nur das Innere mit Luft erfüllte und die äussere Zone erst langsam und allmählich weiss wurde. Nach 15 tägiger Trocknung war der ganz reguläre Würfel durch und durch weiss und besass wie früher eine Kl. von ca. 7,5 mm.

Da, wie oben bemerkt wurde, bei der Eintrocknung der in absolutem Alkohol gehärteten 5 % Gelatine im luftleren Raum keine Luft eintrat, indem höchst wahrscheinlich die Biegsamkeit der Wabenwände wegen ihrer geringeren Dicke bedeutender ist als bei der 20 % Gelatine, so wurde versucht, ob sich durch Ueberführung solcher Würfel in anderweitige, rasch verdunstende Flüssigkeiten das gewünschte Ziel erreichen liess. Dies ist nun auch thatsächlich der Fall. — Werden derartige Würfel aus absolutem Alkohol in Terpentinöl übergeführt und darin so lange gelassen, bis völlige Durchdringung angenommen werden darf, so trat sowohl bei der Austrocknung im luftverdünten Raum wie im Wärmeschrank (bei 54 %), unter anfänglich ziemlich beträchtlicher Schrumpfung, nach einiger Zeit Luft in die oberflächliche Schicht. Im Wärmeschrank wurden die Kanten und Ecken des Würfels weiss; unter der Luftpumpe dagegen schliesslich die ganze Oberfläche, wogegen sich das Innere durchscheinend erhielt.

Viel geeigneter für diese Versuche erwies sich Xylol. 5 % Würfel (5 Mm. urspr. Kl.), die allmählich in Xylol übergeführt worden waren, schrumpften unter der Luftpumpe nur mässig und wurden durch und durch kreideweiss. Beim Aufquellen in Wasser verhielt sich ein solcher Würfel ganz wie die oben beschriebenen von 20 %; die Lufterfüllung war in 3 Tagen bis auf einen geringen Rest geschwunden. Hierauf an der Luft getrocknet, wurde der Würfel glasig-durchsichtig.

Ganz ähnliche Resultate ergaben die Trocknungsversuche mit anderen quellbaren Körpern. Schon früher habe ich über die Lufterfüllung von geronnenem,

und mit absolutem Alkohol behandeltem Eiweiss kurz berichtet. Wird ein Würfel von geronnenem Hühnereiweiss unter der Luftpumpe (bei ca. 6—10 mm Hgdruck) eingetrocknet, so dringt keine Luft ein, der Würfel wird so glasig und gelblich-durchsichtig wie bei der Trocknung in gewöhnlicher Luft. — Nach vorheriger Erhärtung solcher Würfel in Alkohol erzielt man beim Trocknen in verdünnter und gewöhnlicher Luft kein wesentlich besseres Resultat, wenngleich die äusserste Schicht der Würfel etwas weisslich trübe wird, also zweifellos ein wenig Luft eindringt. — Etwas besser noch wird das Ergebniss, wenn zuvor aus Alkohol in Chloroform oder Terpentinöl übergeführt worden war und dann in freier Luft oder im Wärmeschrank (54° C) getrocknet wird. Am besten erwies sich auch hier wiederum Xylol. Würfel, die aus diesem kamen, wurden bei der Trocknung in freier Luft rasch weisslich trübe und bei fortgesetztem Trocknen im Wärmeschrank schliesslich kreideweiss, bei verhältnissmässig geringer Schrumpfung. Wurde ein solcher Würfel in dest. Wasser übertragen, so trat die Luft sofort in feinen Bläschen aus; in ca. 24 h. war beträchtliche Quellung eingetreten und der Würfel hatte wieder die Beschaffenheit gewöhnlichen geronnenen Eiweisses angenommen. Dann an freier Luft getrocknet, nahm der Würfel das glasige, gelblich hornartige Aussehen des gewöhnlichen geronnenen Eiweisses im getrockneten Zustand an.

Würfel von ca. 1 % Agar-Agargallerte, deren Kl. ca. 8 mm, schrumpfen bei vorsichtiger Erhärtung in Alkohol fast nicht, werden jedoch schon in 45 % Alkohol ziemlich weisslich opak, was sich in stärkeren Alkohol noch steigert. Die Kl. betrug nach völliger Erhärtung noch ca. 8 mm. — Derartige Würfel, die in Chloroform oder Xylol übergeführt worden sind, schrumpfen sowohl bei der Trocknung in verd. Luft als im Wärmeschrank sehr stark zusammen und werden ganz unregelmässig faltig. Schliesslich tritt jedoch in beiden Fällen Luft in den verschrumpften Rückstand ein, wie man deutlich daran erkennt, dass er stark weiss und undurchsichtig wird; wogegen beim Eintrocknen des wässrigen Agar eine durchsichtige hornartige Masse restirt, von dem gewöhnlichen Aussehen dieser Substanz. — Die Lufterfüllung folgt auch hier sicher aus dem Austritt zahlreicher Luftblasen beim Eintauchen solch' weiss gewordener Würfelreste in Wasser. Nach dem Aufquellen und dem Austritt der Luft trocknet schliesslich das in der angegebenen Weise behandelte Agar wieder in der gewöhnlichen halbdurchsichtigen Beschaffenheit ein.

Wie aus dem Mitgetheilten folgt, gelingt es bei den untersuchten Körpern meist schon durch Ueberführung in Chloroform, Terpentinöl oder Xylol (unter welchen, wie es scheint, das letztere den Vorzug verdient) und darauf folgende Austrocknung in freier Luft, das Eindringen von Luft in die Wabenräume hervorzurufen; leichter und sicherer, auch direct aus Alkohol, geschieht dies jedoch bei Austrocknung unter der Luftpumpe. — Es ist ersichtlich, dass das hier angewendete Verfahren, zu welchem ich durch die Vorstellungen, die ich mir von der Beschaffenheit quellbarer Körper allmählich gebildet hatte, durch Ueberlegung gelangte, thatsächlich ganz dasselbe ist, welches schon vor län-

gerer Zeit von Semper (1881) zur Herstellung von Trockenpäparaten organisirter Gewebe und Körper eingeführt wurde; es handelt sich ja bei diesen durchweg um die Präparation quellbarer Körper. Das kreideweisse Aussehen solch' Semper'scher Präparate verräth schon, dass sie gleichfalls durchaus lufterfüllt sind, und dass in den obigen Erörterungen auch die Erklärung für den wesentlichen Vorgang bei der Herstellung solcher Trockenpräparate gegeben ist. In manchen, vielleicht den meisten Fällen mag auch, worauf meine Erfahrungen hinweisen, das Xylol vor dem Terpentinöl bei der Herstellung solcher Präparate Vorzüge haben und ebenso würde vermuthlich die Austrocknung in verdünnter Luft in schwierigen Fällen vortheilhaft sein[1]).

Es darf vielleicht besonders hervorgehoben werden, dass das Weiss- und Lufthaltigwerden der 3 oben geschilderten Körper bei der Austrocknung unter der Luftpumpe oder in gewöhnlicher Luft nicht etwa durch künstliche Rissbildungen hervorgerufen wird. Für die Austrocknung in gewöhnlicher Luft ist dies ja von vornherein höchst unwahrscheinlich; für die Trocknung in verdünnter Luft dagegen liesse sich eventuell dergleichen vermuthen. Es muss daher betont werden, dass sich nie etwas von Rissen oder Sprüngen wahrnehmen liess, auf welchen etwa die Luft in das Innere hätte dringen können und dass weiterhin auch nach dem Wiederaufquellen der lufterfüllten Substanzen keine Spur von Zerreissungen wahrzunehmen ist, die Stücke vielmehr das völlig normale Aussehen der gewöhnlichen in Wasser gequollenen Substanz besitzen. — Sowohl die lufthaltige 20 % Gelatine, wie das aus Xylol eingetrocknete 1 % Agar habe ich auf feinen Schnitten mikroskopisch untersucht und die äusserst feinschaumige, z. Th. etwas faserige Structur deutlich beobachtet, wie ich sie früher schon für geronnene quellbare Substanzen geschildert habe.

Für die Beurtheilung der quellbaren Körper dürften genauere Feststellungen von Interesse sein, in welcher Quantität sie bei geeigneter Manipulation Flüssigkeiten aufzunehmen vermögen, in denen sie eigentlich gar nicht quellbar sind. Weder trockene Gelatine noch Agar sind in wasserfreiem Alkohol, Chloroform oder Xylol irgendwie quellbar; welch' ansehnliche Quantitäten dieser Flüssigkeiten jedoch in diese Körper einzuführen sind, lässt sich aus einigen wenigen Bestimmungen entnehmen, welche ich hierüber vorgenommen habe. —

Ein Würfel von 5 % wässriger Gelatine erwies sich nach der vollkommenen Erhärtung in wasserfreiem Alkohol, der natürlich mehrmals gewechselt worden

---

1) Dass dieses Verfahren, zu dem ich durch theoretische Vorstellungen über die Bauverhältnisse quellbarer Körper geleitet wurde, jedoch auch für die Sichtbarmachung eben dieser feinen Structurverhältnisse von ganz besonderem Werth sein muss, ist klar. Ich werde denn auch in einer besonderen kleinen Mittheilung darlegen, dass es durch Anwendung dieses Verfahrens leicht gelingt, in scheinbar ganz structurlosen thierischen Gallarten die vermuthete feine Structur deutlich nachzuweisen. — Da diese Dinge in den Rahmen vorliegender Mittheilung nicht recht passen, werde ich darüber demnächst besonders berichten. (Ist seither geschehen; s. Verh. d. naturh.-medic. Vereins zu Heidelberg N. F. Bd. V Hft. 4 „Ueber Structuren künstlicher und natürlicher quellbarer Substanzen".)

war, zusammengesetzt aus 17,5 % trockner Gelatine und 82,5 % Alkohol[1]), es hatten sich bei der Erhärtung 0,6384 Wasser gegen 0,1578 Alkohol ausgetauscht.

Ein Würfel von ursprüngl. ca. 1 % wässrigem Agar, der in Alkohol gehärtet war, bestand aus 1,62 % trocknem Agar und 98,4 % Alkohol; derselbe Würfel darauf in Chloroform ergibt sich nun zusammengesetzt aus 0,97 % Agar und 99.3 % Chloroform. Es hatten sich ausgetauscht 0,3654 Alkohol gegen 0,6121 Chloroform[2]); berechnet man nach diesem Umtauschverhältniss — unter der Voraussetzung, dass sich das Volum des Würfels nicht geändert habe, was ja annährend richtig ist, sich also gleiche Volumina Alkohol und Chloroform ausgetauscht hätten — aus dem spezif. Gewicht des Alkohols = 0,794, das spezif. G. des Chloroforms, so erhält man die Zahl 1,564 an Stelle der richtigen 1,489, jedenfalls eine ziemlich weitgehende Annäherung. — Ein ebensolcher Würfel von 1 % Agar der aus Alkohol 0,4482 wog, wog nach 30stündigem Aufenthalt in Terpentinöl 0,4450, während die spezif. G. von Alkohol und Terpentinöl 0,794 und 0,855 sind.

Jedenfalls geht aus diesen wenigen Erfahrungen hervor, dass solch' indifferente Flüssigkeiten sich innerhalb quellbarer Körper annähernd in gleichen Volumenverhältnissen austauschen, was mit der Auffassung, dass diese Körper im gequollenen Zustand von einem System feinster wabiger Räume durchsetzt sind, wohl harmonirt. Nach den vorliegenden, obgleich, wie gesagt, nur wenig ausgedehnten Versuchen, lässt sich auch nicht bezweifeln, das es leicht sein wird, auf dem angegebenen Wege, ausser den schon verwendeten, die allerverschiedenartigsten Flüssigkeiten und Lösungen in ansehnlicher Menge ins Innere der gequollenen Substanzen einzuführen. Da nun diese Flüssigkeiten, wie bemerkt, gar kein irgend erhebliches Lösungs- oder Quellungsvermögen für die betreffenden quellbaren Substanzen besitzen, so müssen sie, wie gesagt, in ein Hohlraumsystem eindringen und dieses anfüllen, welches System auch in dem durch die eigentlichen Quellungsmittel erzeugten Quellungszustand schon vorhanden sein muss. Der quellbare Körper muss aus einem mikroskopisch-feinen Gerüstwerk fester Substanz bestehen, dessen Hohlräume von Flüssigkeit erfüllt sind. Die Auffassung der gequollenen Körper, als zusammengesetzt aus Micellen- oder Molekülgruppen, die von mehr oder weniger ansehnlichen Wasserhüllen umgeben sind, welche durch die spezif. Anziehung dieser Micellen zu den Wassermolekülen festgehalten werden, wie sie von Nägeli, Reincke u. vielen A. entwickelt wurde, scheint mir mit den geschilderten Thatsachen unverträglich. Denn, wenn wir an Stelle dieser micellaren Wasserhüllen eine Menge anderer Flüssigkeiten wie Alkohol, Chloroform, Xylol, Terpentinöl bringen können,

---

1) Gew. des v. Alkohol erf. Würfels = 0,1914
Gew. des bei 100° getr. Würfels = 0,0336
daher Alkohol = 0,1578.

2) Gew. d. 1 % Agarwürfels aus Alkohol = 0,3714
Gew. dieses Würfels nach 48 stünd. Behandl. mit Chloroform = 0,6181
Trockensubstanz dieses Würfels (bei 110° getr.) = 0,0060.

welche Flüssigkeiten für sich ganz unfähig sind Quellung der betreff. Substanzen hervorzurufen, auf welche daher auch die Micellen des quellbaren Körpers keine Anziehung ausüben können, so steht dies mit der erwähnten Theorie in Widerspruch. Wollte man dieselbe auch auf die Durchtränkung quellbarer Körper mit den indifferenten Flüssigkeiten ausdehnen, so müsste man eine erhebliche micellare Anziehung für diese Flüssigkeiten zugeben, was unmöglich erscheint.

Da die Versuche ergaben, dass der Luftdruck, wie es voraus vermuthet wurde, von Einfluss auf das Verhalten gequollener Körper bei der Eintrocknung ist, so liess sich fragen, ob nicht auch die Quellung dieser Körper durch den Druck der Luft beeinflusst werde, also im Vacuum eine stärkere Quellung stattfinde. — Ein in dieser Richtung angestellter Versuch ergab jedoch keinen nennbaren Unterschied. Von 2 nahezu gleichgrossen gewogenen Stücken trockener Gelatine, die nebeneinander aus einem grösseren Stück herausgeschnitten worden waren, wurde das erste in gewöhnlicher Weise in destillirtem Wasser, das zweite dagegen im Vacuum über der Quecksilbersäule einer Barometerröhre, welche über dem Quecksilber eine 7 cm hohe Säule von gut ausgekochtem destill. Wasser trug, gequellt. Nach einer Quellung von 6 h. wurden die beiden Stücke wieder gewogen. Beide Stücke hatten nahezu die gleiche Wassermenge aufgenommen: 1. enthielt nun 76,42 % H_2O, 2. 76,13 %, eine Differenz, welche kaum die Fehlergrenzen überschreiten dürfte und zudem in einer der erwarteten entgegengesetzten Richtung liegt. —

2. Versuche über die Bedingungen der verschiedengradigen Aufquellung eines Körpers in den verschiedenen Dimensionen.

In meinem Bericht von 1894 (p. 11 d. S.) wies ich schon darauf hin, dass meine Ansicht über den Bau der quellbaren Substanzen wohl auch eine Erklärung für die eigenthümliche Erscheinung geben könne, dass die Quellung manchmal in verschiedenen Richtungen von verschiedener Stärke ist, d. h., dass die Vergrösserung des quellenden Körpers in verschiedenen Dimensionen häufig sehr ungleich ist; ein Fall, welcher namentlich bei der Quellung pflanzlicher Zellmembranen gewöhnlich beobachtet wird und unter Umständen dazu führt, dass in gewisser Richtung überhaupt keine Vergrösserung, sondern Verkürzung eintritt. Ich suchte diese Erscheinung auf ungleichmässiges Austrocknen der wabig structurirten gequollenen Körper zurückzuführen. Wird nämlich bei der Trocknung die Verkleinerung der Waben in einer bestimmten Richtung durch gewisse Kräfte gehindert, so müssen sich die Waben bei der Eintrocknung in den beiden darauf senkrechten Richtungen stärker verkleinern und dem entsprechend auch bei der Wiederaufquellung in diesen Richtungen allein oder doch viel stärker aufquellen. Die oben geschilderten Versuche über die Quellung eingetrockneter Gelatinewürfel haben gezeigt, dass diese im Allgemeinen gleichmässig nach den verschie-

denen Dimensionen quellen, abgesehen von der Wiederherstellung der Deformationen. Eine Kugel hochprocentiger Gelatine vergrössert bei der weiteren Quellung in Wasser ihre Dimensionen allseitig gleichmässig, bleibt daher kuglig.

Es ist nun aber sehr leicht Gelatine herzustellen, welche in verschiedenen Richtungen verschieden stark quillt, ja sich in einer Richtung sogar verkürzt. Dazu ist nur nöthig einen Gelatinestreif freihängend und durch ein am unteren Ende angebrachtes hinreichendes Gewicht in gedehntem Zustand einzutrocknen. Zu diesem Zweck habe ich am oberen und unteren Ende solch' rechteckiger Streifen einen queren Streif von starkem Carton angeklebt, der sehr fest haftet; hierauf den oberen Cartonstreif in einer Klammer befestigt und an dem unteren eine Fadenschlinge angebracht, an welche die Gewichte gehängt werden konnten.

Die Resultate zweier solcher Versuche waren folgende:

I. Streif von 5 % Gelatine, unbelastet: L. = 69 mm
Br. = 24 „
D. = 2 „

Der Streif wurde nun aufgehängt und succesive in dem Maasse, als er eintrocknete und daher tragfähiger wurde, mit 2 gr bis zu 60 gr belastet. In $1^1/_2$ Tagen war die Trocknung vollzogen.

Die Dimensionen des getrockneten Streifs jetzt: L. = 69,5 mm
in der Mitte Br. = 5,0 „
„ „ „ D. = 0,48 „ [1])

Hierauf wurde ein mittleres Stück des Streifs herausgesägt, von folgenden Dimensionen:

L. = 28,25
in der Mitte Br. = 5,0
an den Enden Br. = 7,25, resp. 6,0
in der Mitte D. = 0,48 (0,54—0,61).

Nach 39 stündiger Quellung waren die Dimensionen:

L. = 27	= 4,4 %	Verkürzung	der Dimensionen vor der Quellung.
Br. = 24,6	= 392 %	Verlängerung	
D. = 2,5	= 421 %	„	

II. Streif von 5 % Carbolgelatine (2 % Carbolwasser), ziemlich brüchig und dehnbar.

Dimensionen unbelastet: L. = 61 mm
Br. = 32 „
D. = 5,5 „

successive belastet mit 4—10 gr; am 3. Tage ganz eingetrocknet.

1) Da die Streifen, wie angegeben, oben und unten an quere Cartonstreifen angeklebt waren, so behielten sie natürlich bei der Trocknung die rechteckige Gestalt nicht bei; vielmehr wurde jede der Längsseiten eine concave Linie, da ja an dem Carton die aufgängliche Breite sich erhielt und von da aus die Breite bis zur Mitte succesive abnahm. Die Dicke an den beiden Rändern ist gewöhnlich nicht ganz gleich, daher wurde das Mittel derselben eingesetzt.

Besitzt nun folgende Dimensionen: L. = 69,5
in der Mitte Br. = 5,4
„ „ „ D. = 0,8 (Randwulst 1,49).

Mittlerer herausgeschrittener Streif hat die L. = 31.

Nach 72 h. Quellung in destill. Wasser sind die Dimensionen dieses Streifs:

L. = 29,5 = 4,8 % Verkürzung
Br. = 18,0 = 233 % Verlängerung
D. = 4,5 = 462 % „
} der Dimensionen vor der Quellung

Wenn die in Frage stehenden Vorgänge wirklich auf dem wabigen Bau der Gelatine beruhen, wie vorausgesetzt wurde, so war zu erwarten, dass sie sich noch dadurch vergrössern liessen, dass man diesen Bau gewissermassen künstlich steigerte. Man kann dies in der Weise ausführen, dass man eine feine Gelatineölemulsion herstellt in der früher von mir geschilderten Art (1892, 2, p. 3 d. Sp. A.), die also ein von Oel erfülltes gröberes Wabenwerk darstellt. — Streifen einer solchen Emulsion, die aus gleichen Volumina ca. 10 % Gelatine und Olivenöl dargestellt waren, erwiesen sich viel dehnbarer wie gewöhnliche Gelatine entsprech. Gehalts, was aus den gleich zu erwähnenden Zahlen im Vergleich mit den erstaufgeführten hervorgeht.

I. Streif von Gelatineölemulsion unbelastet liegend: L. = 78 mm
Br. = 24 „
D. = 2,3 „

frei aufgehängt (L. = 80), darauf succesive mit 4—10 gr belastet; nach der Austrocknung die Dimensionen:

L. = 90,5
in der Mitte Br. = 15,8
„ „ „ D. = 1,3—1,7.

II. Streif unbelastet liegend: L. = 65 mm
Br. = 15 „
D. = 2,3 „

darauf sofort mit 20 gr belastet und später 30; der Streif dehnt sich sehr stark aus und zeigt nach der Trocknung folgende Dimensionen:

L. = 116
in der Mitte Br. = 6
„ „ „ D. = 1,1 ca.

Hierauf 2 Streifen aus der Mitte von II herausgeschnitten (IIa und IIb).

Dimensionen v. IIa L. = 29,3
am schmäleren Ende Br. = 6
„ „ „ D. = 1,1
am breiteren Ende D. = 1,6—1,1

hierauf in destill. Wasser 72 h gequellt

Dimensionen:	L. = 21,5	= 26,6 %	Verkürzung	der Dimensionen vor der Quellung.
	Br. = 14	= 133 %	Verlängerung	
	D. = 3,3—2,6	= ca. 114 %	„	

Aus dem Streif IIb wurde durch hinreichend lange Behandlung mit einem Gemisch von Alkohol und Aether das Oel völlig entfernt und hierauf getrocknet; der lufttrockene, seidenartig weissglänzende Streif hatte darauf folgende Masse:

L. = 28,6
Br. = 7,5
D. = 1,0 ca.

Nach 48 stündiger Quellung betrugen die Masse:

L. = 22	= 23 %	Verkürzung	der Dimensionen vor der Quellung.
Br. = 15	= 100 %	Verlängerung	
D. = 2,2—2,8 / 2,5—3	= 162 % ca.	„	

Wie zu erwarten war, ist es mit den Emulsionsstreifen möglich, weit grössere Differenzen der Quellung in verschiedenen Dimensionen zu erzielen, was nur auf der besonderen Beschaffenheit, welche ihnen der grob-wabige Emulsionscharacter verleiht, beruhen kann. Bei der Dehnung eines solchen Streifen durch den Zug des Gewichts müssen die Waben, denen wir im Allgemeinen eine polyedrisch-kuglige Gestalt zuschreiben müssen, eine Streckung erfahren, indem diejenigen Wände, welche nicht parallel oder senkrecht zu der Zugrichtung verlaufen, sich dieser mehr nähern, d. h. nun einen kleineren Winkel mit dieser Richtung bilden. — Ein eigentliches Zusammentrocknen der mit Oel gefüllten Wabenräume kann natürlich nicht stattfinden, da der Oelinhalt bei der Trocknung nicht schwindet. Dennoch findet eine Veringerung des Volums der erfüllten Wabenräume sicher statt, denn man beobachtet bei der Trocknung der gedehnten Emulsionsstreifen deutlich, daß Oel ausgepresst wird und langsam am unteren Ende des Streifs abtropft. Das dies stattfinden muss, ist ja erklärlich, da die Gelatinwände der Waben bei der Eintrocknung sich verkürzen müssen und daher der Oelinhalt unter Druck gesetzt wird, was eine Filtration des Oels durch die wasserhaltigen Gelatinewände hervorrufen muss. Endlich trocknen die Gelatinewände völlig aus und werden starr, so dass sich die mit Oel gefüllten Wabenräume, auch nach Aufhören des Zugs, in ihrer gestreckten Gestalt erhalten.

Bei erneuter Quellung in Wasser wird der frühere Quellungszustand der Gelatinewände wieder allmählich hergestellt, sie werden sich daher vergrössern und das Volumen der Waben sich ebenfalls entsprechend vergrössern, daher wird nun Wasser neben dem Oel in den Wabeninhalt eintreten. Da nun das eingetretene Wasser etwas Gelatine auflöst, so gesellt sich hierzu weiter ein endosmotischer Einstrom von Wasser in die Wabenräume und ein gewisser osmotischer Druck im Innern derselben. Dieser aber muss zur Wirkung haben, dass die gestreckte Gestalt der Waben sich wieder der ehemaligen zu nähern strebt,

dass demnach eine Verkürzung in der früheren Streckungsrichtung der Wabenräume eintritt. Dass das Oel der Waben als solches keine Rolle spielt, geht ja auch daraus hervor, dass der von Oel befreite und getrocknete luftführende Streif IIb sich in ganz entsprechender Weise bei der Eintrocknung verkürzte (wenn auch etwas weniger). Dass nicht etwa die Wiederherstellung früherer Elasticitätsverhältnisse der im gedehnten oder gespannten Zustand eingetrockneten Wabenwände die Wiederherstellung der ursprünglichen Gestalt der Waben bedinge, scheint mir auch daraus hervorzugehen, dass die Verkürzung bei der Quellung, welche in den beiden Streifenstücken der Emulsion erzielt wurde, keineswegs der durch Dehnung hervorgerufene Verlängerung entspricht. IIa verkürzte sich von 29,3 auf 21,5, IIb von 28,6 auf 22 mm; berechnet man dagegen die Verkürzung entsprechend der Verlängerung von 65 auf 116 mm, so hätte sich IIa auf 16,4, IIb auf 16,6 mm verkürzen müssen, wobei noch zu berücksichtigen ist, dass die Streckung der Waben in der mittleren Region des Streifs jedenfalls die bedeutendste ist, wie aus seiner geringeren Breite in der Mitte folgt. — Hinsichtlich der so auffallenden Unterschiede in der Quellung gewöhnlicher getrockneter Gelatinestreifen nach verschiedenen Dimensionen, wie sie die beiden oben mitgetheilten Versuche ergeben haben, bin ich der Ansicht, dass sie wesentlich in derselben Weise zu erklären sind wie die Erscheinungen bei den Emulsionsstreifen. Hier handelt es sich nur ausschliesslich und allein, um die minutiösen Wabenräume der erstarrten Gelatinegallerte, deren Verhalten bei der Dehnung, Trocknung und Wiederaufquellung jedoch in derselben Weise zu beurtheilen ist, wie wir es oben für die gröberen ölerfüllten Wabenräume der Emulsionsstreifen versuchten. —

Von anderen quellbaren Körpern habe ich bis jetzt nur mit geronnenem Hühnereiweiss einen ähnlichen Versuch angestellt, der jedoch gleichfalls die sehr verschiedengradige Quellungsausdehnung unter den gleichen Bedingungen lehrt.

Ein Streif von geronnenem Hühnereiweiss, der eine ursprüngliche Breite von 18,5 und eine Dicke von 6,0 besass, wurde aufgehängt und belastet, riss jedoch mehrfach ab, weshalb ich leider die ursprüngliche Länge nicht anzugeben vermag. — Nach succesiver Belastung mit 10—30 gr und erfolgter Eintrocknung hatte der Streif folgende Maasse:

L. = 45
in der Mitte Br. = 14
" " " D. = 2,9.

Der Streif war in der Querrichtung etwas gekrümmt und ohne seitlichen Randwulst. Darauf ein mittleres Stück von 21 mm Länge herausgesägt und gequellt, zeigte nach 24 h. folgende Masse:

	L. = 29,5	= 40,5 %	Verlängerung	der
in der Mitte	Br. = 20	= 42,8 %	"	Dimensionen
" " "	D. = 5	= 72 %	"	vor der Quellung.

Wie aus den obigen Versuchen sich ergibt, besteht beim Aufquellen der unter den gegebenen Bedingungen getrockneten Streifen stets ein sehr bedeu-

tender Unterschied in dem Quellungsmaass der Dicke und der Breite, ein Unterschied, welcher im Allgemeinen parallel geht mit der in den betreffenden Dimensionen durch das Eintrocknen hervorgerufenen Verkleinerung. Diese erheblichere Verkleinerung und spätere Wiederzunahme der Dicke steht nun einerseits in Zusammenhang mit der Einrichtung der Versuche, bei welchen die Streifenden an Carton angeklebt waren, wodurch bei der Trocknung auch ein Widerstand gegen die Zusammenziehung in der Querrichtung gegeben war, der gegen die Mitte der Streifen ein Minimum erreichte, wesshalb hier auch die stärkste Abnahme der Breite eintrat. Dieser Umstand, wie auch die Bildung eines festeren Randwulstes bei den gewöhnlichen Gelatinestreifen, der wie ein Rahmen den Streifen umzieht, müssen bewirken, dass sich zu dem Zug in der Längsrichtung ein weiterer in der Querrichtung gesellt, durch deren Zusammenwirken sich erklärt, dass die Wabenräume beim Eintrocknen die bedeutendste Verkleinerung in der Dickenrichtung erfahren müssen. —

3. Versuche über das Verhalten gedehnter zelliger oder quellbarer Körper bei verschiedenen Temperaturen etc.

Oben wurde darauf hingewiesen, dass durch Dehnung gestreckte Wabenräume bei einem durch das Vergrösserungsstreben ihres Inhalts hervorgerufenen Druck sich der Normalgestalt wieder nähern, also verkürzen müssen. Diese Voraussetzung auf die quellbaren Körper angewendet, scheint die Möglichkeit zu ergeben, die Richtigkeit der Ansicht über deren wabigen Bau zu prüfen. — Ein durch Belastung gedehnter Körper, dessen Waben eine derartige gestreckte Gestalt angenommen haben, muss sich also verkürzen, wenn wir den Inhalt der Waben, sei es durch Temperaturerhöhung oder sonst wie, zur Ausdehnung bringen; ein solcher Körper muss daher im gedehnten Zustand die Eigenschaft zeigen, welche man zuerst bei Kautschuck wahrgenommen und die Engelmann (1893) neuerdings auch für gequollene Darmsaiten nachgewiesen hat: nämlich sich im gedehnten Zustand bei Temperatursteigerung nicht zu verlängern sondern zu verkürzen.

Es schien mir angezeigt, die allgemeine Richtigkeit der Voraussetzung an gewissen Körpern zu prüfen, welche einen bekannten grobzelligen Bau besitzen. Obgleich dies nicht die ersten derartigen Versuche waren, welche ich vornahm, glaube ich sie doch hier an erster Stelle besprechen zu sollen.

Als geeignet zu solcher Prüfung erschien mir das zellige Mark der Pflanzen, Hollunder- und Sonnenblumenmark. In Alkohol aufbewahrtes derartiges Mark wurde an der Luft völlig ausgetrocknet, so dass alle Zellräume mit Luft gefüllt waren und dann mit scharfem Rasirmesser daraus möglichst regelmässige, aus reinem Mark bestehende Streifen geschnitten. Die beiden Enden eines solchen Streifs wurden in flache, eigens zu diesem Zweck gefertigte Klammern fest eingespannt, von denen die obere aus Messing, die untere aus Aluminium bestand

(Gew. 5,5 gr). Jede Klammer war mit einem gebogenen Häkchen zum Aufhängen, respect. das der unteren zum Anhängen von Gewichten, versehen. Zur Messung der Längenänderung des Streifs diente ein an schwerem Eisengestell senkrecht verschiebbares horizontales Mikroskop; beobachtet wurde mit Seibert's Objectiv No. 0 und einem in 100 Theilstriche getheilten Ocularmicrometer, von dem 1 Theilstrich unter den gegebenen Verhältnissen eine Länge von 0,0175 mm anzeigte. Als Ablesungsmarke diente in der Regel der scharf sichtbare obere Rand der unteren Klammer; nur bei einzelnen, später zu beschreibenden Versuchen wurde auf den Streifen in der Nähe des unteren Endes eine besondere Marke angebracht, meist in der Weise, dass der flache Knopf einer feinen Stecknadel in den Streif eingesteckt wurde. In den meisten Fällen war es möglich, die Stellung der Marke auf einen halben Theilstrich des Mikrometers genau abzulesen. Das obere Ende der Streifen wurde mittels der Klammer an den Arm eines festen eisernen Retortenhalters sicher befestigt und der Streif in ein schmales leeres mit planen oder auch cylindrischen Wänden versehenes Glas eingehängt, so das der untere Rand der oberen Klammer mit dem Rand des Gefässes abschnitt und die Oeffnung des Gefässes durch Pappdeckelstücke möglichst geschlossen. Ein Thermometer tauchte etwa bis in die Mitte des Gefässes ein.

Es war zunächst die Frage zu beantworten, wie sich ein solcher Markstreif in gedehntem Zustand bei Erhöhung der Temperatur verhält. Das Gefäss, in welches der Streif eintauchte, stand auf einem Sandbad und war von unten zu erhitzen; in einem Fall wurde es auch durch blosse Annäherung der Beleuchtungsflamme erwärmt.

Als Resultate ergaben sich bei einem Streif von Hollundermark, dessen L. = 87, Br. = 8 und D. = 6,5 mm und der am unteren Ende mit 15,5 gr belastet war:

a. bei einer Erhöhung der Temp. von 27—40,2° 1,05 mm Verkürzung
b. „ „ „ „ „ „ 23,5—50° 0,875 „ „

Bei Belastung desselben Streifs mit 50 gr:

c. bei Erhöhung der Temp. von 24—38° 0,682 mm Verkürzung.

Ein lufttrockener Streif von Sonnenblumenmark, dessen L. = 84, Br. = 9,5, D. = 1,5 mm, ergab bei einer Belastung von 15,5 gr bei Erhöhung der Tp. von 19—25,2° eine Verkürzung von 1,1550 mm[1]).

Die Resultate dieser Versuche standen demnach ganz in Einklang mit den Erwartungen. Da jedoch die Cellulosesubstanz der Zellwände der Markstreifen eine quellbare Substanz ist, über deren besondere Eigenschaften erst Aufklärung gesucht wird, so schien es mir angezeigt, zur weiteren Bestätigung, dass die gefundene Verkürzung bei Temperaturerhöhung thatsächlich auf der Ausdehnung der Luft im Innern der Zellräume beruhen kann, auch zu versuchen, die Aus-

---

1) Das Genauere über diese Versuche siehe im Anhang in den Tabellen I und II.

dehnung der Luft in anderer Weise, nämlich durch Verdünnung der umgebenden Luft zu bewirken.

Zu diesem Zweck wurde der oben erwähnte Streif von lufttrockenem Sonnenblumenmark (L. = 84, Br. = 9,5, D. = 1,5) in einer weiten Glasröhre an einem quer in derselben angebrachten Messingstäbchen bei 15,5 gr Belastung aufgehängt, das obere Ende der Glasröhre mit gut schliessendem Kautschuckpropf durch den eine rechtwinklig gebogene Glasröhre ging, geschlossen und diese mit der Wasserluftpumpe verbunden. In 2 Versuchen wurden folgende Resultate erhalten, die ich vollständig aufführe.

I. Versuch 27/XII. 94.

	Zeit	Luftdr. cm Hg.	Stand d. unt. Rds. d. Strfs.	
		76	17	
Ausgep.		66	19	Ges. Verkürz. 23 Thlstr. = 0,402 mm.
		56	21	
		46	24	
		36	27	
		26	30 (29)	
		16	32 (31)	
		6	40 (34)	
Luftzutr.	5 h. 10 p.	76	—40	
	ca. 5,30	76	—18	
	7,10	76	—41	
	28/XII. 10 h. a.	76	—32	

II. Versuch 28/XII. 94.

Zeit.	Luftdr.	Stand d. unt. Rds. d. Strfs.	
10 h. 3 a	76	28	
	66	30	Ges. Verkürz. 37 Thlstr. = 0,647 mm.
	56	33	
	46	37	
	36	40	
	26	45	
10,32	16	52	
— 35		51	
— 37		65	
— 38	6	63	
— 40		59	
10,40	16	31	
— 50	15	28	
— 52	30		
— 55		16	
11,0	31	13	
11,0	36		
— 5	36	9	
11,5	47		
— 10	47	3	
— 10	56		
— 15		—2	
— 15	66		
— 20		—6	
— 20	76		
— 25	76	—9	
12,55 p.	76	—7	
6 h. p.	76	—2	

Wie die obigen Versuchsergebnisse zeigen, wurde die Erniedrigung des Luftdrucks succesive um je 10 cm Hg vorgenommen und die Ablesung stets 5 Minuten nach der Herstellung des bezüglichen Drucks vorgenommen. Dabei

zeigte sich bei stärkerer Erniedrigung des Drucks (auf 16 u. 6 cm), dass die eingetretene Verkürzung nicht bestehen blieb, obgleich keine Aenderung des Drucks eintrat, sondern dass sie nach wenigen Minuten zurückzugehen begann. Dies wurde auch auf den beiden Tabellen angedeutet. Den Grund dieser Erscheinung wird man wohl unbedenklich im Luftaustritt aus den Zellräumen suchen dürfen.

Sehr bemerkenswerth erscheint das Verhalten der Streifen bei der Wiederherstellung des gewöhnlichen Luftdrucks, welche bei Versuch I plötzlich, bei Versuch II allmählich, succesive geschah. In beiden Fällen verlängerte sich der Streif beträchtlich über die ursprüngliche Länge hinaus, um sich darauf langsam wieder ein wenig zu verkürzen. In Versuch I betrug diese bleibende Verlängerung 0,957, in Versuch II bei langsamerer Wiederherstellung des normalen Drucks 0,525 mm.

Auch diese Erscheinung dürfte wohl mit dem bei der Luftverdünnung eingetretenen Luftaustritt aus den Zellräumen zusammenhängen; denn wenn das in den gestreckten Zellräumen enthaltene Luftvolum bei der vorhergegangenen Verdünnung durch theilweisen Austritt verringert wurde, so wird das Luftvolum in den Wabenräumen auch nach Wiederherstellung des gewöhnlichen Drucks ein verkleinertes sein und die Zellen werden daher eine noch gestrecktere Gestalt wie ursprünglich annehmen, d. h. die Gesammtlänge des Streifs wird eine grössere werden müssen.

Hinsichtlich des Einflusses der Temperatur habe ich nun Streifen von Gelatine (5 %) untersucht, die einige Zeit mit concentrirter wässriger Lösung von Chromalaun behandelt und darauf gut ausgewaschen worden waren. Durch diese Behandlung wird die Gelatine bekanntlich unlöslich, ohne ihre Durchsichtigkeit und Quellbarkeit zu verlieren und lässt sich daher in Wasser eingetaucht stark erhitzen, ohne sich zu lösen. In gleicher Weise wurden ferner Streifen der schon früher erwähnten Gelatineölemulsion untersucht, die ebenfalls durch Chromalaun unlöslich gemacht worden waren.

Einige Versuche endlich wurden mit gewöhnlicher gequollener Gelatine und mit geronnenem Eiweiss vorgenommen. Bei allen diesen Körpern trat bei Erhöhung der Temperatur (die jedoch nicht über 50—60°) gesteigert wurde, eine ansehnliche Verkürzung ein. Ich will an dieser Stelle die Ergebnisse der Versuche nicht ausführlich darlegen, sondern verweise desshalb auf den Anhang. Beispielsweise führe ich an, dass sich ein Chromgelatinestreifen (5 %) von 34 mm L., 15 Br. und 5,5 D. bei der Erwärmung von 23° auf 40° insgesammt um 1,015 mm, bei einer zweiten Erwärmung von 18 auf 24,6° um 0,192 mm verkürzte. Ein Streifen von Gelatineölemulsion (L. 80,5, Br. 11, D. 3) verkürzte sich bei der Steigerung der Temperatur von 18,5—30° um 0,542 mm, bei einer zweiten Steigerung von 20,5—25° um 0,367 mm. Ein in Wasser aufgequollener Streif gewöhnlicher Gelatine (L. 64, Br. 17, D. ca. 1,8) verkürzte sich bei Steigerung der Tp. von 2—19,9° um 0,385 mm, bei einer zweiten Steigerung von 18,2—23,9° um 0,228 mm. Bei einer Vergleichung der im Anhang mitgetheilten genaueren Tabelle (V) über

diesen Gelatinestreif ergibt sich, dass derselbe gegen sehr geringe Temperaturschwankungen so empfindlich ist, dass er ähnlich wie der trockne lufterfüllte Sonnenblumenstreif zu annähernden Temperaturbestimmungen bis auf $^1/_{10}{}^0$ dienen könnte. — Während bei den untersuchten Chromgelatine- und Chromgelatineemulsionsstreifen bei der Wiederabkühlung in d. R. die Wiederausdehnung nicht unbeträchtlich hinter der Verkürzung zurückblieb, worüber die Tabellen näheren Aufschluss geben, dehnte sich dagegen der Streifen gewöhnlicher Gelatine in den Grenzen der untersuchten Temperaturintervalle wieder ziemlich genau auf die ursprüngliche Länge aus.

Bemerkenswerth verhielten sich in dieser Hinsicht mehrere Streifen von geronnenem Eiweiss, die zwar energische Verkürzung bei Erhöhung der Temperatur von ca. 20—50 % zeigten, bei der Abkühlung dagegen keine oder nur geringe Wiederausdehnung. Der am eingehendsten untersuchte und auch sehr wohl gelungene Streif (L. 97, Br. 15, D. 8) zeigte nach der Aufhängung (unbelastet) in Wasser anfänglich unter fortdauernder Quellung sehr energische Verlängerung, welche hierauf in eine anhaltende, allmählich schwächer werdende Verkürzung überging. Da unter diesen Umständen die Wirkung einer Temperaturerhöhung nur unsicher zu beobachten gewesen wäre, studirte ich den Einfluss einer Temperaturverminderung, welche ein bestimmtes Resultat ergeben konnte. Obgleich sich daher der Streif innerhalb der letzten Stunden vor der Abkühlung noch langsam verkürzt hatte, was jedoch auch theilweise auf einer langsamen Steigerung der Temperatur von 14—17 ^{0} beruht haben kann, dehnte er sich bei der darauf folgenden Abkühlung von 17—9,8 ^{0} um 0,735 mm aus und nach eingetretener Steigerung der Temperatur auf 19 ^{0} war wieder Verkürzung um 0,470 mm eingetreten. Eine zweite spätere Abkühlung von 20 auf 8 ^{0}, während der Streif noch immer in langsamer Verkürzung begriffen war, ergab eine Ausdehnung um 0,420 mm, worauf bei Steigerung der Temperatur die Verkürzung wieder ziemlich energisch begann. — Der Streif, welcher die nun folgenden 2 Tage sich anhaltend weiter verkürzt hatte, wurde hierauf eine Nacht über bei geöffnetem Fenster der Februarkälte ausgesetzt, wobei die Temperatur auf Null sank und eine zarte Eisdecke auf der Oberfläche des Wassers sich gebildet hatte. Der Streif aber hatte sich um nicht weniger wie 3,1 mm verlängert. In den folgenden 5 Tagen trat eine Verkürzung von im Gesammt 3,762 auf. — Nach elftägiger Aufhängung des Streifs in Wasser, dem zur Verhütung der Fäulniss etwas Thymol zugesetzt war, war die Länge ziemlich konstant geworden wie die Tabelle Vc ergibt. Eine Erhöhung der Temperatur von 18 auf 30 ^{0} rief jetzt eine Verkürzung von ca. 0,96 mm hervor, die jedoch bei der Wiederabkühlung nicht völlig zurückging, sondern nur etwa um die Hälfte. Aus den Beobachtungen an dem Streif in dieser späteren Zeit ergibt sich für die Temperatur zwischen 17,7—19,7 ^{0} pro 1 ^{0} C. eine Längenveränderung des Streifs um durchschnittlich 0,0305 mm.

Beachtenswerth ist, dass sowohl die Verkürzungen aller untersuchten Streifen von Gelatine, Eiweiss etc. bei der Erwärmung, als auch die Verlängerungen bei

der Abkühlung nur sehr langsam der Temperatur des umgebenden Wassers folgen, so dass das Maximum der Verkürzung oder Verlängerung erst ziemlich spät nach dem Eintritt der betreffenden Temperaturen erreicht wird, d. h. wenn bei der von mir befolgten Versuchsanordnung die Temperaturen entweder schon wieder stark gesunken, oder bei Abkühlungsversuchen gestiegen waren. Diese Erscheinung erklärt sich wohl hauptsächlich aus dem schlechten Wärmeleitungsvermögen der betreffenden Substanzen, was bedingt, dass die Temperatur der Streifen sehr langsam dem Wechsel der umgebenden Temperatur folgt; wozu sich gesellt, dass die Temperaturunterschiede nur sehr langsam in das Innere der Streifen eindringen dürften.

Kein sicheres Ergebniss wurde bei der Untersuchung von Hollunder- und Sonnenblumenmarkstreifen erzielt, die völlig von Wasser durchdrungen und in Wasser untersucht wurden. Zwar beobachtete ich häufig mässige Verkürzungen bei Erhöhung der Temperatur, jedoch nicht konstant und in genügender Uebereinstimmung, weshalb ich mich schliesslich genöthigt sah, die betreffende Untersuchungsreihe ganz zu verwerfen.

Kein Ergebniss in dem erwarteten Sinn hatten endlich die Untersuchungen an Collodiumstreifen, welche durch Gerinnung von durch Trocknen mässig erhärteten gegossenen Streifen in Wasser hergestellt und hierauf in Wasser oder 40 % Alkohol untersucht wurden. In beiden Flüssigkeiten zeigte sich im Gegentheil, bei einer Belastung von 25 gr und bei häufiger Wiederholung der Versuche, eine schwache Verlängerung bei Erhöhung und eine entsprechende Zusammenziehung beim Rückgang der Temperatur.

Wenn die Volumvergrößerung des Inhalts der gedehnten Waben eine Verkürzung hervorruft und eine Minderung eine Verlängerung, so war zu erwarten, dass sich, dieser Voraussetzung entsprechend, auch auf osmotischem Wege Ausdehnungen oder Verkürzungen der Streifen hervorrufen lassen müssen, welche die Voraussetzung bestätigen. In einigen Fällen hat die Beobachtung denn auch diese Annahme bestätigt, in anderen dagegen nicht, oder das erwartete Resultat wurde durch anderweitige, vorerst nicht sicher zu beurtheilende Verhältnisse verdeckt.

Wurde ein von Wasser völlig durchdrungener, schon längere Zeit in Wasser bei einer Belastung von 15,5 gr aufgehängter Streifen von Sonnenblumenmark (L. 111, Br. 6, D. 4,6) in 15 % NaCl-lösung gebracht, indem das Wasser vorsichtig abgelassen und durch NaCl-lösung ersetzt wurde, so trat in ca. 5 h. eine Ausdehnung um 0,317 mm auf. Als hierauf die Salzlösung wieder durch Wasser ersetzt wurde, folgte einer kurzen Ausdehnung von 0,0875 mm eine Zusammenziehung um 0,0525 mm, die sich jedoch im Laufe des Tages wieder verlor. Dann wieder in 15 % NaCl-lösung versetzt; in 10 h. eine Ausdehnung von 0,1400 mm. — Jetzt wurde der Streif nur mit 5,5 gr belastet und, nachdem er keine Verkürzung mehr zeigte, wieder in Wasser versetzt, was in 11 h. eine Verkürzung um 0,192 mm hervorrief.

Aehnliche Resulte gab ein in Wasser unbelastet aufgehängter, gequollener

Streif gewöhnlicher Gelatine (L. 64, Br. 17, D. ca. 1,8 mm). Ueberführung aus Wasser in 15 % NaCl-lösung bewirkte hier in 7 h. eine Ausdehnung um 0,490 mm; wurde hierauf wieder in Wasser übergeführt, so trat in den ersten 2 Stunden eine bedeutende Ausdehnung von 2,695 mm ein, der in den folgenden 24 h. eine Wiederzusammenziehung von 1,295 mm folgte.

Schon früher hatte ein Versuch mit einem Streif von Hollundermark, der von gesättigter NaCl-lösung durchdrungen und dann mit 55 gr belastet aufgehängt war ein ähnliches Resultat ergeben. Wurde dieser Streif in Wasser versetzt, so dehnte er sich sehr rasch um ca. 2,5 mm aus, um sich dann im Verlauf von 17 h. um 0,350 mm zusammenziehen. — Während demnach die Ergebnisse bei der Ueberführung des Sonnenblumen- und des Gelatinestreifs in 15 % NaCl-lösung der Voraussetzung entsprachen, dass durch eine osmotische Verkleinerung des Wabenvolums eine Verlängerung der gedehnten Streifen herbeigeführt werden müsse, hat sich die umgekehrte Erwartung nur in beschränkter Weise bestätigt, indem meist zuerst beträchtliche Ausdehnung eintrat und die erwartete Verkürzung sich erst später geltend machte. Es zeigt sich daher ein ähnliches Verhalten, wie es oben schon für den in Wasser unbelastet aufgehängten Eiweissstreif geschildert und schon dort als von energischer Quellung herrührend aufgefasst wurde.

Wenn bei schwach gedehnten Waben eine bedeutende Anschwellung des Inhalts eintritt, welche die, unter den gegebenen Bedingungen mögliche Verkürzung schnell hervorruft, jedoch eine darüber hinausgehende Volumvergrößerung des Wabeninhalts bewirkt, so muss mit letzterer eine Ausdehnung, wie bei der gewöhnlichen Quellung im ungedehnten Zustand, verbunden sein. Erst in dem späteren, allmählich sinkenden Stadium dieser Volumzunahme der Waben, und wahrscheinlich in Verbindung mit der durch dieselbe bewirkten Verdünnung der Wabenwände und der dabei wirksamer werdenden Dehnung, wird wieder eine langsame und verhältnissmässig geringere Zusammenziehung auf Grundlage der schon dargelegten Prinzipien eintreten können.

4. Einiges über die Auspressung von Flüssigkeit aus gequollenen Körpern.

Es unterliegt keiner Frage, dass für die Beurtheilung der besonderen Eigenthümlickeiten gequollener Körper die Möglichkeit, aus ihnen auf mechanischem Wege einen beträchtlichen Theil der Quellungsflüssigkeit hervorzupressen, von besonderer Bedeutung ist. Die älteren Angaben hierüber beziehen sich auf gequollene thierische Gewebe; später hat J. Reinke (1879) bei seinen Untersuchungen über die Quellung des Laubes der Alge Laminaria einige Angaben gemacht, welche im Allgemeinen zeigen, dass hier sehr grosse Druckkräfte nöthig sind, um Flüssigkeit hervorzupressen und dass mit der Zunahme der Quellung der zur Auspressung nöthige Druck sinkt. — Ueber gleichmässig beschaffene quellbare Körper liegen, soviel mir bekannt überhaupt keine Angaben vor, so dass das Wenige, was ich darüber berichten kann, trotz seiner Unvollständigkeit

erwähnenswerth sein dürfte. Besondere Apparate und Vorrichtungen, wie sie zur systematischen Prüfung dieser Frage nöthig erscheinen, besitze ich nicht, weshalb ich namentlich höhere Druckkräfte, die bei der Untersuchung der schwächeren Quellungsgrade nothwendig werden, vorerst nicht anwenden konnte.

Gewisse gequollene Körper zeichnen sich dadurch aus, dass sie schon bei sehr mässigem Druck Flüssigkeit abgeben. Bekannt ist, dass geschmolzene Agar-Agargallerte bei dem Erstarren wässerige Flüssigkeit auspresst, während Gelatine dies nicht thut. In gleicher Weise lässt sich denn auch aus 5 % Agargallerte schon zwischen den Fingern durch verhältnissmässig nicht starken Druck wässerige Flüssigkeit hervorpressen. Noch auffallender ist dies, wenn 1 % Agargallerte in der oben geschilderten Weise in Xylol oder Chloroform übergeführt worden ist; dann genügt schon der schwächste Druck beim Anfassen, um die inbibierte Flüssigkeit in reichlicher Menge hervortreten zu lassen. Wesentlich verschieden verhält sich gewöhnliche Gelatinegallerte. Bei keinem der untersuchten Procentgehalte war es möglich, durch den Fingerdruck Flüssigkeit zu entleeren, stets barst und zerbröckelte die Gallerte, bevor sich Flüssigkeit zeigte. Die gleiche Erfahrung wurde auch mit 10 % Gelatine gemacht, die in einem unten halbkuglig abgerundeten und etwas geöffneten Rohr vor der Luftpumpe der Wirkung des bis 60 cm Hg ansteigenden Luftdrucks ausgesetzt wurde. Die Gelatine wurde allmählich durch die Oeffnung halbkuglig hervorgequetscht, doch keine sichtliche Spur ausgepresster Flüssigkeit wahrgenommen.

Eigenthümlicher Weise verhält sich dagegen die mit Chromalaun unlöslich gemachte Gelatinegallerte wesentlich anders. 5 % derartige Gallerte, welche sehr gut ausgewässert war, zeigte beim Pressen zwischen den Fingern ganz ebenso wie die gewöhnliche Agargallerte deutlichen Austritt von Flüssigkeit, die sich zuerst in feinsten Pünktchen bemerkbar machte, welche dann zu grösseren Tröpfchen zusammenschmolzen, so dass schliesslich die ganze Oberfläche der Gelatine von Flüssigkeit bedeckt war. — Die vorhin mitgetheilte Erfahrung über die gewöhnliche Gelatinegallerte erscheint um so eigenthümlicher, als es, wie ich schon früher kurz berichtete (1892, 2 p. 2—3), auf etwas anderem Wege leicht gelingt, ihr bei verhältnissmässig niederem Druck Wasser zu entziehen, wenn man nämlich die Gelatingallerte in eine feuchte Thonzelle eingiesst, hier erstarren lässt und die gefüllte Thonzelle hierauf vor der Wasserluftpumpe der Absaugung unterwirft. Doch gelingt der Versuch auch, wenn man die Gelatinegallerte zu Brei zerreibt und diesen in die feuchte Thonzelle füllt. Erforderlich für das Gelingen des Versuchs ist jedoch, wie bemerkt, dass die Thonzelle mit Wasser getränkt ist; in eine völlig trockene Thonzelle eingefüllter Brei von $2^1/_2$ % Gelatine gab wenigstens trotz langer Absaugung vor der Luftpumpe keine Spur von Flüssigkeit ab. Auf dem angegebenen Wege erhält man, wie gesagt, aus Gallerten, die bis zu 10 % Gelatine enhalten, reichlich Flüssigkeit vor der gewöhnlichen Wasserluftpumpe, also unter einen Druck der bis ca. 70 cm Hg betrug. — Bei genauerer Untersuchung einer 10 % Gelatine liess sich bei sehr allmählig steigendem Druck feststellen, dass der Austritt der

Flüssigkeit schon bei etwa 40 cm Hgdruck beginnt; bei 5 % Gallerte trat schon bei 10 cm Hgdruck die erste Flüssigkeit aus. Hieraus lässt sich wohl mit Bestimmtheit schliessen, dass auch Gallerten von wesentlich höherem Gehalt als 10 % vor der Wasserluftpumpe noch Flüssigkeit entzogen werden muss. Immerhin wird jedoch bei steigendem Procentgehalt bald der Punkt eintreten, wo dies nicht mehr möglich ist, da nämlich bei 20 % Gelatine der Druck einer Atmosphäre hierzu nicht mehr ausreicht. Ich habe versucht, durch Anwendung comprimirter Luft in einem zu diesem Zweck konstruirten primitiven Apparat, bei welchem eine gewöhnliche Luftpumpe als Compressionspumpe verwendet wurde, den Druck annähernd festzustellen, welcher zum Auspressen von Flüssigkeit aus 20 % Gelatine in einer Thonzelle nöthig ist. Leider gelang dies wegen der Mangelhaftigkeit des Apparates nicht nach Wunsch; doch liess sich bei ca. 2½ Atmosphärendruck noch kein Austritt von Flüssigkeit aus der Thonzelle wahrnehmen. Es muss also bei höheren Procentgehalten der nothwendige Druck verhältnissmässig rasch zunehmen. — Die Quantität der auf die angegebene Weise auspressbaren Flüssigkeit ist sehr ansehnlich und hängt natürlich von dem Wassergehalt der verwendeten Gallerte ab. Während der Absaugung nimmt die Menge der austretenden Flüssigkeit allmählich sichtlich ab, doch dauert es verhältnissmässig lange bis der Wasseraustritt völlig aufhört. Bei 2 Versuchen mit 5 % und 10 % Gallerte musste beide Male ca. 48 Stunden andauernd abgesaugt werden, bis weiteres Saugen keinen Erfolg mehr hatte. Ich überzeugte mich von letzterer Thatsache dadurch, dass die Thonzelle aus dem Glaskölbchen, in dessen Hals sie durch ein passendes Stück dicken Kautschuckschlauchs luftdicht eingesetzt war, rasch herausgenommen, mit feinen Papier äusserlich schnell und gut abgetrocknet und sodann weiterer Absaugung unterworfen wurde. Im Allgemeinen halte ich dieses Verfahren für sicherer wie die Wägung der Thonzelle nebst Inhalt, was ich früher auch versucht habe; eine eigentliche Konstanz des Gewichtes liess sich, obgleich eine Verdunstung aus der Thonzelle dadurch möglichst vermieden war, dass ein Röhrchen mit Wasser derselben vorgelegt wurde, nicht erreichen. Bei jeder neuen Wägung zeigte sich ein kleiner Verlust (schliesslich von 1—2 Centigramm), obgleich jedenfalls die eigentliche Wasserauspressung schon aufgehört hatte. Um eine Vorstellung von der allmählichen Abnahme des Flüssigkeitsaustritts zu geben, führe ich hier die Resultate eines Versuchs mit 10 % Gallerte auf, der etwas Carbolsäure zur Verhütung von Fäulniss zugesetzt worden war.

10 % Gelatine angewendet 4,639 gr

1. Absaug.	21	Stunden	. . . .	Verlust	1,420 gr
2. „	10¾	„	. . . .	„	0,229 „
3. „	12½	„	. . . .	„	0,170 „
4. „	12	„	. . . .	„	0,128 „
5. „	12	„	. . . .	„	0,061 „
6. „	12	„	. . . .	„	0,040 „
7. „	12	„	. . . .	„	0,060 „
8. „	9	„	. . . .	„	0,089 „

Wie bemerkt, möchte ich auf die Ergebnisse der späteren Absaugungen keinen besonderen Werth legen. Die Verdunstung war bei diesem Versuch durch ein vorgelegtes Wasserrohr möglichst gehindert und auch in den Kolben, in welchen die Thonzelle hineinragte, schon von Anfang an etwas Wasser gegeben worden, um auch hier Verdunstung zu hindern.

Die bei diesem Versuch in der Thonzelle schliesslich zurückgebliebene lederartige Gelatine wurde bei 80° C. getrocknet und gewogen, wonach sie einer 29,69 % Gallerte entsprach.

Bei den beiden schon oben erwähnten Versuchen mit 5 % und 10 % Gallerte, bei welchen die Absaugung so lange fortgesetzt wurde, bis kein Wasseraustritt aus der Thonzelle mehr zu bemerken war, wurde die Verdunstung aus der Thonzelle während der Dauer des Versuches, die ca. 48 h. betrug, dadurch möglichst zu verhindern gesucht, dass die obere Oeffnung der Zelle mit einem dichten Propf sterilisirter Watte dauernd verschlossen gehalten wurde. In diesen beiden Fällen stellte ich den Wassergehalt der rückbleibenden Gelatine durch Trocknen bei 120° C. fest, wobei sich ergab, dass aus der 10 % Gallerte eine solche von 24,97 %, aus der 5 % dagegen eine solche von 26,77 % geworden war. Da die Trocknung bei dem ersterwähnten Versuch nur bei 80° C. vorgenommen worden war, so liegt die Möglichkeit vor, dass hier der Procentgehalt der rückbleibenden Gallerte zu hoch gefunden worden war und die Annäherung zwischen den Ergebnissen der 3 Versuche dürfte daher, in anbetracht der mannigfachen Fehlerquellen, doch eine ziemlich auffallende sein. — Besonders bemerkenswerth scheint jedoch der Umstand, dass beim Auspressen der 5 % wie der 10 % Gallerte eine annähernd gleich wasserhaltige von ca. 25 % restirte, während wir früher fanden, dass schon aus einer 20 % Gallerte durch die verfügbaren Druckkräfte überhaupt keine Flüssigkeit hervorzupressen ist. Ich glaube, dass dieser Thatsache eine gewisse Wichtigkeit für die Beurtheilung der Form und Art, wie das Wasser in der Gallerte enthalten ist zukommt und ich werde darüber später noch einiges zu bemerken haben.

Wenn auch durch diese Versuche, welche nur mit relativ niederen Druckkräften angestellt werden konnten, die wichtige Frage nicht entschieden werden konnte, ob das Wasser der Gallerte sich gegenüber Druckkräften in verschiedener Weise verhält, d. h., ob nur ein Theil des Wassers durch Druck herausgepresst werden kann, während der andere dem Druck widersteht, so scheinen mir die Ergebnisse der mitgetheilten Versuche doch in diesem Sinne zu sprechen.

Schon bei früherer Gelegenheit (1892, 2, p. 2—3 und 1893 p. 3) konnte ich berichten, dass die aus gequollenen Körpern hervorgepresste Flüssigkeit stets eine gewisse, wenn auch geringe Menge der betreffenden Substanz gelöst enthält. Diese Thatsache wurde namentlich für Gelatine, weiterhin jedoch auch für geronnenes Eiweiss, Stärkegallerte und neuerdings auch für Agargallerte erwiesen. Ein Versuch mit in Wasser gequollener, zuvor gut gereinigter Baumwolle, aus welcher in einer Thonzelle Flüssigkeit abgesaugt wurde, ergab dagegen kein nennenswerthes Resultat, indem die gesammelten 3,640 gr Flüssigkeit nur 0,0006 gr

Trockensubstanz hinterliessen, was mir nicht genügend erscheint, um daraus auf eine schwache Lösung bei der Quellung zu schliessen. Bei den ersterwähnten vier quellbaren Substanzen hingegen liess sich sicher nachweisen, dass der beim Verdampfen der Flüssigkeit verbleibende Rückstand wirklich, wenigstens zu einem erheblichen Theil, aus der betreffenden Substanz besteht.

Die Menge der gelösten Substanz in dem abgesaugten Wasser ist stets eine verhältnissmässig geringe und auch ziemlich schwankend. So enthielt die aus 5 % Gelatinegallerte abgesaugte Flüssigkeit einmal 0,46 %, ein zweites Mal 0,16 % fester Substanz; die aus $2^1/_2$ % Gelatine abgesaugte sogar nur 0,085 %. Die aus filtrirtem und hierauf in der Thonzelle geronnenem Hühnereiweiss erhaltene Flüssigkeit enthielt 1,76 %, die aus einer 5 % Lösung von getrocknetem Hühnereiweiss auf dieselbe Weise erzielte Flüssigkeit 1,35 %. — Aus einer 5 % Gallerte von Weizenstärke wurde Flüssigkeit mit 0,24 % Trockensubstanz erhalten.

Es schien mir wichtig zu untersuchen, ob bei wiederholter Aufquellung und Absaugung das aufgenommene Wasser andauernd von der quellbaren Substanz auflöst. Da ein solcher Versuch längere Zeit fortgesetzt werden musste und die vorstehend erwähnten quellbaren Körper sich hierzu wenig eignen, da sie leicht in Fäulniss übergehen, so benutzte ich Agargallerte, welche viel beständiger ist. Eine 2—3 % Agargallerte wurde nach einander in der Thonzelle 5 Mal abgesaugt und zwar je 24 h. Zwischen je 2 Saugungen wurde die Thonzelle in ein Gläschen mit destillirtem Wasser eingestellt, bis die in ihr enthaltene Gallerte wieder völlig aufgequollen war, hierauf äusserlich sorgfältig abgetrocknet und auch etwa ins Innere gedrungenes Wasser sorgfältig entleert. Während dem Absaugen war die obere Öffnung der Zelle durch ein mit sterilisirter Watte gefülltes, fein ausgezogenes Röhrchen verschlossen, um das Eindringen von Bacterien möglichst zu verhüten. Es liess sich denn auch während der Dauer des Versuches keine Veränderung der Gallerte wahrnehmen. Die Ergebnisse dieses Versuchs gibt die folgende Tabelle.

2—3 % Agargallerte:

	Dauer.	Abges. Flüssigkeit.	fester Rückstand bei 120° getr.	% Gehalt an fest. Subst.
1. Absaugung	24 h.	1,4738 gr	0,0060 gr	0,4 %
2. „	„	1,3678 „	0,0036 „	0,26 %
3. „	„	1,5394 „	0,0026 „	0,17 %
4. „	„	2,1520 „	0,0028 „	0,13 %
5. „	„	1,5964 „	0,0020 „	0,125 %
Gesammt			0,0170 gr	

Aus diesem Versuch folgt demnach, dass auch bei fortgesetztem Aufquellen und Absaugen das abgesaugte Wasser aufgelöstes Agar enthält. Das erhebliche Sinken des Procentgehalts bis zur 4. Absaugung dürfte wohl darauf beruhen, dass bei der erstmaligen Bereitung der Gallerte, unter Anwendung von Wärme, das

eingeschlossene Wasser grössere Mengen von Agar gelöst enthält, die erst allmählich bei wiederholter Absaugung entfernt werden, während bei der gewöhnlichen Aufquellung in kaltem Wasser viel weniger Agar in Lösung geht. Immerhin zeigen die Ergebnisse der 4. und 5. Absaugung eine so nahe Uebereinstimmung, dass damit die Konstanz erreicht scheint [1]).

5. Allgemeine Betrachtungen über die Bedingungen und Ursachen der Quellbarkeit.

Wie ich schon in den einleitenden Worten zu dieser Mittheilung hervorhob, entstanden die vorliegenden Untersuchungen im Hinblick auf die Frage nach dem Zusammenhang der Quellung mit den von mir nachgewiesenen oder wahrscheinlich gemachten besonderen Structuren quellungsfähiger Körper. Zur Verfolgung eines solchen Zusammenhangs hatte ich um so mehr Veranlassung, als es mir bei meinen Studien über die in besonderer Weise hergestellten Oelseifenschäume von mikroskopisch feiner Structur zu zeigen gelungen war, dass derartig gebaute flüssige Körper sich wie quellbare verhalten, da es möglich ist, ihre kleinen, von wässriger Lösung erfüllten Wabenräume auf osmotischem Wege zu vergrössern oder zu verkleinern, d. h., dass man sie in geeigneten Flüssigkeiten unter Aufnahme von Wasser anschwellen und in umgekehrter Weise durch Wasserentziehung zusammenschrumpfen lassen kann (1892, p. 27). Der Entstehungsprocess solcher Schäume aus seifenhaltigem Oel, der sich als ein sogen. Entmischungsvorgang vollzieht, verläuft ja auch unter bedeutender Volumvergrösserung, also mit den Erscheinungen einer Aufquellung.

Schon diese Erfahrungen mussten es nahe legen, zu erwägen, ob nicht auch für die Quellbarkeit überhaupt ähnliche Bedingungen maassgebend seien, was um so wahrscheinlicher war, als eine Reihe von Beobachtungen vorlagen, welche für eine analoge feine Structur der quellbaren Körper sprachen.

Die Ansichten über die besonderen Eigenthümlichkeiten der quellbaren Körper, denen sie, im Gegensatz zu den nichtquellbaren, ihre characteristischen Eigenschaften verdanken, und damit auch die Erklärungsversuche des Quellungsvorganges überhaupt, waren bis jetzt wesentlich zweierlei Art. Einerseits vermuthete man, dass diese Erscheinung durch eigenartige feinste Structurverhältnisse verursacht werde, nämlich dadurch, dass die Substanz des quellbaren Körpers nicht homogen, sondern von einem System feinster, im trocknen Zustand mit Luft erfüllter Lückenräume durchsetzt sei, von Poren oder Porenkanälchen, deren Erfüllung und gleichzeitige Erweiterung durch die eindringende Quel-

1) Damit kein Zweifel besteht, ob der in der Pressflüssigkeit gelöste Körper wirklich Agar oder eine durch Wasserwirkung aus demselben entstehende verwandte Substanz ist, bemerke ich, dass sich der Rückstand im Wasser beim Erwärmen leicht löst, mit Alkohol oder Gerbsäure eine weisse Fällung gibt, von Bleizucker dagegen nicht gefällt wird. Mit Jod nahm die Lösung keine besondere Färbung an.

lungsflüssigkeit die Volumvergrösserung bei der Aufquellung hervorrufe. Bis zum Auftreten Nägeli's scheint diese Ansicht wohl allgemein verbreitet gewesen zu sein. Wir begegnen wenigstens überall der Vorstellung, dass die quellbaren Körper porös seien und dass ihre Flüssigkeitsaufnahme auf dieser Eigenschaft beruhe; sei es, dass die Flüssigkeitsaufnahme nur als eine Capillaritätserscheinung, d. h. als ein Eindringen in die Poren und Porenkanäle durch Capillaranziehung erklärt wurde, sei es, dass dazu noch besondere Anziehungskräfte zwischen der Flüssigkeit und den Molekülen der quellbaren Substanzen, die man sich ähnlich der chemischen Anziehuug oder Affinität dachte, ins Spiel kämen. Von Vertretern dieser Anschauung möchte ich hier nur Chevreul (1821), Liebig (1848) und Ludwig (1849) anführen, die sich von den besonderen Eigenschaften der quellbaren Körper durch eigene Untersuchungen zu unterrichten suchten.

Die Vorstellung, welche man sich auf dieser Grundlage von den besonderen Structurverhältnissen der fraglichen Substanzen bildete, war demnach im Allgemeinen die eines äusserst feinen schwammigen Gerüstes, in dessen Lückenräume die Quellungsflüssigkeit eindringe. Durch eine solche Vorstellung wurden also die quellbaren Körper einer Reihe anderweitiger Substanzen an die Seite gesetzt, wie Sand, Sandstein, Thon, poröser Gyps, Bimsstein, amorphe Kieselsäure und zahlreiche andere, bei welchen unter geeigneten Bedingungen gleichfalls eine Flüssigkeitsaufnahme und -abgabe nachweisbar ist, und für welche gleichzeitig, wenigstens in einer Anzahl Fälle, sicher gezeigt werden kann, dass diese Eigenschaft auf poröser Beschaffenheit beruht, nämlich auf dem Umstand, dass diese Substanzen aus lose zusammengelagerten kleinen Fragmenten oder durch Zusammenbacken solcher Fragmente, unter Erhaltung eines Systems feiner Lückenräume zwischen ihnen entstanden sind. — Ein wesentlicher Umstand unterschied jedoch diese sicher porösen, Flüssigkeit aufnehmenden Körper von den eigentlich quellbaren, nämlich der, dass sie bei der Flüssigkeitsaufnahme- und -abgabe keine Volumschwankungen zeigen. Eine scharfe Scheidung dieser beiden Arten flüssigkeitsaufnehmender Körper finden wir schon bei Nägeli (1858 p. 332, p. 342); auch Fick (1866) betonte ihre Verschiedenheit. Letzterer hält zwei Arten der Imbibition scharf auseinander, nämlich 1) die capillare oder die der porösen Körper, wie sie der Badeschwamm[1]) und poröser Thon, ohne Volumzunahme und mit Austritt von Luft, zeigen und 2) die eigentliche Quellung, bei welcher keine Luft aus dem quellbaren Körper austrete und das Volum zunehme. Aehnlich spricht sich auch Reinke (1879) aus. — Wenn nun fernerhin berücksichtigt wird, dass in den eigentlichen quellbaren Körpern, selbst mit den stärksten Vergrösserungen keine poröse Strucktur zu erkennen war, so ist erklärlich, dass sich die Ansicht von einer tieferen, principiellen Verschiedenheit der beiderlei flüssigkeitsaufnehmenden Körper allmählich ausbildete, wie sie von Nägeli (1858) bei seiner

1) Wie schon Nägeli (1858) richtig hervorhob, gehört jedoch der Badeschwamm zu den beiden Kategorien, da sein Gerüst aus einer quellbaren Substanz besteht.

umfassenden Untersuchung der quellbaren Stärkekörner zuerst mit viel Scharfsinn und Gelehrsamkeit entwickelt und auf die quellbaren Substanzen überhaupt ausgedehnt ja gewissermassen zu dem Charakter der organisierten Substanzen überhaupt erhoben wurde. In den biologischen Wissenschaften, insbesondere der Botanik, hat sich diese Nägeli'sche Molekulartheorie der Quellung und der quellbaren Substanzen grosse und weitverbreitete Anerkennung errungen, was bei dem Scharfsinn, mit welchem diese Lehre alle einschlägigen Fragen zu lösen bestrebt war, erklärlich ist. Die hervorragendsten physiologischen Botaniker, so Schwendener, Sachs, Pfeffer u. Andere, wie auch Reinke in seinen der Quellung besonders gewidmeten Studien, stellten sich auf den Boden dieser Hypothese. Bei den Physikern von Fach hingegen, welche sich zwar im Allgemeinen nicht viel mit diesen, meist leicht veränderlichen und unsicheren quellbaren Körpern beschäftigten, scheint dagegen die frühere Meinung festeren Bestand behalten zu haben. Wenigstens finde ich, dass Jamin (1860) die Ansicht von dem porösen Bau festhält, und Lehmann in seiner Molekularphysik die Annahme eines schwammigen Baues für wahrscheinlich erklärt (1888 I, p. 525)[1]), während Guthrie (1876) und Quincke (1889 p. 207, 1894 p. 616—619) geneigt sind, einen feinen schaumig-lamellösen Bau anzunehmen[1]). Eine Neigung, die Molekulartheorie Nägeli's und seiner Anhänger zu acceptiren, scheint auf physikalischer Seite nicht besonders hervorzutreten, vielleicht in der Erwägung, dass bei dem Mangel einer einigermassen genügenden und allseitig befriedigenden Molekulartheorie der nichtquellbaren anorganischen Körper, die Aussichten für eine solche Theorie der zweifellos complicirteren quellbaren organischen und organisirten Substanzen noch viel geringere sein dürften.

Nägeli's Lehre der Quellung sucht diese Erscheinung in Zusammenhang zu bringen mit einer uns bekannten anderweitigen Beziehung zwischen festen und flüssigen Körpern, nämlich mit der Lösung der festen Körper in Flüssigkeiten. Wie hier eine Anziehung zwischen den Molekülen des Gelösten und des Lösungsmittels als Ursache angenommen werden müsse, so seien auch bei der Quellung derartige Molekularanziehungen das Wirksame. Es scheint gleichgültig, ob wir von Molekülen oder von zu höheren Gruppen vereinigten Molekülen, sog. Micellen oder Tagmen, als den kleinsten Theilchen der quellbaren Körper reden; ich werde die letzteren daher auch weiterhin als Moleküle bezeichnen. Die Quellungserscheinungen sind nach Nägeli nun etwa aufzufassen, wie eine Lösung der Quellungsflüssigkeit in dem quellbaren Körper; jedes Molekül des

1) Da ich bald nach Quincke's erster Mittheilung von 1889, nämlich 1892 (1. p. 216—218), den schaumartigen Bau der Gallerten zu erweisen suchte, so möchte ich nicht unterlassen, das, was Qu. darüber vor mir 1889 bemerkte, in extenso mitzutheilen. Es lautet (p. 207): „Ebenso glaube ich gelatinöse Substanzen wie Leim und andere Gallerte für Flüssigkeit, in der sich viele unsichtbare dünne Scheidewände von festen oder flüssigen Lamellen befinden, halten zu sollen". Ich bemerke noch, dass Nernst in seiner „Theoretischen Chemie" ähnlich Lehmann für einen schwammig gerüstförmigen Bau der quellbaren Substanzen eintritt und die Quellung auf capillares Eindringen des Quellungsmittels zurückführt.

letzteren umgebe sich bei der Aufquellung mit einer Anzahl Wassermoleküle, die eine Hülle um es bildeten. Die Dicke dieser Hülle werde unter den gegebenen Bedingungen dadurch bestimmt, dass die Anziehung der Moleküle des quellbaren Körpers zu denen des Wassers in der Entfernung rascher abnehme wie die jener Moleküle unter sich, wesshalb also, nachdem die Wasserhüllen eine gewisse Dicke erreicht haben, die Anziehung von Molekül zu Molekül der quellbaren Substanz grösser sein muss, wie die zu weiteren Wassermolekülen und daher ein weiteres Eindringen von Wassermolekülen oder das Wachsthum der Wasserhüllen aufhören muss. Aus dieser Darlegung ergibt sich also, dass Nägeli den Quellungsvorgang ähnlich einer Lösung der Quellungsflüssigkeit in dem quellbaren Körper auffasst und daher auch die gequollenen Körper bei der Zugrundelegung dieser Theorie als feste Lösungen hätten bezeichnet werden dürfen. Den festen Aggregatzustand des gequollenen Körpers, im Gegensatz zu dem flüssigen der in ihrer Molekularkonstitution nicht unähnlichen Lösungen sucht Nägeli, analog den Ideen über die Bedingungen des festen Aggregatzustands überhaupt, darin, dass die Anziehungskräfte zwischen den von ihrer Wasserhülle umgebenen Molekülen in verschiedenen Richtungen ungleich gross seien, was seinerseits wieder vermuthlich daher rühre, dass die Gestalt dieser Moleküle nicht kuglig sondern polyedrich sei. — Als eine Consequenz dieser Theorie der quellbaren Körper scheint mir, hätte auch eine entsprechende der eigentlichen Lösungen gegeben werden müssen, worauf Nägeli nur wenig eingeht; und zwar hätte, um den Gegensatz zwischen den wirklichen Lösungen und den festen Lösungen der gequollenen Körper hervortreten zu lassen, diese Theorie der Molekularkonstitution der eigentlichen Lösungen den Unterschied der letzteren von den gequollenen Körpern consequenter Weise darin suchen müssen, dass bei den Lösungen den Molekülen des Lösungsmittels, also z. B. denen des Wassers, dieselbe Rolle zukomme, wie jenen des quellbaren Körpers bei der Quellung. Bei der wirklichen Lösung müssten sich die Wassermoleküle in ähnlicher Weise mit Hüllen aus Molekülen der gelösten Substanz umgeben. Dagegen halte ich es für unmöglich, wenn Nägeli sich vorstellt, dass auch in gewöhnlichen Lösungen die Substanzmoleküle mit Wasserhüllen umgeben seien (p. 341). Bei einer solchen Annahme würde nämlich eigentlich jeder Unterschied zwischen einer wirklichen Lösung und einem gequollenen Körper schwinden und es wäre einerseits nicht einzusehen, warum die Lösung einen flüssigen Aggregatzustand im Gegensatz zu dem gequollenen Körper besitzt und andererseits auch nicht zu begreifen, warum die löslichen Körper sich eben im Gegensatz zu den quellbaren lösen und nicht ebenfalls nur aufquellen. Indem ich diese Erörterungen hier einschalte, will ich damit in keiner Weise etwa aussprechen, dass ich eine solche Theorie der Lösungen für aussichtsvoll halte, sondern es schien mir nur angezeigt, dieses Verhältniss der Nägeli'schen Lehre zu der Auffassung der wirklichen Lösungen zu besprechen.

Für Nägeli's Theorie war es nothwendig zu begründen, wesshalb die frühere Meinung, dass die quellbaren Körper ihre besonderen Eigenschaften einem

schwammig-porösen Bau verdanken, nicht haltbar sei. Er geht auf diesen, meiner Meinung nach wichtigsten Punkt nur sehr kurz ein (p. 342), indem er namentlich auf den Mangel der Volumzunahme bei den inbibitionsfähigen Körpern wie Gyps, Kreide etc. hinweist. Ferner betont er besonders, dass sich aus den letzteren Körpern Flüssigkeit auspressen lasse, aus den gequollenen Gallerten dagegen nicht (speziell angeführt werden die von Algen) und endlich, dass die Voraussetzung eines „maschigen Gerippes" in der quellbaren Stärke oder Cellulose einen hohen Grad von Dehnbarkeit dieser Substanzen bedingen müsse, was doch grade für Cellulose und Stärke nicht zutreffe. Was zunächst diesen letzteren Einwand betrifft, so kann ich seine Beweiskraft nicht verstehen, da es einerseits zahlreiche poröse imbibitionsfähige Körper gibt, die sich keineswegs durch besondere Dehnbarkeit auszeichnen und andererseits bekanntermassen grade die quellbaren Körper in der Regel im gequollenen Zustand eine sehr erhebliche Dehnbarkeit besitzen. Der Einwand bezüglich der Nichtauspressbarkeit der Quellungsflüssigkeit wäre gewiss entscheidend, wenn er richtig wäre. Als Nägeli seine Theorie aufstellte, war zwar durch die Untersuchungen von Chevreul (1821), Liebig (1848) und Ludwig (1849) schon bekannt, dass aus gequollenen thierischen Geweben, wie Sehnen, Bändern (Chevreul), und thierischen Häuten (ohne genauere Angabe, Ludwig) ein erheblicher Theil der Quellungsflüssigkeit ausgetrieben werden kann. — So konnte Chevreul mit einer Papierpresse aus 100 Gewichtsth. Sehnen 37,6, aus 100 Gewth. Ligamenta flava 35 Th. Wasser auspressen. — Immerhin liess sich gegen diese Erfahrungen einwenden, dass derartige Gewebe nicht einfache gequollene Körper seien, sondern schwammige oder poröse quellbare, d. h. also gemischter Natur, analog etwa dem Skeletgerüst des Badeschwamms, das Nägeli ganz richtig beurtheilt, wenn er ihm einen solch' gemischten Charakter zuschreibt, d. h. von schwammigem Gerüstbau und daher durchdringlich und imbibitionsfähig, dabei jedoch die Substanz des Gerüstwerks selbst quellbar. Auch Fick (1866) betonte, dass zahlreiche quellbare Gewebe des Thierkörpers wohl einen derartigen gemischten Character besässen. Reinke konnte später (1879) auch aus dem gequollenen Laub der Laminarien bei Anwendung relativ hoher Druckkräfte Wasser auspressen; doch lässt sich auch für dieses Material der Einwand erheben, dass es nicht aus einer gleichmässigen gequollenen Substanz bestehe, sondern möglicherweise einen gemischten Character besitze.

Anders liegt dies jedoch für die von mir untersuchten Substanzen wie Gelatine- und Agargallerte, aus welchen sich, wie wir sahen, Wasser in grossen Mengen auspressen lässt. Diese Gallerten bieten in denkbar vollkommenster Weise die Beschaffenheit gleichmässiger gequollener Substanzen dar; und wenn aus ihnen auf mechanischem Wege Quellungsflüssigkeit ausgepresst werden kann, so lässt sich schwerlich bezweifeln, dass diese Eigenthümlichkeit den quellbaren Körpern überhaupt zukommt.

Zu den von Nägeli betonten Unterschieden zwischen den imbibirbaren gerüstförmigen und den eigentlichen quellbaren Körpern hat Fick (1866), wie

oben bemerkt wurde, noch den weiteren gesellt, dass aus den ersteren bei der Imbibition Luft entweiche, welche die Porenräume vor der Imbibition erfüllte, während dies bei eigentlicher Quellung nicht der Fall sei. Ich glaube jedoch dem gegenüber durch meine oben mitgetheilten Versuche an Gelatine, Agar und Eiweiss gezeigt zu haben, dass auch bei gequollenen Körpern, wenn sie nur unter gewissen Vorsichtsmassregeln eingetrocknet werden, d. h. wenn man der Gerüstsubstanz zuerst durch wasserentziehende Flüssigkeiten möglichste Festigkeit gibt und wenn man weiterhin die Austrocknung im luftverdünnten Raum vornimmt, ganz in derselben Weise wie in poröse imbibirte Körper Luft in die Hohlräume der gequollenen eindringt und dass aus den in solcher Weise eingetrockneten gequollenen Körpern bei der Wiederaufquellung Luft in Mengen austritt wie aus den anorganischen imbibirbaren. — Bei geronnenem Eiweiss ist, wie ich früher betonte (1892, 1—3) der feinschaumige, gerüstartige Bau mit dem Mikroskop sicher nachweisbar. Wird das geronnene Eiweiss aber an der Luft getrocknet, so wird es gelblich, und glasartig durchsichtig, der früher so deutliche Bau ist kaum oder nicht mehr zu erkennen. Bei der Wiederaufquellung in Wasser tritt mit völliger Weisse und Undurchsichtigkeit die feinschaumige Structur wieder ebenso deutlich hervor wie früher. Wie ich später fand, hatte schon Chevreul (1821) die gleiche Beobachtung an coagulirtem Hühnereiweiss und Fibrin gemacht und auch für eine Anzahl thierischer Gewebe, wie Sehnen, Bänder, Knorpel und für die weisse Cornea gezeigt, dass sie getrocknet halbdurchsichtig werden und bei der Wiederaufquellung die frühere Undurchsichtigkeit von Neuem erhalten. — Für coagulirtes Eiweiss ist demnach klar, dass durch die Eintrocknung eine Structur unsichtbar wird und Durchsichtigkeit eintritt, weil aus den die ganze Masse durchsetzenden feinsten Hohlräumchen die wässerige Flüssigkeit verdunstet und diese Hohlräume sich zusammenfallend schliessen. In dem aufgequollenen käuflichen Agar konnte ich die feine Structur mikroskopisch nachweisen (1892, 3). — Bei Gelatinegallerte, in welcher bei gewöhnlicher mikroskopischer Betrachtung keine Structur erkennbar ist, wird es sich dagegen fragen, ob wir berechtigt sind, ebenfalls einen schaumig-gerüstartigen Bau anzunehmen. Dafür spricht nun einerseits die Möglichkeit, Quellungsflüssigkeit aus ihr mit verhältnissmässig geringen Druckkräften auszupressen, bei 5 % Agargallerte mit den Fingern wie wir oben sahen. Andererseits spricht jedoch weiter dafür, dass sich in solchen Gallerten eine feinschaumige Structur leicht sichtbar machen lässt, wenn sie mit Alkohol behandelt werden. Bei Gelatinegallerte gelingt dies, wie ich früher zeigte, sehr schön auch durch Behandlung mit verdünnter Chromsäure. Indem ich die Wirkung der Chromsäure, als nicht genügend klar, hier bei Seite lasse, bespreche ich nur die des Alkohols. Sowohl für Gelatine wie Agar ist es klar, dass der Alkohol keine chemische Veränderung hervorruft, sondern dass diese Substanzen in ihm nur unlöslich, respect. nicht quellbar sind. Die Entstehung der feinen Schaumstructur unter dem Einfluss des Alkohols lässt nun unter diesen Umständen nur zwei Erklärungen möglich erscheinen: 1) könnte der Alkohol, der in die Gallerte eindringt, einen Entmischungsprocess hervorrufen,

d. h. das nun mit Alkohol gemischte Wasser der Gallerte würde von der Gelatine nicht mehr festgehalten werden und scheide sich in Gestalt feinster Tröpfchen aus, welche die feinschaumige Structur bedingten; oder 2) könnte die Wirkung des Alkohols darauf beruhen, dass er eine vorhandene Structur deutlicher macht, indem er der Gerüstsubstanz Wasser entzieht und sie daher stärker lichtbrechend und sichtbar macht, was noch durch die herabgeminderte Lichtbrechung des nun mit Alkohol gemischten oder aus reinem Alkohol bestehenden Inhalts des Gerüstwerks unterstützt würde.

Ich habe schon früher betont (1892, 1—3), dass ich die zweite Erklärung für die bei weitem wahrscheinlichere erachte und zwar aus folgenden Gründen.

Die durch Alkohol hervorgerufene Schaumstructur zeigt ganz dieselben Gesetzmässigkeiten in der Anordnung der Waben, wie sie in flüssigen Schäumen auftreten, oder in festen, welche durch die Entmischung flüssiger Substanzen unter Erstarrung erzeugt wurden. Da nun aber die Gelatine- oder Agargallerte, welche mit Alkohol behandelt wird, nicht flüssig ist und sich auch nichts dafür anführen lässt, dass sie unter dem Einfluss des Alkohols vorübergehend verflüssigt wird, so spricht diese Thatsache dagegen, dass die fragliche Structur erst in der festen Gallerte durch den Alkohol hervorgerufen wird; vielmehr muss sie, aller Wahrscheinlichkeit nach, beim Uebergang der flüssigen Gelatine- oder Agarlösung in den festen gallertigen Zustand entstehen, d. h. bei deren Coagulation vermittelst eines Entmischungsvorgangs, wie er auch, unter tiefergehender Veränderung, bei der Coagulation des Eiweisses stattfindet. Als weitere wesentliche Stütze dieser Auffassung habe ich noch darauf hingewiesen, dass Gelatinegallerte, in welcher man durch Alkohol die feinschaumige Structur deutlich gemacht hat, bei der Behandlung mit Wasser diese Structur wieder fast oder völlig einbüsst, worauf durch erneute Behandlung mit Alkohol die Structur wieder genau in derselben Beschaffenheit wie früher, mit allen Details hervorgerufen wird (1892, 2, p. 3). Da nun, wenn die Structur der mit Alkohol behandelten Gelatine auf einem durch die Wirkung des Alkohols hervorgerufenen Entmischungsvorgang beruhte, dieser durch die Verdrängung des Alkohols durch Wasser wieder rückgängig gemacht und daher, aller Wahrscheinlichkeit nach die Structur durch Wasser dauernd zerstört werden müsste, jedenfalls aber bei erneuter Alkoholbehandlung nicht genau mit denselben Details hervortreten könnte, so scheint mir die eben geschilderte Thatsache gleichfalls sehr entschieden zu Gunsten der zweiten Auffassung zu sprechen, welche die durch Alkohol hervorgerufene Structur der Gelatinegallerte als eine präformirte betrachtet.

Als ferneren Wahrscheinlichkeitsbeweis für die Richtigkeit dieser Erklärung betrachte ich das Verhalten von trockner Gelatine und Agar bei dem Aufquellen. Trockene reine Gelatine ist bekanntlich ganz glasartig durchsichtig, Agar hingegen erscheint etwas weisslich trübe. Bei der Aufquellung aber wird die glasartige Gelatine deutlich, wenn auch schwach weisslich trübe und ebenso auch Agar viel trüber und undurchsichtiger. Es wiederholt sich demnach auch bei diesen Substanzen die bei der Quellung des getrockneten coagulirten Eiweisses

so auffallende Erscheinung, nur in geringerem Grade, dass mit der Aufquellung ein Undurchsichtigwerden verbunden ist, was nur darauf beruhen kann, dass die gequollene Substanz nicht mehr homogen ist, sondern aus zwei verschieden lichtbrechenden, sich innig durchsetzenden Substanzen besteht, nämlich aus einem Gerüstwerk und darin eingeschlossener Quellungsflüssigkeit. Alle die aufgezählten Gründe, zu denen wir später noch weitere gesellen werden, sprechen dafür, dass auch anscheinend homogene Gallerten, wie Gelatine und Agar, den gerüstförmigen Bau besitzen und dass ihre Quellbarkeit damit im innigsten Zusammenhange steht.

Der schon mehrfach betonte Unterschied zwischen imbibitionsfähigen und quellbaren Körpern wurde auch von Schwendener (1886) erörtert, indem er untersuchte, was theoretisch, auf Grund unserer Kenntnisse von den Wirkungen der Capillarität, über das Verhalten gerüstförmig gebauter, von capillaren Hohlräumen durchzogener Körper in dieser Hinsicht ausgesagt werden könne. Unter Hinweis auf die bekannte Erfahrung, dass beim Eindringen adhärirender Flüssigkeit in den Hohlraum zwischen zwei genäherten Platten eine Annäherung der Platten stattfindet, kommt er zu dem, meiner Meinung nach unabweisbaren Schluss, dass durch Eindringen von Flüssigkeit in die capillaren Hohlräume eines imbibitionsfähigen Körpers nur dann Ausdehnung hervorgerufen werden könne, wenn diese Hohlräume ungemein eng sind, d. h. wenn sie enger sind wie der doppelte Radius der Wirkungssphäre der Molekularanziehungskraft zwischen den Molekülen des betreffenden Körpers und der eindringenden Flüssigkeit; dieser Radius aber übersteigt nach Quincke's und Plateau's Untersuchungen wahrscheinlich nicht 0,05 μ.

Wenn wir diese Betrachtung für richtig halten, so folgt aus ihr nach meiner Ansicht weiter, dass bei der Aufquellung eine Erweiterung der Lückenräume über den Betrag der doppelten Wirkungssphäre des Radius, also über 0,1 μ hinaus nicht möglich sein kann, denn dann würde die anziehende Wirkung durch Capillarität zur Geltung gelangen und dem weiteren Aufquellen ein Ende machen. Die jene Lückenräume scheidenden Bälkchen der Gerüstsubstanz müssten bei stark quellenden Körpern unbedingt eine mindestens ähnliche Feinheit besitzen, da viele dieser Körper auf das mehrfache der ursprünglichen Dimension aufzuquellen vermögen und daher die Zahl der nur bis zu 0,1 μ erweiterungsfähigen Lückenräume eine sehr erhebliche und die Breite der Balken ganz ungemein gering sein müsste[1]). Eine bestimmte Schätzung erscheint in dieser

1) Nehmen wir z. B. eine Gallerte an, die aus 80 % Wasser und 20 % fester Substanz besteht, also etwa nahezu das Maximum der Quellung zeigt, welche Gelatine in gewöhnlichem Wasser erreicht, und setzen einen wabenartigen Bau voraus, wie er, auf Grundlage der von mir hier erörterten Vorstellungen sich ergibt. Der Einfachheit wegen, sollen die Waben regulär würfelförmig gedacht werden. Wenn wir unter diesen Voraussetzungen das Verhältniss der Kantenlänge (a) der mit Wasser angefüllten würfelförmigen Hohlräume der Waben zu der Dicke (m) der Wabenwände durch Rechnung ermitteln (was leicht geschieht, indem wir die ganze Substanz uns aus lauter Hohlwürfeln zusammengesetzt denken können, deren äussere Kantenlänge $= a + m$ ist), so ergibt sich, dass $m = \sqrt[3]{100} - \sqrt[3]{80} = 0{,}332$, während $a = \sqrt[3]{80} = 4{,}309$ ist. Das Verhältniss $\frac{m}{a}$ ist also

Hinsicht unmöglich, da sich ja keine plausible Annahme darüber aufstellen lässt, welches die Minimalgrenze für die Weite der Lückenräume im nicht aufgequollenen Zustand sein mag. Jedenfalls geht aus dem Bemerkten hervor, dass keine Aussicht vorhanden sein dürfte, so feine Structurverhältnisse mikroskopisch wahrzunehmen und dass die von uns gefundenen Structuren der quellungsfähigen Substanzen, welche im Minimum Lücken- oder Wabenräume von ca. 0,5—1 μ aufweisen, gröbere sind, als es die obige theoretische Betrachtung erfordert.

Aus capillaren Hohlräumchen von 0,1 μ Weite aber Flüssigkeit herauszupressen, erforderte zweifellos einen sehr starken Druck, da z. B. nach Nägeli's Untersuchungen (1866) der konkave Meniscus schon in einer gläsernen Capillarröhre von 8 μ Durchmesser einem Druck von 290 mm Quecksilber das Gleichgewicht hält. Diesem steht jedoch gegenüber, dass nach unseren Erfahrungen schon bei verhältnissmässig sehr geringem Druck aus Gelatinegallerte in der Thonzelle Wasser ausgepresst wird; bei 5 % Gallerte begann der Wasseraustritt schon bei 100 mm Hg-Druck, also bei einem Druck, der weit unter dem für die 8 μ weite Capillarröhre liegt. — Es ist hierbei zwar zu beachten, dass es nicht gelang, aus der Gelatine (10 %), die sich in einem unten etwas geöffneten Röhrchen befand, unter einem Druck von ca. 400 mm Hg., der in der feuchten Thonzelle Wasser austreibt, solches zu bewirken; auch die Steigerung des Drucks auf 700 mm Hg. genügte unter diesen Bedingungen nicht, Flüssigkeit hevorzutreiben. Leider verstehe ich vorerst nicht, worauf dies verschiedene Verhalten der Gallerte in und ausser der Thonzelle beruht. Die Meinung, dass hierbei eventuell die gröberen Porenkanäle der Thonzelle im Spiel sein könnten, die, indem sie sich in Verbindung mit den feineren der Gelatine setzen, den zum Auspressen nöthigen Druck verringerten, scheint mir unhaltbar; wenigstens ergab ein hierauf bezüglicher Versuch kein positives Resultat. Wurde nämlich dem Gelatinepfropf, welcher aus der unteren Oeffnung des Röhrchens frei hervorragte, ein Tropfen Wasser angehängt und dann wie früher das Absaugen versucht, so trat auch unter diesen Bedingungen keine Flüssigkeit aus, obgleich doch, wenn der obige Gedankengang richtig sein sollte, jetzt dieselben günstigen Bedingungen, ja wegen der viel flacheren Oberfläche des Tropfens eigentlich noch günstigere gegeben sein sollten.

Ich möchte daher annehmen, dass die Möglichkeit, in der Thonzelle bei verhältnissmässig so niederen Druckkräften Wasser auszupressen, hauptsächlich darauf beruht, dass die Thonzelle unter diesen Bedingungen ein geeignetes Gegenlager für die Gelatine bietet, so dass der auf letztere wirkende Druck zur vollen Geltung kommt, während in dem unten geöffneten Rohr wesentlich abweichende Verhältnisse bestehen. Hier wird die Gelatine allmählich, wenn

---

ca. $^1/_{13}$, d. h. die Wände der Waben sind unter diesen Voraussetzungen in einer 20 % Gallerte ca. $^1/_{13}$ so dick wie die Breite der Wabenräume. Wenn nun diese Breite 0,1 μ beträgt, so wäre die Dicke der Wände nur $= 0{,}009\ \mu$. Eine Structur von dieser Feinheit könnte jedoch mikroskopisch unmöglich wahrgenommen werden. Bei der Berücksichtigung, dass die Wabenwände eine grössere Dichte wie das eingeschlossene Wasser besitzen, würde ihre Dicke natürlich relativ noch geringer.

auch langsam durch die Oeffnung des Röhrchens gepresst; es liegen daher die Bedingungen jedenfalls so, dass durch Deformation der Waben dem auflastenden Druck Widerstand geleistet wird, ohne dass dabei eine wesentliche Erhöhung des im Innern der Waben herrschenden Drucks stattfindet, wogegen dies eintreten muss, wenn die Gelatine im Innern der Thonzelle dem Druck ausgesetzt wird [1]).

Auf Grund meiner Beobachtungen und Ueberlegungen habe ich mir über die besonderen Bedingungen der Quellbarkeit bis jetzt die im Nachstehenden kurz darzulegende und auch schon mehrfach angedeutete Ansicht gebildet. Zuvor möchte ich jedoch ausdrücklich bemerken, dass ich keineswegs glaube, dieses ebenso schwierige wie wichtige Problem damit einer definitiven Lösung sehr viel näher gerückt zu haben, da ich nicht verkenne, dass auch die Vorstellung, welche mir zur Zeit als die wahrscheinlichste erscheint, noch auf recht schwachen Füssen steht und zahlreiche Schwierigkeiten darbietet. Dennoch möchte ich annehmen, dass ihre Erörterung zur weiteren Förderung des Problems beitragen kann; in diesem Sinne möge daher das Nachfolgende beurtheilt werden.

Wie schon mehrfach betont wurde, geht meine Meinung dahin, dass die quellbaren Körper einen bestimmten feinen Bau besitzen, den ich in der Regel für einen mikroskopisch fein-wabenartigen halte; d. h. die Substanz der quellbaren Körper ist dicht durchsetzt von äusserst kleinen, in d. R. einen Durchmesser von ca. 1 μ nicht überschreitenden Hohlräumchen, die nach den Gesetzen der Schaumbildung zusammengefügt sind, dem entsprechend also durch sehr zarte Lamellen der Substanz des quellbaren Körpers von einander geschieden werden. Die Dicke dieser Lamellen ist natürlich eine minimale und kann nicht direct gemessen, sondern nur geschätzt werden auf ca. 0,1 μ. Die Thatsache, dass in den getrockneten quellbaren Körpern von einen solchen Bau in d. R. nichts zu sehen ist, rührt in der Hauptsache daher, dass die Hohlräumchen bei der Eintrocknung zusammensinken oder schrumpfen und sich gänzlich oder fast gänzlich schliessen; je kleiner sie daher schon an und für sich sind, um so erklärlicher ist es, dass sie im Trockenzustand völlig unsichtbar werden, der betreffende Körper also glasartig durchsichtig und anscheinend structurlos oder homogen wird.

Weniger leicht ist dagegen die Frage zu beantworten, wesshalb im gequollenen Zustand häufig von einem solchen Bau selbst bei den stärksten Vergrösserungen nichts zu bemerken ist. Dieser Fall, der besonders bei der Gela-

1) Ich erwähne bei dieser Gelegenheit, dass ich ursprünglich auch durch Quecksilberdruck aus der Gelatinegallerte Wasser auspresste. Die Gallerte wurde in ein Röhrchen gethan, dessen untere Oeffnung durch aufgebundenes Pergamentpapier geschlossen war und das in ein kleines, ziemlich dicht schliessendes Glasnäpfchen hineinragte. An das Gelatinerohr war eine hohe Glasröhre angeschlossen, die mit Hg gefüllt wurde. — Bei 760 mm Hg-Druck liess sich auf diese Weise aus $2^1/_2$ % Gallerte langsam eine ziemliche Quantität Wasser herauspressen. In den ersten 5 Tagen 0,168 gr, in den darauf folgenden 5 Tagen 0,109. Da diese Versuche sehr häufig misslangen, indem der Apparat leicht undicht wurde und das Hg gewöhnlich in die Gelatinegallerte eindrang, so habe ich sie nicht weiter fortgesetzt.

tinegallerte hervortritt, beruht nach meiner Vermuthung hauptsächlich darauf, dass der Unterschied in der Lichtbrechung zwischen der Gelatinesubstanz und der in den Hohlräumchen eingeschlossenen Flüssigkeit zu gering ist, um die sehr feine Structur erkennen zu lassen. Einen Beweis für diese Annahme habe ich schon oben gegeben; dazu mag sich jedoch auch, in diesem wie in anderen Fällen, gesellen, dass die Hohlräumchen sehr klein sind und daher schon unter geeigneten Bedingungen an und für sich sehr schwierig wahrnehmbar. Denn ich habe schon früher (1894 p. 4—5 d. S. A.) in einer Reihe von Fällen wahrscheinlich gemacht, dass die Hohlräumchen sich zuweilen so verkleinern können, dass sie bei Erfüllung mit Wasser überhaupt nicht mehr erkennbar sind, es jedoch werden, wenn durch Ersatz des Wassers durch Luft der Brechungsunterschied zwischen dem Gerüstwerk und dem Inhalt stark vergrössert wird. Diese Erfahrung macht es daher wahrscheinlich, wenn nicht gewiss, dass wenn die Hohlräumchen relativ klein sind und die Substanz ihrer Wände relativ schwach lichtbrechend, ihre Wahrnehmbarkeit im gequollenen Zustand sehr beeinträchtigt oder ganz aufgehoben wird.

Durch eine Reihe von Untersuchungen (1892—94) habe ich zu zeigen versucht, in welcher Weise ein derartiger Bau durch einen sogenannten Entmischungsprocess zu entstehen vermag, indem aus einer Lösung der betreffenden Substanzen, unter dem Einfluss einer dritten Substanz oder sogar nur beim Eintrocknen, eine Ausscheidung des Lösungsmittels (in der Regel in Mischung mit der 3. Substanz) in unzähligen kleinsten Tröpfchen eintritt, um welche die sie einschliessende Masse, der ein ansehnlicher Theil ihres Lösungsmittels entzogen wurde [1]), allmählich erstarrt und so zu dem Gerüstwerk des Ganzen wird. Auf diese Weise entwickelt sich naturgemäss ein wabig-schaumiger Bau. Dennoch wird, bei der Feinheit der vorliegenden Structuren, sich durch einfache mikroskopische Untersuchung nie völlig sicher entscheiden lassen, ob die Hohlräumchen sämmtlich gegen einander abgeschlossen sind, oder ob sie nicht theilweise unter

1) In der Regel wird dieser Vorgang also folgendermassen verlaufen. Ein Körper A ist gelöst in B; wird nun ein Körper C zugesetzt, der von A nur eine sehr geringe Menge löst, sich jedoch mit B in beliebiger Menge mischt, so entstehen zwei von einander sich scheidende Lösungen: 1) viel A mit weniger B wie früher und sehr wenig C und 2) viel B + viel C und sehr wenig A. Ein fester Gerinnungsschaum kann nun aus diesem anfänglich flüssigen Gemisch dann entstehen, wenn die Lösung 1 bei fortgesetztem Zutritt des Körpers C endlich erstarrt. In der Regel wird die dritte Substanz C bei einem solchen Entmischungs- und Gerinnungsvorgang langsam von Aussen in die Lösung diffundiren und so den eben erwähnten Process allmählich hervorrufen. In dem Maasse als C zutritt, wird sich die Lösung 2, bestehend aus viel B + viel C und sehr wenig A, von der Lösung 1, d. h. viel A + viel B + wenig C, sondern und in Form feinster Tröpfchen ausscheiden. Natürlich könnte mit dem Zutritt der Substanz C auch ein chemischer Umwandlungsprocess verbunden sein. Als weitere Bedingung für die Entstehung guter Gerinnungsschäume auf diesem Wege ist jedoch erforderlich, dass der ganze Vorgang sich mit einer gewissen Schnelligkeit bis zum Erstarren des Gerüstes vollzieht, wesshalb auch meist nur dünne Schichten oder wenig voluminöse Partien auf diese Weise gute Gerinnungsschäume geben. Anders ist dies, wenn die Gerinnung durch Temperaturerhöhung hervorgerufen wird, da es dann leicht gelingt, den Vorgang auch in einer grossen Masse der zu gerinnenden Lösung gleichmässig hervorzurufen.

einander kommunizieren. Dies kann um so weniger völlig ausgeschlossen werden, als ja bei der Entstehung solcher Gerinnungsschäume, die Gerüstsubstanz zuerst ebenfalls flüssig ist und es daher wesentlich von der Schnelligkeit ihres Erstarrens und gewissen andren Bedingungen abhängt, ob die ausgeschiedenen feinen Tröpfchen ganz gesondert bleiben oder Zeit haben theilweis zusammenzufliessen.

Ausser auf diesen Bildungsgang derartig structurirter Substanzen habe ich weiterhin noch auf einen zweiten hingewiesen, welcher sehr wahrscheinlich gleichfalls zur Entstehung wabig gebauter Gerüste feinster Art führt (1894). Es ist dies der Aufbau solcher Gerüste aus feinsten Globuliten, die sich zu kleinsten Hohlräumchen zusammenfügen, die, ihrerseits wieder aneinanderwachsend, schliesslich zu ähnlich structurirten Körpern führen. Einen solchen Entwicklungsgang habe ich für die Sphärokrystalle des Inulins und anderer Stoffe nachzuweisen gesucht, woraus weiter folgt, dass er auch für die ganz entsprechend gebauten der Stärke und der Cellulose gültig sein dürfte und daher vielleicht auch auf die übrigen, namentlich die natürlichen Cellulosegebilde ausgedehnt werden darf. — Eine besondere Frage ist es wohl, ob die grosse Aehnlichkeit, welche die feinen Structuren der auf diesen beiden Wegen entstandenen Arten von Körpern zeigen, nicht doch durch eine noch grössere Uebereinstimmung in ihrem Bildungsprocess bedingt wird, als es der Forschung bis jetzt aufzuklären gelang. — Für die zweite Kategorie solcher Körper ist es nun auf Grund ihrer vermuthlichen Bildungsweise sehr wahrscheinlich, dass die feinsten Hohlräumchen, welche sie durchsetzen unter einander grossentheils kommuniziren, dass der Bau dieser Körper daher ein mehr schwammartiger ist.

Jedenfalls halte ich aber, auf Grund meiner Erfahrungen das Vorhandensein eines solchen waben- bis schwammartigen Baues feinster Beschaffenheit für eine Bedingung der Quellbarkeit. Unter den so beschaffenen Substanzen sind nun jedoch die einen quellbar, die anderen nicht und die Erkenntnis der Ursache der Quellung wird zunächst diese Verschiedenheit aufzuklären haben. Ein Sphärokrystall von Inulin, kohlensaurem Kalk oder anderen anorganischen Stoffen, die eingetrocknete Kieselsäuregallerte etc. quellen nicht, obgleich sich ihre Hohlräumchen bei dem Eintauchen in Wasser mit demselben erfüllen und die vorhandene Luft entweicht. Selbst wenn bei solchen Körpern unter diesen Umständen eine geringe Volumzunahme gelegentlich vorkommen sollte, wie dies ja von Famintzin (1884) für künstlich hergestellte Kieselsäuremembranen angegeben wird, so ist sie doch so geringfügig, dass sie mit den Verhältnissen bei der eigentlichen Quellung nur entfernt zu vergleichen ist.

Da nun im Uebrigen die Beschaffenheit dieser beiden Arten von Körpern, man denke nur an das so stark quellbare Stärkekorn und das Inulinkorn, so übereinstimmend ist, so muss eine Verschiedenheit der sie aufbauenden Gerüstsubstanz bestehen. Diese Verschiedenheit suche ich nun hauptsächlich darin, dass die Gerüstsubstanz der eigentlich quellbaren Körper durch die Quellungsflüssigkeit eine Veränderung erfährt, durch welche sie in hohem Maasse dehnbar wird, während bei nicht quellbaren Körpern keine solche Veränderung ein-

tritt. Dass die Quellungsflüssigkeit eine solche Veränderung der Substanz quellbarer Körper bewirkt, scheint mir schon dadurch angezeigt zu werden, dass sie im gequollenen Zustand so bedeutend an Dehnbarkeit und Biegsamkeit zunehmen. Im trocknen Zustand sind sie ja fast alle sehr wenig dehnbar und biegsam, spröde und brüchig. Zwar muss schon die Erfüllung der Hohlräumchen mit Wasser die Biegsamkeit und Dehnbarkeit sehr erhöhen. Denn denken wir uns einen eingetrockneten quellbaren Körper, z. B. geronnenes Eiweiss, dessen Hohlräumchen durch Zusammenschrumpfen und wahrscheinlich auch Verkleben der Wände fest zusammengepappt sind, so wird die Dehnbarkeit und Biegsamkeit gering sein, da wir nun den betreffenden Körper hinsichtlich dieser Eigenschaften mit einem gleich dicken homogenen festen Körper annähernd vergleichen dürfen. Wenn dagegen im gequollenen Zustand die überaus dünnen Wände der Hohlräumchen durch das eingedrungene Wasser auseinander gedrängt worden sind, so muss dadurch die Biegsamkeit und Dehnbarkeit stark vergrössert werden; besonders gilt dies für die Biegsamkeit, da die Biegung unter sonst gleichen Bedingungen (d. h. bei gleichem Gewicht als biegende Kraft und gleicher Breite) umgekehrt proportional der 3. Potenz der Dicke ist. Bei Berücksichtigung dieser Verhältnisse würde sich hieraus wohl theoretisch noch eine grössere Biegsamkeit der gequollenen Körper gegenüber dem trocknenen Zustand berechnen lassen, als sie die Beobachtungen von Reinke (1879) bei Laminaria thatsächlich nachwiesen. Wie gesagt, scheinen mir jedoch diese Bedingungen allein nicht genügend, die grössere Biegsamkeit der gequollenen Körper zu erklären. Ich schliesse dies auch aus dem Umstand, dass sich gequollene Körper, wie Gelatinegallerte, geronnenes Eiweiss etc. auch hart und wenig biegsam machen lassen, unter Erhaltung ihrer wabigen Hohlräumchen. Wie oben schon genauer dargelegt wurde, geschieht dies bei der vorsichtigen Erhärtung in allmählich steigendem Alkohol oder anderen geeigneten Flüssigkeiten und auch bei der Erfüllung der Hohlräumchen mit Luft, wie dies unter geeigneten Bedingungen, die früher näher auseindergesetzt wurden, möglich erscheint. In diesen Fällen, ebenso aber auch, wenn der Alkohol durch geeignete Flüssigkeiten ersetzt wird, die keine directe Affinität zu der quellbaren Substanz haben, werden die betreffenden gequollenen Körper hart und wenig biegsam. Wenn es sich zwar um sehr wasserreiche Gallerten handelt, wie Gelatine von etwa 2 % und Agar von 1 % oder weniger, dann bleibt auch im gehärteten Zustand eine ziemliche Biegsamkeit, was sich daraus erklären wird, dass die Lamellen des Gerüstsystems bei diesen, durch Gelatiniren der Lösung entstandenen Gallerten um so dünner werden müssen, je wasserhaltiger die ursprüngliche Gallerte ist; ein Umstand der sich leicht verstehen lässt, wenn wir uns den Vorgang bei einem solchen Entmischungsprocess, wie er nach unserer Ansicht zur Bildung des wabigen Gerüstwerks führt, bei verschiedengradigem Wassergehalt der ursprünglichen Lösung näher überlegen. Auf dem Anschwellen der wabigen Hohlräumchen und dem Grösser- und Dünnerwerden der einzelnen Gerüstlamellen beruht nach meiner Meinung auch im We-

sentlichen die Erscheinung, dass die Gallerten mit steigendem Gehalt an Quellungsflüssigkeit so rasch an Festigkeit abnehmen.

Aus den vorgetragenen Gründen, bin ich daher der Ansicht, dass ein Theil Quellungsflüssigkeit von der Substanz des quellenden Körpers aufgenommen wird und es wird sich weiter fragen, in welcher Weise dies geschehen kann. Die einfachste Möglichkeit wäre die, eine chemische Verbindung zwischen der Quellungsflüssigkeit und dem quellenden Körper, insbesondere für die in Wasser quellenden Körper eine Hydratbildung der Substanz anzunehmen. Dass eine grosse Verwandtschaft zwischen quellenden Substanzen und der Quellungsflüssigkeit besteht, haben schon Liebig (1848) und Ludwig (1849) für thierische quellbare Gewebe, wie Blase u. dergl. hervorgehoben. So betont Ludwig die ausserordentliche Hygroskopie der trockenen thierischen Membranen, die sogar krystallisiertem Chlorcalcium und englischer Schwefelsäure Wasser entziehen (p. 16) und führt in dieser Hinsicht weiter den interessanten Versuch an, dass man durch Eintauchen einer trocknen Membran in gesättigte Kochsalzlösung einen Theil des NaCl zum Auskrystallisieren bringen kann. Diese Thatsachen, die sich wohl durch geeignete weitere Versuche noch erweitern und fester gestalten liessen, beweisen doch wohl sicher eine Verwandtschaft im Sinne der chemischen oder wenigstens derjenigen, welche sich bei Lösungsvorgängen zeigt. Eine Entscheidung der Frage nach der verschiedenen Art, in welcher die Quellungsflüssigkeit in den gequollenen Körpern enthalten ist, liesse sich wohl durch weitere Ausdehnung und exactere Durchführung der Auspressungsversuche erwarten; denn es ist wahrscheinlich, dass die von der Substanz selbst gebundene Flüssigkeit nicht auspressbar ist im Gegensatz zu der in den Hohlräumchen enthaltenen. — Ich habe schon oben darauf hingewiesen, dass die Versuche, welche ich in dieser Richtung mit Gelatinegallerte anstellte, kein sehr zuverlässiges Resultat ergeben haben. Immerhin ist es für die vorliegende Frage von einer gewissen Bedeutung, dass bei der Auspressung sehr verschieden wasserhaltiger Gelatinegallerten eine Gelatine restirte die ca. 75 % Wasser enthielt, ein Umstand, der die ausgesprochene Vermuthung wohl zu unterstützen geeignet sein dürfte.

Ausser der oben erwähnten Vermuthung, dass die Aufnahme der Quellungsflüssigkeit in die quellbare Substanz selbst, einer chemischen Verbindung nach Analogie der Hydratbildung vergleichbar sei, liesse sich auch die Ansicht vertreten, dass diese Aufnahme einer Lösung zu vergleichen sei. Die Quellungsflüssigkeit werde in der Substanz des Körpers gelöst, es bilde sich eine Vereinigung die man eine feste Lösung nennen könnte. Ein solcher Vorgang hat, wie ich nicht verkenne, eine grosse Uebereinstimmung mit der Anschauung, die sich Nägeli von dem Quellungsvorgang überhaupt bildete. Immerhin scheint mir dieser Gedanke nicht ganz abzuweisen zu sein. Ich möchte dies namentlich aus dem besonderen Verhalten der Lösungen jener Substanzen schliessen, die sich durch Quellbarkeit auszeichnen. Werden solche Lösungen, also z. B. die von Gummi, löslicher Gelatine, Eiweiss u. a., eingetrocknet, so wird bekanntlich

die Lösung immer dicker und zäher, bis sie schliesslich in den festen Zustand übergeht; und selbst dann ist das Wasser nur theilweis entwichen, denn es bedarf anhaltender Trocknung bei höherer Temperatur, um es völlig zu vertreiben. Man bemerkt bei dieser Eintrocknung auch nicht, wie bei der von Lösungen anderer, speziell krystallinischer Körper, die Ausscheidung fester Partikel; die eintrocknende Lösung trübt sich nicht, sondern geht ohne jede Trübung aus dem flüssigen in den festen Zustand über. Ob dieses Verhalten, welches darauf hinweist, dass beim Eintrocknen der Lösung jener quellbaren Körper kein Moment eintritt, wo die gesättigte Lösung die gelöste Substanz in fester Form ausscheidet, darauf beruht, dass hier ein solcher Sättigungspunkt nicht existirt, sondern die Lösung der festen Substanz, so zu sagen, allmählich in eine des Lösungsmittels in der festen Substanz übergeht, oder ob sich diese Erscheinung eventuell dadurch erklärt, dass sich aus den Lösungen dieser Substanzen nach Erreichung des Sättigungspunktes die gelöste Substanz in Form kleinster globulitischer Gebilde abscheidet, welche ihrer Kleinheit wegen keine Trübung hervorrufen, suche ich hier nicht zu entscheiden. Jedenfalls dürfte aber die Besonderheit der Lösungen dieser Substanzen auch die von uns vorausgesetzte Aufnahmefähigkeit für das Lösungsmittel wahrscheinlicher zu machen im Stande sein.

Schon Chevreul kam bei seiner Untersuchung der quellbaren thierischen Gewebe und des geronnenen Eiweisses zu einer ganz entsprechenden Vorstellung: dass das Wasser in diesen Körpern in zweierlei Form enthalten sei; worauf ich, wie gesagt, erst aufmerksam wurde, als ich mir diese Ansicht schon selbständig gebildet hatte. — Ein Theil des Wassers bemerkt Chevreul sei sicher durch Affinität festgehalten; dies gehe bestimmt daraus hervor, dass alle diese Stoffe sehr „hygrometrisch“ seien. Ein anderer Theil des Wassers dagegen werde durch Cohäsion zurückgehalten, wobei er auf die Verhältnisse des Badeschwamms hinweist. Die Opacität dieser Substanzen im wasserhaltigen Zustand mache es sehr wahrscheinlich, dass ein Theil des Wassers nicht durch Affinität festgehalten werde. Andrerseits weise es auf chemische Affinität hin, dass solche Substanzen, im trockenen Zustand in Alkohol, Oel etc. eingetaucht, nicht geschmeidig und elastisch werden. Man sieht, es sind im Wesentlichen dieselben Argumente, welche auch ich in dieser Beziehung anführen musste.

Liebig (1848) spricht sich ganz ähnlich wie Chevreul aus, auf dessen Arbeit seine diesbezüglichen Ansichten jedenfalls im Wesentlichen beruhen, obgleich dies nicht genügend bemerkt ist. Er sagt direkt, dass bei der Auspressung dasjenige Wasser austrete, „welches nicht durch chemische Anziehung festgehalten werde“ (p. 5).

Ludwig ist jedenfalls zweifelhaft hinsichtlich der Beurtheilung der auch von ihm festgestellten grossen Verwandschaft der thierischen Membranen zu Wasser. Er bemerkt darüber (p. 22): „Die kleinsten Theilchen der Membran haben eine ausgesprochene Verwandschaft — ob chemische oder adhäsive wird uns die Chemie erläutern, wenn sie sich aus ihrem theoretischen Elend erhoben

hat — zu dem Wasser, wie durch ihre Condensationskraft der Wasserdämpfe und ihre Begierde aus Salzlösungen Wasser aufzunehmen, hervorgeht". Da er sich jedoch auf den Boden der Brücke'schen Theorie der Endosmose stellt und seine Erfahrungen über die Membranen für eine Bestätigung dieser Theorie hält, so hat er jedenfalls der Ansicht, dass die Bindung des Wassers eine adhäsive sei, den Vorzug gegeben. Im Besonderen ist er der Meinung, dass seine Erfahrungen über die Imbibition der Membranen mit Salzlösung eine Bestätigung dieser Theorie bildeten. Bekanntlich wies er nach, dass trockene, in Salzlösungen gequellte Membranen stets Salz und Wasser in einem Verhältniss aufnehmen, das einer bedeutend minderprocentigen Lösung entspricht, also relativ mehr Wasser wie Salz. Diese Erfahrung steht nun auch mit der Ansicht der chemischen Bindung im Einklang.

Es schien mir angezeigt, auch die Aufnahmefähigkeit der trockenen Gelatine für NaCl-lösung in analoger Weise zu prüfen, dabei ergab sich ein dem Ludwig's ganz entsprechendes Resultat.

Angewendet ein bei 120° getrockneter Gelatinestreif . .	= 0,0736	gr.
Derselbe 36 h. in 26,8 % NaCl-lösung gequollen	= 0,2585	„
Der Streif hat daher aufgenommen NaCl und Wasser .	= 0,1849	gr.
„ „ nach Trocknung bei 110°	= 0,0979	„
Er erhält daher NaCl	= 0,0243	gr.

Seine Zusammensetzung im gequollenen Zustand war also:

Gelatine	= 0,0736	= 28,5 %
Wasser	= 0,1606	= 62,1 %
NaCl	= 0,0243	= 9,4 %
	0,2585.	

Das aufgenommene Wasser + NaCl entspräche einer Lösung von nur 13,4 %, während die zur Quellung verwendete Lösung 26,8 % NaCl enthielt.

Ludwig hat nun weiterhin das Verhalten der Salzlösung in der Membran dadurch geprüft, dass er sie in einer Handpresse auspresste und dabei fand, dass der Procentgehalt der Pressflüssigkeit den der ursprünglichen Salzlösung um 0,4—0,5 % überstieg. Aus diesen Ergebnissen schliesst er daher mit Brücke, dass die Salzlösung in den Porenkanälen der Membran durch die stärkere Anziehung, welche die Kanalwände auf das Wasser ausüben, gewissermaassen in 2 Zonen geschieden wird. In der nächsten Nähe der Kanalwände befände sich daher eine dünne Schicht reinen Wassers, die bis gegen die Axe der Kanäle fortgesetzt an Concentration zunehme.

Mir scheint diese Anschauung jedoch mit den ermittelten Thatsachen wenig zu harmoniren. Wenn die Vorgänge in der Membran thatsächlich auf diese Weise verliefen, so wäre meiner Ansicht nach zu erwarten, dass die ausgepresste Lösung, da sie nur aus den inneren, concentrirteren Partien der Kanäle hervorgehen soll, auch beträchtlich concentrirter wäre wie die ursprüngliche Lösung, was jedoch wie gesagt, nach Ludwigs Erfahrungen nicht

der Fall ist; ja er bemerkt sogar, dass die geringe Erhöhung des Procentgehaltes wohl nur durch die Aufnahme einer geringen Menge organischer Substanz bedingt sei. Weiterhin halte ich auch für wahrscheinlich, dass bei der Ludwig-Brücke'schen Annahme über die Vorgänge in der Membran eigentlich zu erwarten wäre, dass das von der Membran aufgenommene Wasser und Salz in dem Verhältniss eines beträchtlich geringeren Procentgehalts ständen wie die ursprüngliche Lösung. Dies folgt aus dem, was oben im Anschluss an Schwendener über die Maximalerweiterung der Porenkanäle auf das Doppelte des Radius der molekularen Wirkungsspäre bemerkt wurde und aus dem von Brücke und Ludwig gemachten Annahmen über die Wirkungsweise der Wand der Porenkanäle. Angesichts dieser Schwierigkeiten, die nur durch erweiterte und namentlich auch auf poröse, nicht quellbare Körper ausgedehnte Versuche gehoben werden könnten, glaube ich, die einfachere Vorstellung über die chemische Bindung des Substanzwassers als die wahrscheinlichere erachten zu müssen. Auch Pfeffer (1877, p. 40), der ein energischer Anhänger der Brücke-Ludwig'schen Theorie ist, gibt doch zu, dass die Ludwig'schen Versuche über die Wasseraufnahme der thierischen Membranen sich auch durch Aufnahme von Wasser in die sog. Tagmen, d. h. die Molekülgruppen der betreffenden Substanzen erklären liessen, was mit der von mir hier vertretenen Auffassung im Wesentlichen übereinstimmen würde. Dies geht noch entschiedener aus seiner Bemerkung auf p. 37 hervor: „Dass man wohl jeden Eintritt eines Stoffes in das Molekülaggregat eines Tagmas als einen Fall chemischer Bindung ansehen könne". Ebenso ist er der Meinung, welche mit der unserigen sich eng berührt, dass wahrscheinlich alle Körper im colloidalen Zustand dem Krystallwasser analog gebundenes Wasser enthalten" (p. 33).

Eine besondere Betrachtung bedürfen noch diejenigen quellbaren Körper, welche sich im gequollenen Zustand beim Erwärmen verflüssigen, wie Gelatine, Agar u. dergl. — Nach unserer Vorstellung muss dies darauf beruhen, dass die wasserhaltige Substanz der Wabenwände bei einer gewissen Temperatur schmilzt und in dem geschmolzenen flüssigen Zustand mit Wasser vollständig mischbar ist. Auf diesem Wege entsteht dann bei höherer Temperatur eine völlig flüssige Lösung der Substanz. Wird diese wieder abgekühlt, so tritt bei einem gewissen Zeitpunkt wieder eine Entmischung ein; es sondern sich von einander zwei Lösungen, von welchen die eine aus viel Wasser und wenig Gelatine, die zweite aus viel Gelatine und weniger Wasser besteht. Die letztere erstarrt hierauf, während die erstere flüssig bleibt; auf diese Weise bildet sich das feste Gerüst aus, welches den flüssig gebliebenen Theil in seine Wabenräume einschliesst. Es scheint wir wohl möglich, dass dieser Entmischungsvorgang, welcher sonst, wie oben erwähnt wurde, gewöhnlich nur bei gleichzeitiger Gegenwart dreier Substanzen beobachtet wird, noch dadurch unterstützt oder erklärlicher wird, wenn wir die Möglichkeit zugeben, dass die betreffenden Substanzen bei verschiedener Temperatur verschiedene Hydratzustände von differenter Löslichkeit haben, wie dies ja für gewisse anorganische Salze, insbesondere das schwefelsaure Natron, sicher erwiesen ist. Dann liesse sich also annehmen, dass die

Gelatine bei höherer Temperatur ein Hydrat bildet, das in Wasser beliebig löslich ist, und dass sich bei der Abkühlung, unter Rückbildung der Hauptmenge der Gelatine in das ursprüngliche Hydrat, das nur eine beschränkte Mischbarkeit mit Wasser besitzt, der oben geschilderte Entmischungsvorgang vollzieht, der zum wabigen Bau der Gallerte führt. Einen analogen Vorgang müssen wir ja wohl auch bei dem Gerinnungsprocess der Lösungen vieler kolloidaler Körper annehmen, wie Eiweiss, Kieselsäure und der grossen Zahl sog. kolloidaler Lösungen verschiedenartiger Verbindungen, welche Grimaux (1884) u. A. dargestellt haben. In allen diesen Fällen dürfte es sicher sein, dass die Gerinnung und Gallertbildung mit einer Veränderung des gelösten Körpers, sei es einer Condensation desselben unter Ausscheidung von Wasser oder einer Dissociation mit Aufnahme von Wasser, in Zusammenhang steht. Dennoch ist es auch nicht ganz ausgeschlossen, dass in einfachen Lösungen zweier Körper bei verschiedenen Temperaturen Entmischungsprocesse statthaben, wenigstens ist darüber einiges bekannt geworden (vergl. Lehmann, Molekularphysik I, p. 614—615); wenn auch die dort aufgeführten Fälle nicht ausschliessen, dass die betreffenden Erscheinungen auf Aenderungen beruhen, welche diese Körper in ihrer Lösung bei verschiedenen Temperaturen erfahren.

Indem wir wieder zu der Erörterung unserer Ansicht über die Vorgänge bei der Quellung zurückkehren, nehmen wir also an, dass das Gerüstwerk der quellbaren Substanz bei der Einwirkung des Quellungsmittels einen Theil des letzteren aufnimmt und dadurch dehnbarer und biegsamer wird. Gleichzeitig wird diese Veränderung die Wabenwände wahrscheinlich auch ein wenig vergrössern und dazu beitragen, dass die Wabenhohlräume, welche wir uns in der trockenen Substanz ganz oder fast ganz geschlossen denken müssen, sich etwas öffnen und daher Quellungsflüssigkeit in die Hohlräume eindringt. Diese Annahme dürfte zwar nicht ganz nothwendig erscheinen, denn wenn, wie es sicher ist, die Wände der Hohlräume für die Quellungsflüssigkeit durchdringlich sind, so wird diese auch in das Innere der Waben gelangen und hier zu dem Rest der eingetrockneten Substanz treten, welche in dem gequollenen Zustand in der Flüssigkeit des Wabeninhalts gelöst war. Denn, wie oben dargelegt wurde, haben wir bei unseren Auspressungsversuchen, mit Ausnahme der Cellulose, stets gefunden, dass die auspressbare Flüssigkeit eine geringe Menge der quellbaren Substanz gelöst enthält. Es scheint mir auch nicht ausgeschlossen, obgleich dies nicht erwiesen ist, dass diese in der Pressflüssigkeit gelöste Substanz eine löslichere Modification ist. Das Zusammentreffen der eingedrungenen Flüssigkeit mit dieser vielleicht löslichereren Partie des Wabeninhalts (resp. auch unter der obigen Voraussetzung, die theilweise Füllung der Wabenräume mit Flüssigkeit) wird zur Folge haben, dass sich in den Wabenhohlräumen eine, wenn auch nur schwache Lösung der Substanz bildet, welche auf osmotischem Wege das Einströmen neuer Flüssigkeit bewirkt, so lange, bis der osmotische Druck in den Hohlräumen so gesteigert ist, dass sich Ein- u. Ausströmung das Gleichgewicht halten.

Es wurde oben vorausgesetzt, dass die dünnen Wände der Hohlräume für benetzende Flüssigkeiten leicht durchdringlich seien; dass dies zweifellos so ist und nicht etwa nur für die Quellungsflüssigkeit, sondern für benetzende Flüssigkeiten überhaupt gilt, geht ja schon aus den früher mitgetheilten Erfahrungen hervor, dass es möglich ist, das Wasser der Wabenhohlräume successive durch zahlreiche Flüssigkeiten zu ersetzen. — Es folgt dies andererseits aber auch aus den von mir früher geschilderten Beobachtungen an Gelatineölemulsionen und den Gerinnungsschäumen sehr verschiedenartiger Substanzen, deren Hohlräumchen sich bei der Eintrocknung mit Luft erfüllen und bei Ueberführung in benetzende Flüssigkeiten wieder mit diesen, ohne dass die genaueste Untersuchung im Stande ist, Lücken oder Risstellen in den Wänden der Hohlräume nachzuweisen. Die Thatsache der leichten Durchgängigkeit der ungemein dünnen Wände solcher Schäume für Flüssigkeiten und Gase steht daher fest. Anders liegt aber die Frage, wie dies zu deuten ist. Es steht natürlich frei, eine Porosität der Wände anzunehmen; wobei aber zu beachten ist, dass selbst die stärksten Vergrösserungen davon vorerst nichts zeigen. Man könnte sich sogar diese Porosität entstanden denken durch einen Aufbau der Wände aus feinsten Globuliten. — Andererseits darf man jedoch, wie ich meine, nicht ausser acht lassen, dass die Lamellen, um die es sich hier handelt, von einer Dünne sind (in der Regel dürften sie, wie bemerkt, $^1/_{10}$ μ nicht überschreiten), welche auch bei den uns bis jetzt als undurchdringlich geltenden festen Körpern vielleicht ähnliche Eigenschaften bedingen könnte. Es scheint mir wenigstens nicht ganz ausgeschlossen, dass Lamellen von dieser Dünne auch bei sonst undurchdringlichen Stoffen möglicherweise eine merkbare Durchlässigkeit für Flüssigkeiten und Gase zeigen dürften, ebenso wie sich in den feinen Oelschäumen die ungemein dünnen Oellamellen sehr durchgängig für wässerige Flüssigkeiten erweisen, während dickere Oelschichten Wasser nicht passieren lassen oder doch nur äusserst langsam und spärlich.

Auf dieser Durchgängigkeit der Wände für Flüssigkeiten beruht nach meiner Anschauung über den Bau der gequollenen Körper auch die Auspressbarkeit der Quellungsflüssigkeit aus den Wabenräumen. Wir haben oben gefunden, dass die Druckkräfte, welche im Stande sind, aus Gelatinegallerte Flüssigkeit herauszupressen, mit der Zunahme der Gallerte an fester Gelatine rasch anwachsen und dass bei 20 % Gallerte der Druck einer Atmosphäre nicht mehr ausreicht. Den Grund dieser Erscheinung suche ich in der verschiedenen Dicke der Wabenwände, welche, wie schon oben bemerkt wurde, bei der Gelatinegallerte um so geringer werden muss, je wasserhaltiger dieselbe ist. Je dicker aber die Wände sind, desto stärker wird jedenfalls der Druck sein müssen, der Wasser durch sie treiben kann. — Wir finden in dieser Anschauung auch eine Erklärung für die oben mitgetheilte eigenthümliche Erfahrung, dass sich sowohl aus der 5 % wie der 10 % Gelatingallerte soviel Wasser auspressen liess, dass eine ca. 25 % Gallerte zurückblieb, während doch schon die 20 % bei den verwendeten Druckkräften keine Spur Wasser austreten liess. Die Erklärung

hierfür erblicke ich nämlich darin, dass bei der Auspressung der Gelatine in einer Thonzelle die Wände der Waben jedenfalls nicht verdickt, sondern eher durch Spannung verdünnt werden. Die zusammengepresste Gelatine wird nämlich nicht etwa an dem Boden der Zelle zusammengedrückt, sondern, da sie an der Wand der Zelle haftet, bleibt sie mit dieser dauernd in Zusammenhang; eine Verdickung der sich parallel der Wand der Thonzelle lagernden Wabenwände kann also unter diesen Bedingungen nicht wohl eintreten. Unter diesen Umständen erscheint es daher wohl möglich, dass aus der Gallerte noch Wasser ausgetrieben wird, auch wenn ihr Gehalt über 20 % gestiegen ist.

Oben wurde betont, dass die Anschwellung der Hohlräumchen bei der Quellung mit einer theilweisen Lösung der quellbaren Substanz zusammenhängen dürfte, welche osmotische Einströmung von Quellungsflüssigkeit in die Wabenräume bewirke. Hiefür spricht die Erfahrung, dass wir in der ausgepressten Flüssigkeit stets einen Antheil der Substanz gelöst fanden und dies bei Agargallerte bei mehrfacher Wiederholung der Auspressung und Aufquellung bestätigt fanden. Es wäre auch nicht unmöglich, dass die Quellungsflüssigkeit in den Wabenhöhlen einen erheblich höheren Gehalt an gelöster Substanz habe, als die ausgepresste Flüssigkeit, da es sehr wahrscheinlich ist, dass die Moleküle der gelösten Substanz die Wabenwände viel schwieriger passieren werden wie die des Wassers und die ausgepresste Flüssigkeit daher einen geringeren Gehalt hat [1]).

Eine weitere Unterstützung der geäusserten Meinung, dass eine theilweise Lösung der quellbaren Substanz bei dem Quellungsvorgang mitwirke, sehe ich in der Erfahrung, dass die Quellung, soweit bekannt, nur in solchen Flüssigkeiten stattfindet, welche wenigstens etwas lösend wirken. Stärke, Gummiarten, Eiweiss, Agar etc., für welche im Allgemeinen Wasser das Lösungsmittel ist, quellen darin auch, dagegen nicht in Alkohol und anderen Flüssigkeiten, die sich spezifisch nichtlösend gegenüber ihnen verhalten, obgleich es ja, wie wir gesehen haben, unter gewissen Bedingungen leicht ist, sie mit diesen Flüssigkeiten zu imbibieren. Harze, Kautschuk, Guttapercha dagegen zeigen sich gegenüber Wasser ganz indifferent, in Alkohol und anderen schwach lösenden Flüssigkeiten dagegen quellen sie. — Nur die Cellulose scheint dieser Auffassung zu widersprechen, da von ihrer Löslichkeit in Wasser nicht eigentlich die Rede sein kann, obgleich sie ja auch leicht in Modificationen oder Abänderungen übergeht, die in Wasser löslich sind. — Im Allgemeinen ist aber auch die Quellungsfähigkeit der gewöhnlichen Cellulose in Wasser nicht gross [2]); stark quillt sie

---

1) Eine Abnahme der Concentration von Gummi- und Eiweisslösungen bei der Filtration durch thierische Membranen hat W. Schmidt (1861) genauer festgestellt. Siehe dort auch über frühere Versuche mit Eiweisslösungen von Valentin, Wittich und Funcke. Zu vergl. auch Gerstmann (1886).

2) Nach Schwendener (1887, p. 665) ist die Quellung der Bastfasern im Wasser sehr gering gegenüber den meisten quellbaren Körpern. Es beträgt die Zunahme in der Längsrichtung etwa 0,1 bis 0,2 %, in der Querrichtung 3—5 % „und bei manchen Bastfasern noch beträchtlich mehr“.

erst in Flüssigkeiten, denen ein gewisses Lösungsvermögen für Cellulose zukommt, wie Kupferoxydammoniak, Säuren und Alkalien. Für Chitin und Spongiolin gilt Aehnliches wie für die Cellulose.

Dass osmotische Vorgänge bei der Quellung im Spiele sein dürften, lässt sich ferner daraus schliessen, dass sich die gequollenen Körper unter dem Einfluss osmotisch wirkender Flüssigkeiten entsprechend verhalten. In Salzlösungen oder Alkohol schrumpfen sie, wie zu erwarten, indem nun ein osmotisch wirksamer Stoff, oder ein osmotischer Druck von aussen auf sie wirkt und daher ein Theil des Wassers die Wabenhohlräume verlässt. — Gegen die hier vorgetragene Ansicht über die Mitwirkung des Osmose bei dem Quellungsvorgang, liesse sich einwenden, dass nach Pfeffer's (1877) Erfahrungen die colloiden Substanzen, im Gegensatz zu den früheren Angaben Graham's, nur eine geringe osmotische Kraft entwickeln, wesshalb die sehr ansehnlichen Kraftleistungen, welche bei der Aufquellung auftreten, nicht auf die osmotische Wirkung solcher Substanzen zurückgeführt werden dürften. Ob sich dieser Einwurf vielleicht dadurch bis zu einem gewissen Grad entkräften lässt, dass die Pfeffer'schen Untersuchungen sich auf die osmotische Wirkung bestimmter Membranen, in dem besonderen Fall der in Thonzellen erzeugten Niederschlagsmembran von Ferrocyankupfer beziehen, während in unserem Fall wesentlich andere Membranen vorliegen, scheint mir nicht unmöglich. — Andererseits muss jedoch darauf hingewiesen werden, dass nach meiner Ansicht auch bei der Quellung vor der osmotischen Wirkung noch eine andere Art der Aufnahme von Quellungsflüssigkeit in's Spiel kommt, über deren Einfluss auf die Volumverhältnisse schwierig etwas Bestimmtes zu sagen ist, die aber dennoch im Sinne einer Volumvergrösserung wirken kann und daher möglicherweise zur Erklärung der so erheblichen Kräfte, welche bei beginnender Quellung auftreten, beitragen könnte.

Da nach meiner Auffassung in den ersten Anfangsstadien der Quellung die Hohlräume der Waben jedenfalls eine unter den gegebenen Verhältnissen möglichst concentrirte Lösung enthalten, so ist ersichtlich, dass der osmotische Druck im Anfang auch eine bedeutende Höhe erreichen kann.

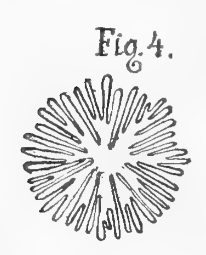
Ich hob früher schon hervor, dass ich in meiner Auffassung des feineren Baus der quellbaren Körper eine Erklärung der Thatsache finde, dass unter besonderen Verhältnissen die von der Quellung bewirkte Ausdehnung in verschiedenen Richtungen eine verschieden grosse ist. Die oben geschilderten Versuche überzeugten uns, dass ein beim Eintrocknen in bestimmter Weise deformirter gequollener Körper bei der Aufquellung im Allgemeinen wieder zur früheren Form zurückkehrt und daher auch die früheren relativen Dimensionen wieder annimmt. Die Resultate unsrer Versuche liessen sich dahin deuten, dass in denjenigen Richtungen, in welchen beim Eintrocknen eine Spannung[1]) entsteht,

1) Ich betone, dass hier und in dem Folgenden der Ausdruck Spannung nur in dem Sinne von Zugspannung, d. h. einer durch Dehnung oder durch Behinderung der Zusammenziehung hervorgerufenen Veränderung gebraucht ist.

beim Aufquellen eine geringere Ausdehnung, ja sogar eine Verkürzung auftritt, wenn diese Spannung einen gewissen Betrag erreicht hatte.

Nach unserer Vorstellung von dem Aufbau der quellbaren Substanzen beruht die Eintrocknung zunächst auf dem Verdampfen des Wassers oder der Quellungsflüssigkeit der Waben. Wenn dies vollkommen ungehindert geschieht, d. h. wenn der Verkleinerung der Waben in keiner Richtung ein Widerstand entgegentritt, müssen sich die Wabenräume zunächst soweit verkleinern, bis die Spannung, welche durch den Druck des flüssigen Inhalts in den Wänden bestand, aufhört; darauf aber müssen die Waben allseitig unregelmässig zusammenschrumpfen, etwa wie die nebengezeichnete schematische Figur dies für eine Wabe zu versinnlichen sucht. Wird nun aber während des Eintrocknungsvorgangs dem Zusammenschrumpfen der Waben in einer bestimmten Richtung ein Hinderniss entgegengesetzt, so muss dies ihre Gestalt im völlig eingetrockneten Zustand modificiren. Da in dieser Richtung ein Zusammenschrumpfen nicht oder doch nur weniger möglich ist, so wird die Gestalt der eingeschrumpften Waben dementsprechend eine längliche werden oder richtiger bleiben müssen.

Fig. 4.



Stellen wir uns z. B. einen eintrocknenden Würfel von Gelatinegallerte vor, dessen Verhalten schon oben untersucht wurde, so trocknen, wie wir fanden, bei ihm zuerst die Kanten aus, welche im Verhältnis zu ihrem Volum der Luft die grösste Fläche darbieten; sie haben daher auch das Bestreben sich zusammenzuziehen, woran sie jedoch von der übrigen, nicht soweit eingetrockneten Gallerte gehindert werden. Daraus folgt, wie schon oben dargelegt wurde, dass sich im Beginn der Trocknung die Flächen des Würfels über die Kanten emporwölben. Die Kanten trocknen also unter diesen Bedingungen im gespannten Zustand bis zu völliger oder doch grosser Unnachgiebigkeit aus. Ihre Waben müssen sich daher in einem Zustand befinden, wie er oben erläutert wurde, d. h. sie müssen parallel den Kanten etwas länglich gestreckt sein. — In ähnlicher Weise ergeben sich die weiteren Deformationen des Gallertwürfels bei der Eintrocknung, wie sie schon oben beschrieben wurden und die ihnen entsprechenden Deformationen der Waben in den einzelnen Partien des Würfels. Auch folgt aus diesen Erfahrungen, dass das Eintrocknen eines gequollenen Körpers ohne Auftreten solcher Spannungen und Deformationen der Waben wohl überhaupt nicht möglich erscheint; denn selbst bei der Kugel, welche ja in dieser Beziehung die günstigsten Bedingungen darbieten müsste, tritt dies nicht ein, da die Oberfläche früher unnachgiebig wird und daher der Zusammenziehung des Inneren bei dessen weiterem Eintrocknen einen Widerstand entgegensetzt, in Folge dessen schliesslich bei der Gelatinekugel sogar ein lufterfüllter Raum im Centrum der Kugel auftritt. Die inneren Schichten der Kugel müssen daher parallel der Oberfläche gespannt sein; übrigens die oberflächlichen auch, da deren Zusammenziehung beim Eintrocknen an dem Innern der Kugel ein Hinderniss findet.

Wie gesagt, scheint mir aus diesen Erfahrungen und Ueberlegungen her-

vorzugehen, dass beim Eintrocknen jedes gequollenen Körpers solche Spannungen und Deformationen der Waben auftreten müssen und daher auch schwerlich ein eingetrockneter gequollener Körper zu finden sein wird, der sich beim Wiederaufquellen nach allen Dimensionen völlig gleich ausdehnt. Natürlich wird dies wenig oder nicht bemerkt werden, wenn man aus einem grösseren eingetrockneten solchen Körper ein kleines Fragment von gewisser Stelle herausnimmt, wo die Verschiedenheit wenig gross ist, z. B. eine Ecke des eingetrockneten Würfels; um so auffallender dagegen ist die Verschiedenheit in der Grösse der Ausdehnung, wenn man ein Fragment der Ecke mit einem des Würfelcentrums vergleicht.

Wenn nun solch' ein getrockneter Körper, dessen geschrumpfte Waben beim Eintrocknen in einer Richtung länger geblieben sind, wieder aufquillt, so werden sich die Waben allmählich füllen und dabei ihre frühere Gestalt wieder anzunehmen streben. Bei einer allseitig geschrumpften Wabe, wie sie oben (Fig. 4) gezeichnet ist, wird dies natürlich nur geschehen können unter allseitiger Ausdehnung, d. h. unter Vergrösserung nach allen Dimensionen. Hat die Wabe jedoch bei der Eintrocknung eine verlängerte Gestalt angenommen, wie sie in Fig. 5 gezeichnet ist, so wird die Ausdehnung naturgemäss vorwiegend nach den Schmalseiten vor sich gehen, so lange bis die Wabenwände wieder prall geworden und eine Spannung in denselben eingetreten ist. — Dabei ist jedoch zu beachten, dass bei dieser Anschwellung zunächst überhaupt keine Spannungen in den Wabenwänden auftreten werden, da diese ja geschrumpft und gefaltet sind; es werden daher zunächst nur diese Faltungen wieder ausgeglättet, die Wände werden allmählich wieder prall; erst, wenn dieser Zustand eingetreten ist, tritt eine Spannung in den Wänden auf, welche von Einfluss auf die weiteren Vorgänge sein wird. — Aus dieser Darlegung folgt also, dass quellbare eingetrocknete Körper, deren Waben nach einer Richtung länger sind wie nach den darauf senkrechten, beim Aufquellen zunächst in der ersten Richtung weniger oder nicht quellen werden, was natürlich von dem Unterschied der Dimensionen der eingetrockneten Waben abhängig ist.

Fig. 5.

Wird dagegen eine Lamelle gequollener Substanz auf einer Unterlage, an welcher sie haftet, eingetrocknet, z. B. eine Gelatinelamelle auf Glas oder Holz, so hindert das Anhaften bei der Austrocknung die Verkürzung der Waben in den Dimensionen, die parallel der Unterlage liegen; die Waben schrumpfen daher nur in der dritten oder Höhendimension und in dieser allein findet daher auch beim Aufquellen eine Zunahme statt. — In ähnlichem Zustand befindet sich eine käufliche trockene Leim- oder Gelatinetafel, die bei der Quellung sehr stark in der Richtung der Dicke, verhältnissmässig wenig dagegen in den beiden anderen Dimensionen quillt. Bei der Herstellung werden diese Tafeln im Gallertzustand auf grobe Netze von Bindfaden gelegt und getrocknet, wobei das Anhaften an den Fäden, deren Abdrücke ja auf den trockenen Tafeln noch

deutlich zu sehen sind, die Verkürzung in den beiden Breitedimensionen wesentlich verhindert, so dass die Eintrocknung in der Dicke vorwiegend zur Geltung gelangt. Dieselbe wird aber noch weiter dadurch unterstützt, dass die zuerst eintrocknenden Ränder der Platte eine Art festen Rahmen bilden welcher die Zusammenziehung in den Breiterichtungen ebenfalls hindert. Daher rührt auch die Ausbildung eines verdickten Randwulstes an solchen Tafeln, wie wir ihn oben auch an den eingetrockneten Gelatinestreifen beobachtet haben und der sich erklärt, wenn wir die an dem eintrocknenden Würfel eintretenden Verhältnisse in Vergleich ziehen.

Wenn die sich erfüllenden Waben das frühere Volum und die frühere Gestalt wieder erlangt haben, die wir uns im Allgemeinen kuglig oder richtiger dodekaedrisch vorstellen dürfen, so wird eine weitere Aufquellung zu allseitiger Ausdehnung führen. War jedoch der gequollene Körper vor seiner Eintrocknung in einer Richtung gedehnt worden, so dass die Waben in gestreckt dodekaedrische Form übergingen und blieb diese Dehnung über das ursprüngliche Maass beim Eintrocknen erhalten, so wird, nachdem die Füllung der Waben bis zum Prallwerden der Wände gediehen ist, jede weitere Anschwellung derselben eine Verkürzung der in der Dehnungsrichtung verlängerten Waben herbeiführen müssen, wie wir dies auch oben für die Gelatinestreifen unter diesen Bedingungen beobachteten.

Nun wäre aber noch ein dritter Fall möglich, der mir im Hinblick auf das Verhalten gewisser natürlicher Objecte bei der Quellung von ziemlicher Wichtigkeit erscheint, nämlich der, dass die Waben schon bei ihrer Bildung, also im natürlichen Zustande, ohne besondere Dehnungsprocesse, eine längsgestreckte Form erhalten haben. Die Möglichkeit der Entstehung derartiger Waben ist ja vorhanden, da ich bei früheren Gelegenheiten mehrfach zeigte, wie faserig-wabige Structuren mit verlängerten Waben entstehen, wenn in dem Moment der Gerinnung Strömungen oder Zugwirkungen in der zähflüssigen gerinnenden Substanz bestehen, die zur Bildung faserig-wabiger Schäume führen, welche durch rasches Erstarren der Gerüstsubstanz fixiert werden können (s. 1892, 2, 1894).

Wenn nun derartig strukturierte Körper eintrocknen, ohne dabei gedehnt zu werden, so wird bei ihrer Aufquellung zunächst eine Ausdehnung in allen Dimensionen eintreten, wobei sicher die Ausdehnung in der Längsrichtung der Waben geringer ist wie in der Querrichtung. Erst wenn aber die Waben ihre pralle Füllung erreicht haben und dann noch eine weitere starke Aufquellung unter Entwicklung von Spannungen in den Wänden stattfindet, wird eine Verkürzung in der Längsrichtung eintreten können.

Derartige Fälle scheinen mir nun in den pflanzlichen Zellmembranen speziell denen der Bastzellen gegeben zu sein, für die es sicher gestellt ist, dass sie sich bei starker Aufquellung, wie sie durch concentrirte Schwefelsäure und starke Kalilauge bewirkt wird, in der Längsrichtung verkürzen und zwar z. Th. in recht erheblichem Maasse, während der Durchmesser oder die Breite stark zunimmt. Die eigentliche Verkürzung geschieht in der Richtung der

Spiralstreifung, während in den auf dieser senkrechten Richtung eine Verlängerung statthat, ebenso wie in der Radial- oder Dickenrichtung der Wand (siehe Schwendener 1887). Die Untersuchungen, welche ich vor einiger Zeit über den feineren Bau der Zellmembranen, namentlich auch jener der Bastzellen, mitgeteilt habe (1894), führten mich nun auch zu dem Ergebniss, dass ein wabenartiger feinster Bau vorhanden ist, mit der Spiralstreifung entsprechend aufgereihten Waben, die in der Richtung dieser Streifung längs gestreckt, in der Radialrichtung dagegen im aufgequollenen Zustand am niedersten sind. — Wie ich gezeigt habe, treten bei sehr starker Quellung eine grosse Zahl solcher Wabenschichten erst hervor, welche früher überhaupt nicht sichtbar waren, da ihre Grösse unter der Grenze des Wahrnehmbaren lag. — Mir scheint nun dieser Aufbau der pflanzlichen Zellmembran recht wohl mit der Ansicht zu harmoniren, dass die besonderen Eigenthümlichkeiten ihrer Quellung in diesen Bauverhältnissen zu suchen sind und dass sie im Wesentlichen auf den oben vorgetragenen Bedingungen beruhen dürften.

Schwendener bespricht in der citierten Abhandlung über die Quellung und Doppelbrechung vegetabilischer Membranen (1887), im Hinblick auf Strasburger's Ansicht, dass die Zellhaut aus Molekularnetzen aufgebaut sei, in deren Interstitien die Quellungsflüssigkeit eindringe, schon die Möglichkeit einer Verkürzung durch Aufquellung bei Annahme eines gestreckt-maschigen Baus. Er weist dabei auf einige Beispiele hin, bei welchen thatsächlich durch gesteigerten Turgordruck in verlängerten Zellen eine Verkürzung hervorgerufen wird. Dabei hebt er gleichzeitig und meiner Ansicht nach richtig hervor, dass es für das Resultat gleichgültig sei, ob die von der eindringenden Flüssigkeit ausgedehnte Substanz aus einem geschlossenen Wabenwerk oder einem offenen Balkengerüst bestehe. Sein Haupteinwand gegen die Zulässigkeit einer solchen Erklärung ist, dass bei der Annahme gestreckter Waben oder Maschen stets und bei jeder Aufquellung eine Verkürzung in der Streckungsrichtung eintreten müsse, wogegen die thatsächlichen Erfahrungen an den Zellhäuten und Stärkekörnern sprächen, da bei schwächerer Quellung stets Vergrösserung aller Dimensionen einträte und erst bei sehr starker, die mit Structuränderungen verknüpft sei, Verkürzung in der Längsrichtung der Bastfasern. Diesen Einwurf halte ich aus den oben dargelegten Gründen nicht für stichhaltig; denn so lange die Maschen oder Waben geschrumpft sind, d. h. so lange die Quellung noch nicht so weit gediehen ist, dass eine Spannung des Gerüstwerks eingetreten ist, so lange wird eine Vergrösserung nach allen Dimensionen eintreten können. Erst wenn das Gerüstwerk prall gespannt ist, wird bei weiterem Aufquellen Verkürzung in der Streckungsrichtung eintreten müssen. Schwendener bezeichnet die, mit Verkürzung in der Längsrichtung verlaufende starke Aufquellung der Bastfasern als eine Quellung mit Structuränderung[1]). Dass eine solche eintreten müsse, schliesst er daraus, weil diese starke Quellung durch Auswaschen mit Wasser nicht rückgängig gemacht werden könne. Obgleich ich nicht recht einsehe, weshalb die Quellung, auch wenn sie ohne Structurver-

1) d. h. Aenderung in der Anordnung der Micellen.

änderung geschieht durch Wasser erheblich zurückgehen sollte und auch, wie es scheint, keine Versuche über das Verhalten solcher in Wasser ausgewaschenen Fasern beim Austrocknen vorliegen, so muss auch ich annehmen, dass bei Einwirkung concentrierter Schwefelsäure oder concentrierter Alkalien Veränderungen der mikroskopischen Structur, theilweise Zerstörungen unter Auflösung in den Membranen eintreten werden. Dagegen vermag ich in der Hypothese Schwendener's, der, im Anschluss an die Nägeli'sche Theorie der Quellung, in diesen Structuränderungen die Ursache der Verkürzung sucht, keine befriedigende Erklärung zu finden. Man braucht seiner Meinung nach nur anzunehmen, dass „die länglichen Micellen oder fibrillenartigen Micellenverbände unter dem Einfluss starker Quellungsmittel in kleinere, namentlich kürzere Theilstücke zerfallen, welche sodann in der Längsrichtung mit ihren Enden an einander vorbeigleiten und eben dadurch die in Rede stehende Verkürzung bewirken". Wie gesagt, vermag mich eine solche Hypothese, bei aller Anerkennung der scharfsinnigen Auseinandersetzungen und Beobachtungen Schwendener's, nicht zu befriedigen, da sie die zu erklärende Erscheinung nicht auf eine bekannte Naturerscheinung zurückführt oder daran anknüpft, sondern ihr hypothetische Vorgänge zu Grunde legt, von denen wir sonst nichts wissen und die selbst nur eine ganz ungefähre Vorstellung von dem Vorgang geben können.

Höhnel (1882) ist der Ansicht, dass die Verschiedenheit der Ausdehnung nach verschiedenen Dimensionen und namentlich die Verkürzung in einer Dimension bei der Quellung von molekularen Spannungen herrühren, welche bei der Bildung der Membran durch Zug oder Druck entstanden seien. Im gequollenen Zustand würden die Moleküle wieder beweglich und könnten daher diesen molekularen, positiven oder negativen Spannungen (d. h. Druck- oder Zugspannung) folgen, was eben der Grund der bemerkten Eigenthümlichkeiten der Quellung sei. — Zum Beweis, dass derartige Vorgänge, d. h. durch molekulare Spannungen bewirkte Verkürzungen, vorkommen, weist er auf Folgendes hin (p. 598): „Nähert man ein Stück eines lang und dünn ausgezogenen Siegellackfadens vorsichtig einer Bunsen'schen Flamme, so dass er weich wird ohne zu schmelzen, so verkürzt er sich in jedem seiner Puncte gleichzeitig und wird ein kurzer dicker Cylinder. Dasselbe geschieht mit einem Glaswollfaden; ohne zu schmelzen wird er kürzer. Erwärmt man einen solchen auf einem Deckglas und einem Platinblech bis zum Schmelzen, so erscheint er im angeschmolzenen Zustande um 10 Procent verkürzt. Macht man sich aus dickflüssiger Gummimasse dünne kurze Fäden, so zeigen dieselben, in Alkohol liegend, bei Wasserzusatz unter dem Mikroskope eine bis 50procentige Verkürzung, ganz so wie Bastfasern in Schwefelsäure".

Wie Schwendener (1887), wenn auch z. Th. aus anderen Gründen, halte ich die von Höhnel gegebene Erklärung der Quellungsverschiedenheiten für nicht zutreffend. Zunächst ist es sehr unwahrscheinlich, dass bei dem Quellungsact einer Bastfaser zwei wesentlich verschiedene Ursachen im Spiel sind, wie Höhnel selbst angibt, nämlich 1) die eigentliche oder micellare Quellung, d. h. das Ein-

dringen des Quellungsmittels zwischen die Moleküle, welches eine allseitige gleichmässige Ausdehnung hervorrufe, die erst später 2) „wenn die Moleküle so weit von einander rücken, dass sie wie die einer Flüssigkeit beweglich werden“ (p. 601), in der Radialrichtung, in Folge der molekularen Druckspannung, die hier besteht, und die nun gelöst wird, in eine sehr starke Ausdehnung übergehe, in der Längsrichtung dagegen, wo eine Zugspannung besteht, in eine Verkürzung. Diese Erklärung scheint mir, wie gesagt, schon aus dem angeführten Grund unzulässig, weiterhin aber desshalb, weil es mit den Thatsachen in Widerspruch steht, wenn Höhnel die Moleküle eines stark gequollenen Körpers für beweglich wie die einer Flüssigkeit erklärt; denn auch stark gequollene Körper bewahren, worauf auch Quincke (1894, p. 616 und früher 1888) hinwies, ihre Gestalt, ihre Ecken und Kanten; sie verhalten sich daher wie feste Körper, nicht dagegen wie Flüssigkeiten.

Anders dagegen liegt, wie mir scheint, die Angelegenheit bei einem Theil der Fäden verschiedener Art, welche Höhnel zum Vergleich heranzieht. Den eigentlich quellbaren Körpern kommen die in Alkohol gebrachten Fäden zähflüssiger Gummimasse jedenfalls am nächsten. Diese Fäden besassen sicher einen schaumig-wabigen Bau, da ich gezeigt habe, dass sich bei der Gerinnung von Gummilösung in Alkohol ein solcher ausbildet (1892. 2). Wurden nun solche Fäden noch während ihrer Gerinnung gedehnt, was mir wahrscheinlich ist, so war ihr Bau gestreckt- oder faserig-wabig. Genaueres wird aber von Höhnel über die Bereitung der Fäden leider nicht mitgetheilt. Wenn derartige Fäden aus Alkohol in Alkohol mit Wasser gebracht werden, so kann der Gummi der Wabenwände verflüssigt oder doch biegsam werden, und gleichzeitig können die Wabenhohlräume osmotisch anschwellen; beides muss aber dazu führen, dass eine Verkürzung der Fäden eintritt, ohne dass dabei molekulare Spannungen im Spiel sind, wie sie Höhnel annimmt [1]).

Ein aus zähflüssigem Glas ausgezogener Faden wird nach dem Erstarren zwar molekulare Spannungen zeigen, die aber wesentlich erst bei dem Erstarren selbst hervorgerufen werden müssen. Wenn diese Fäden sich bei der Annäherung an die Flamme zusammenziehen, also wenn sie wieder in einen zähflüssigen Zustand übergeführt werden, so vermag ich hierin nur eine Wirkung der sich geltend machenden Oberflächenspannung zu erkennen, welche die zähflüssig gewordenen Fäden zur Kugelgestalt überzuführen strebt und dies auch thut, wenn man den Fäden dazu die Zeit lässt, sie nicht zuvor aus dem Bereich der Flamme entfernt. Die Wahrnehmungen, welche ich an den der Flamme genäherten Fäden von Glaswolle oder an von mir selbst ausgezogenen feinen Glasfäden gemacht habe, sprechen wenigstens durchaus für die Richtigkeit dieser Auffassung. — Was die Siegellackfäden betrifft, so liegt die Angelegenheit vielleicht theilweise anders. Fäden aus Packlack von ca 1—2 mm Dicke, die ich anfertigte, sind dauernd sehr biegsam, so dass sie in horizontaler Haltung sich schnell herabkrümmen

1) Vergl. über die starke Contraction gedehnter Gelatinefäden beim Aufquellen auch den vorläufigen Bericht über meine neueren Untersuchungen in Verh. d. Naturhist.-medic. Verein Heidelberg N. F. Bd. V, Hft. 4, 1895.

Wurden sie nach ihrer Herstellung in der früher angegebenen Weise wie die Gelatinestreifen aufgehängt, so dass ein Theil ihrer Länge in das Gefäss mit Wasser eintauchte und mit dem Horizontalmikroskop beobachtet, so verkürzten sie sich 12—24 Stunden lang andauernd, bis sie zur Ruhe gelangten. Hierauf zeigte der Faden, über den im Anhang die genaueren Ergebnisse mitgetheilt sind, bei zweimaliger Erwärmung bis auf 32,9^0 respect. 43^0, beidemale ansehnliche Verkürzung ohne Wiederausdehnung bei der Abkühlung. Darauf zum 3. Mal bis auf 57^0 erwärmt, zeigt sich nun beträchtliche Ausdehnung, welche jedoch bis zum anderen Tag durch Verkürzung wieder völlig rückgängig geworden war. Bei einer 4. Erwärmung bis 57^0 verkürzte sich der Faden wieder. Da der Packlack und Siegellack jedenfalls keine reinen Materialien sind, halte ich es nicht für ausgeschlossen, dass möglicherweise an die Verhältnisse der quellbaren Körper sich anschliessende Bedingungen gegeben sind; doch wird erst eine eingehendere Untersuchung darüber Klarheit verschaffen können.

In principiell gleicher Weise wie die Quellungserscheinungen gestreckter Waben, die zur Verkürzung der quellenden Körper in der Streckungsrichtung des Gerüstes führen, dürften aller Wahrscheinlichkeit nach auch die von mir beschriebenen Contractionen quellbarer Körper bei Erhöhung der Temperatur zu erklären sein. Hier ist es die Wabenflüssigkeit die bei der Temperatursteigerung stärker ausgedehnt wird wie die Wabenwände und daher in der oben beschriebenen Weise eine Contraction oder Verkürzung hervorruft, die bei dem Sinken der Temperatur wieder zurückgeht.

Die eigenthümliche Erscheinung der Verkürzung eines gedehnten Körpers bei Erhöhung der Temperatur wurde bekanntlich zuerst bei Kautschukfäden beobachtet und hat zu vielen Erörterungen geführt. Schmulewitsch (1872) hat die Erscheinung dadurch zu erklären versucht, dass der Elasticitätscoefficient des Kautschuks bei Temperatursteigerung grösser werde, wodurch, ungeachtet der, wie bei den übrigen Körpern durch erhöhte Temperatur bewirkten Ausdehnung, bei hinreichender Dehnung durch Belastung eine Verkürzung bei der Erwärmung hervorgerufen werden könne. Diese Erklärung stand insofern im Widerspruch mit den Erfahrungen an anderen Körpern, als diese ergeben hatten, dass allgemein durch Temperatursteigerung der Elasticitätscoefficient verkleinert werde. — Exner[2]) und später Russner (1882) haben denn auch gezeigt, dass sich der Kautschuk in dieser Hinsicht nicht anders verhält, wie die übrigen Körper, dass nämlich bei Temperaturerhöhung sein Elasticitätscoefficient kleiner wird; wogegen Grätz (1886) in einer Arbeit, die sich meiner Beurtheilung im Wesentlichen entzieht, durch die Untersuchung des Torsionsmoduls gespannter Kautschukfäden bei verschiedenen Temperaturen die von Schmulewitsch gegebene Erklärung, nämlich die Zunahme des Elasticitätsmoduls bestätigt. Dass bei der Erwärmung des belasteten Kautschucks eine Volumzunahme stattfindet, wie bei Temperaturerhöhung allgemein, haben so-

1) Die Arbeit Exner's konnte ich leider nicht auffinden; ich citire daher nach Russner.

wohl Lebedeff wie Russner festgestellt. — Lehmann bemerkt in seiner Molekularphysik bei der Besprechung dieser Eigenthümlichkeit des Kautschuks folgendes (Bd. 1 p. 532): „Würde man einem zelligen Körper im gestreckten Zustand erwärmen, so müsste er sich kontrahiren, da sich die Flüssigkeit in den Zellen stärker ausdehnt als die Wandungen, so dass die ellipsoidisch-gestreckten Zellen sich der Kugelgestalt nähern müssten, wodurch sie sich in der Richtung der grössten Axe, d. h. in der Richtung der Streckung contrahiren"; und weiterhin: „Bereits 1867 hat Gori die Theorie aufgestellt, dass diese eigenthümliche Erscheinung" (d. h. die Zusammenziehung des gedehnten Kautschuks in der Wärme) „durch die in der Kautschukmasse enthaltenen Luftblasen bedingt sei, was aber von verschiedenen Physikern widerlegt wurde. Die obige Theorie der Zellstructur ist meines Wissens noch nicht geprüft worden" [1]). Obgleich Lehmann diese Vermuthung über den Kautschuk ausspricht, zu der ich für andere quellbare Körper ganz selbständig gekommen bin, kommt er gleich darauf (p. 533) auf die Theorie von Schmulewitsch und Grätz zu sprechen, die er, wie es scheint, für richtig hält.

Da ich nun glaube, die wabig-zellige Structur der quellbaren Körper sehr wahrscheinlich gemacht zu haben und gleichzeitig für Gelatine und geronnenes Eiweiss zeigen konnte, dass sie dieselbe Erscheinung wie Kautschuk in sehr guter Ausprägung zeigen, ferner früher schon Joule (1860) nachgewiesen hat, dass auch gequollenes Holz dieselbe Erscheinung darbietet, und ferner meine Versuche mit trockenem Sonnenblumenmark bei höherer Temperatur wie bei Luftverdünnung zeigen, dass ein gestreckter zelliger Körper bei Ausdehnung des Inhalts seiner Zellen sich wirklich in der vorausgesetzten Weise verhält, so bestärkt mich dies alles natürlich in der Annahme, dass die fragliche Erscheinung bei Eiweiss, Gelatine, Holz etc. auf dem wabig-zelligen Bau beruht und sich in der angegebenen Weise erklärt.

Da nun Kautschuk und Guttapercha ebenfalls quellbare Körper sind, so liegt auch für sie die Vermuthung nahe, dass ihr analoges Verhalten auf einer entsprechender Structur beruhe. Schon Exner hat s. Z. bemerkt, er halte es für wahrscheinlicher, dass das abnorme Verhalten des Kautschuks auf besonderen, durch die Bereitungsweise hervorgerufenen Structurverhältnissen beruhe, als auf abnormen physikalischen Eigenschaften des Materials.

Mit der vorgetragenen Ansicht scheint mir denn auch die Eigenthümlichkeit, welche Kautschuk und Gelatinegallerten, im Gegensatz zu der Mehrzahl der übrigen Körper, besitzen, zu harmoniren, die Eigentümlichkeit nämlich, dass bei der Dehnung das Verhältniss zwischen Quercontraction und Längendilatation ein solches ist, welches dem sehr nahe kommt, das theoretisch zu erwarten ist, wenn der vorausgesetzte wabig-maschige Bau thatsächlich existirt. Die auffallende Dehnung eines derartig structurirten Körpers, bei mässiger Belastung durch ein angehängtes Gewicht wird im Wesentlichen auf einer Längsstreckung der Maschen- oder

1) Die hier von Lehmann angeführte Arbeit von Gori, sowie die gegen sie gerichteten Arbeiten anderer Physiker sind mir leider nicht zugänglich geworden.

Wabenräume beruhen, welche dabei zwar ihre Gestalt bedeutend, dagegen ihr Volum nur sehr wenig verändern. Die Berechnung ergibt, dass wenn eine kuglig gedachte Wabe, ohne Aenderung ihres Volums, durch Zug in ellipsoidische Form übergeführt wird, das Verhältniss zwischen der Zusammenziehung in der Querrichtung und der Ausdehnung in der Zugrichtung 1/2 ist. Wir müssen daher erwarten, dass dies Verhältniss auch bei der Dehnung von gequollenen Gallerten annähernd besteht, wenn unsere Auffassung richtig ist. Dies ist nun auch der Fall. — Die Untersuchungen von R. Maurer (1886) über die Dehnung von Leim- und Gelatinecylindern haben ergeben, „dass für Gallerten aus Gelatine und 2 bis 5 mal soviel Wasser „μ“ (das heisst dieses Verhältniss zwischen Quercontraction und Längendilatation) zwischen 0,4999 und 0,5 liegt. Auch für Kautschuk findet Pulfrich (1886) μ im Mittel seiner Versuche = 0,456. Dagegen beträgt dieses Verhältniss für Spiegelglas nur 0,21 nach den Untersuchungen von Voigt (1882).

Auch die grosse Dehnbarkeit der gequollenen Körper, im Gegensatz zu den nichtquellenden dürfte gleichfalls für meine Auffassung sprechen, wobei jedoch wieder gegenüber den nur imbibirbaren ähnlich gebauten Körpern zu beachten ist, dass dabei die durch Einwirkung der Quellungsflüssigkeit hervorgerufene grosse Biegsamkeit der Wände eine besondere Rolle spielt, da nur bei dieser Eigenthümlichkeit schon geringe Zugkräfte erhebliche Gestaltsveränderungen der Wabenräume hervorrufen werden können.

Ich sehe nachträglich, dass auch G. Quincke (1894) schon dieses Verhalten der Quercontraction zu der Längendilatation der Gallerten als wahrscheinlichen Beweis für deren schaumartigen Bau betont, zu welcher Ansicht ich ebenfalls und selbstständig gelangt bin. Er weist fernerhin auf E. du Bois-Reymond's Versuche hin, über die Wanderung des Wassers in Gallerten nach der Kathode beim Durchleiten eines electrischen Stroms, was an der Kathode eine Anschwellung der Gallerte hervorruft. Auch dies spreche für den gerüstartigen Bau der Gallerten.

Bei dieser Gelegenheit kann ich nicht umhin, mein Erstaunen darüber auszusprechen, dass Herr Quincke — der sich in der citirten Schrift so empfindlich darüber zeigt, dass ich in meinem Buch über das Protoplasma (1892, 1) seine Untersuchung über Emulsionsbildung (1879) nicht citirt habe da sie, wie er annimmt, mir ganz unbekannt gewesen sei — mit keinem Wort erwähnt, dass ich seit 1892 (1, p. 216—218) ebenfalls die Ansicht, dass die Gallerten einen schaumartigen Bau besitzen, in mehrfachen Mittheilungen (1892, 2, 3, 1893, 1894) auf Grund selbstständiger Untersuchungen vertreten habe. Das Nähere hierüber habe ich ja auch in dieser Arbeit kurz mitgetheilt. Unbekannt sind Herrn Quincke diese Untersuchungen nicht gewesen, da über sie, in seiner Gegenwart, in den Sitzungen des Naturhist.-medicinischen Vereins zu Heidelberg von mir berichtet wurde. Dass ich seine Arbeit über die Bildung von Emulsionen aus Oeltröpfchen in wässrigen alkalischen Flüssigkeiten in meinem Buch von 1892 nicht citirte, erklärt sich sehr einfach nicht aus Unbekanntschaft, sondern aus dem Grunde, weil sich meine Arbeit nirgends mit der Bildung derartiger Emulsionen beschäftigt, vielmehr umgekehrt mit Emulsionen oder Schäumen, die dadurch entstehen, dass Tröpfchen wässriger Flüssigkeit in dichter Menge in einer zusammenhängenden Oelmasse auftreten. Wie ich unter diesen Umständen eine Arbeit citiren sollte, welche sich mit einem ganz anderen Vorgang beschäftigt, vermag ich nicht einzusehen; die Arbeit Q.'s aber etwa wegen der Bewegungserscheinungen der Oeltröpfchen zu citiren, hielt ich nicht für angezeigt, da diese Dinge ja in Qu.'s Mittheilung von 1888, die ich ausführlich besprochen habe, viel eingehender erörtert sind.

Dennoch zwingt mich diese Erwähnung der Quincke'schen Arbeit von 1879 über Emulsionsbildung zu einer Bemerkung. Herr Quincke behauptet 1894 p. 624: „Hiernach habe ich zehn Jahre vor Herrn Bütschli die physikalischen Erscheinungen bei Zusammenbringen von Oel mit alkalischem Wasser beschrieben und erklärt und hatte gewiss nicht nöthig 1888 noch einmal auf diese Aehnlichkeit mit Seifenschaum hinzuweisen, wenn ich die Existenz von Oelhäutchen und Oellamellen an der Oberfläche und im Innern des Plasmas der Pflanzenzellen nachwies". Hiernach könnte es scheinen, dass ich 1892 die physikalische Erklärung, die Quincke von der Emulsionsbildung des Oels in alkalischen Flüssigkeiten gab, bestritten hätte, was durchaus nicht der Fall ist, vielmehr habe ich in dieser Beziehung einfach auf seinen Resultaten weitergebaut. Andrerseits muss jedoch bei dem mit den Gegenstand nicht nähervertrauten Leser durch diesen Passus die Meinung erweckt werden, als hätte Herr Qu. schon 10 Jahre vor mir solche „Oelseifenschäume" hergestellt, untersucht und erklärt, wie ich sie in meinem Buch eingehender beschrieb. Das ist nun aber durchaus nicht der Fall; seine Untersuchungen beziehen sich ausschliesslich auf Emulsionen von Oeltröpfchen in wässriger Flüssigkeit; von Schäumen, deren Gerüst Oel und deren Inhalt wässerige Flüssigkeit ist, wird nirgends gesprochen. Auf den angeblich von Qu. schon 1888 erbrachten Nachweis von schaumartig geordneten Oellamellen im Plasma werde ich sofort eingehen.

Herr Quincke beschwert sich ferner darüber, dass ich seiner in einem Vortrag von 1891 über die Structur des Plasmas gar nicht gedacht habe. Dieser Vortrag beschäftigt sich nun ausschliesslich mit den mikroskopisch sichtbaren Structuren des Plasmas, die sicher nicht aus Oellamellen bestehen, da sie sich in jeder Hinsicht, physikalisch wie chemisch, anders wie Oel verhalten. Es ist mir heute noch ebenso unverständlich, wie ich in diesem Vortrag Veranlassung hätte nehmen sollen, die Quincke'sche Arbeit über die Bewegungserscheinungen der Plasma's zu erwähnen. Irgend eine Beobachtung über die Structur des Plasma's findet sich in Qu.'s Arbeiten von 1888 und 89 durchaus nicht und trotz der gegentheiligen Versicherung von Quincke bedaure ich, auch heute nicht meine Ansicht zurücknehmen zu können, dass Qu. in seiner Arbeit von 1888 das Protoplasma als eine homogene, äusserlich von einer zarten Oellamelle umschlossene Flüssigkeit ansah. Dass aus den damaligen Mittheilungen Qu.'s herausgelesen werden kann, dass die Substanz des Plasma's von Oellamellen schaumartig durchsetzt sei, wie er jetzt behauptet, halte ich nach nochmaliger Durchsicht einfach für unmöglich.

Es ist charakteristisch, dass Herr Qu. zwar jetzt (p. 623) behauptet, 1888 „nachgewiesen" zu haben, dass das Plasma von Oellamellen durchsetzt sei, dass er aber keine Stelle dieser Schrift zu citiren weiss, aus welcher dies hervorgeht. Ich bedaure wie gesagt, auch keine solche Stelle auffinden zu können. Die einzige Stelle, welche allenfalls entfernt an etwas Derartiges erinnern könnte, findet sich bei der Erklärung der Circulationsbewegung auf p. 636 und lautet folgendermaassen: „Die Ausbreitung der Eiweissseife kann mit Oel benetzte feste Eiweissbänder von der Grenzfläche von Oel" (d. h. der äusseren Oelhaut des Plasma's oder des sog. Plasmaschlauchs Quincke's) „und wässriger Flüssigkeit losreissen und in das Innere der wässerigen Flüssigkeit oder des schleimigen Plasma's hineinziehen, wie ich § 10 gezeigt habe. So entsteht ein Gerüst von festen mit Oel bekleideten Eiweissfäden im innern der Zelle" (d. h. im Zellsafte der untersuchten Pflanzenzellen). „An der Oberfläche dieser freiständigen (!) mit Oel bekleideten Eiweissfäden, erfolgt die periodische Ausbreitung der Eiweissseife und erzeugt dadurch die Circulationsbewegung der Protoplasmas in ähnlicher Weise wie die periodische Ausbreitung an der Innenseite des Plasmaschlauchs die Rotationsbewegung des Protoplasmas hervorruft". Nichts dürfte aber klarer sein, als dass die freiständigen ölbekleideten Fäden (nicht Lamellen!), von denen hier die Rede ist, die die Zellsafthöhle durchziehenden Plasmastränge sein sollen, an denen die Circulationsbewegung geschieht, dass sie demnach mit dem, was von Andern und mir als Plasmastructur beschrieben wird, nicht das Geringste zu thun haben.

Nicht nur in der Arbeit von 1888 aber, sondern auch in der kurzen Mittheilung von 1889 hat Herr Quincke von einem schaumartigen Bau des Plasmas nichts berichtet. In dieser Beziehung muss ich mich nämlich selbst eines Irrthums zeihen. — In der Stelle auf p. 6 meines Buches

über das Protoplasma (v. 1892), die Herrn Quincke so aufregte, habe ich nämlich fälschlich angegeben, dass er 1889 „die Schaumstructur des Plasmas betont habe" und mich ungerechtfertigter Weise darüber beschwert, dass er die von mir ausgegangene Anregung nicht anerkenne. Wie gesagt, beruht diese meine Beschwerde auf einer irrthümlichen Erinnerung über den Inhalt von Qu.'s Schrift von 1889, die ich leider versäumte, durch wiederholte Vergleichung des Originals zu berichtigen. Wie sich bei erneuter Durchsicht der Schrift ergibt, ist die Wahrheit, dass auch in ihr nirgends von dem schaumigen Ban des Plasmas die Rede ist, sondern nur von dem von „Leim und anderer Gallerte".

Für unnöthig halte ich es eigentlich, die Möglichkeit zurückzuweisen, dass ich durch Quinckes Arbeit von 1888 zu meiner Ansicht von der schaumigen Structur des Plasma's geleitet worden wäre. Qu. wagt zwar auch nicht, dies zu behaupten, was ja gegenüber der von mir ausführlich dargelegten historischen Entwicklung dieser meiner Anschauung seit 1878 unmöglich gewesen wäre. Den mit dem Gegenstand natürlich wenig vertrauten Lesern der Annalen der Physik und Chemie glaubt er aber doch sagen zu dürfen (p. 624): „Herr Bütschli mag selbstständig auf anderem Wege, wie ich, zu ähnlichen Ansichten über die Structur des Plasmas gekommen sein". Dieses „mag" vermag ich leider nicht zu entschuldigen, sondern muss es als eine Verwirrung des wirklichen Verhalts auf das Bestimmteste zurückweisen. Die Ansicht über den schaumartigen Bau des Plasmas habe ich, wie auf p. 1—2 meines Buches dargelegt ist, seit 1878 in mehreren Arbeiten von 1884, 1885 und endlich 1888 in zwei ausführlicheren Darstellungen vertreten, die beide vor und ohne jede Kenntniss der Quincke'schen Untersuchungen erschienen.

Selbst wenn man zugeben könnte, dass Quincke wirklich, wie er jetzt ohne Grund behauptet, schon 1888 mitgetheilt habe, dass die Substanz des Plasmas von Oellamellen durchsetzt sei, so könnte doch Niemand zugestehen, dass, wie er weiterhin behauptet (p. 623), er dies „nachgewiesen" habe. — Seine Ansicht über die äussere Oellamelle und die fraglichen durchsetzenden inneren Oellamellen ist rein hypothetisch; nirgends dagegen wird die Existenz dieser Oellamellen erwiesen, vielmehr werden sie lediglich zum Zweck der Erklärung der Bewegungserscheinungen supponiert.

Bei der Schilderung der Versuche mit gedehnten Gelatine- und Eiweissstreifen wurde hervorgehoben, dass die durch Temperatursteigerung bewirkte Verkürzung bei der Wiederabkühlung in der Regel nicht völlig zurückging, sondern eine schwache dauernde Verkürzung verblieb. Ob sich für diese Erscheinung eine Erklärung auf Grund unserer theoretischen Anschauung finden lässt, scheint mir etwas zweifelhaft; ich möchte jedoch wenigstens die Vermuthung aussprechen, dass sie vielleicht auf einer mit der Temperatursteigerung eintretenden Verstärkung der Gesammtquellung zusammenhängt, wobei also der Inhalt der Waben nicht nur durch die Wärmeausdehnung vergrössert würde, sondern gleichzeitig durch eine gewisse Zunahme der Flüssigkeitsmenge; unter diesen Umständen würde es verständlich, dass bei der Wiederabkühlung keine völlige Rückkehr auf die frühere Länge eintritt, sondern ein gewisser Betrag dauernder Verkürzung bleibt.

Bei den in verdünnter Luft untersuchten Streifen von Sonnenblumenmark fiel es, wie früher geschildert, sehr auf, dass bei der Wiederherstellung des gewöhnlichen Luftdrucks eine ziemlich ansehnliche Ausdehnung über die ursprüngliche Länge eintrat. Schon oben wurde versucht, diese Erscheinung dadurch zu erklären, dass bei der Luftverdünnung allmählich Luft aus den Zellen entweicht und dieselben daher bei Wiedereintritt des Normaldrucks eine gestrecktere Form wie ursprünglich annehmen müssen, d. h. dass sich die Gesammtlänge etwas ver-

grössern muss. — Bei seinen Versuchen mit gedehnten Kautschukfäden hat nun Joule[1]) beobachtet, dass bei der Abkühlung eine geringe Verlängerung der Fäden über das ursprüngliche Maass eintritt. Ob sich diese Verlängerung vielleicht gleichfalls auf eine, der bei dem Sonnenblumenmark vermutheten analoge Ursache zurückführen lässt, möge dahingestellt bleiben. Unmöglich scheint mir dies nicht.

Indem ich diese Mittheilung schliesse, bedauere ich, dass ich nichts Vollständigeres und Genügenderes über die behandelte wichtige Frage geben konnte. Wie meine früheren Arbeiten, welche zu dieser Fortsetzung geführt haben, wird auch diese mehr Widerspruch wie Zustimmung finden. Wenn ich auch so sehr überzeugt bin, wie irgend Jemand, dass wissenschaftliche Wahrheiten erst durch die wissenschaftliche Kritik gefestigt, richtig gestellt und zu allgemeinerer Anerkennung gelangen werden, so bin ich andrerseits der Meinung, dass keine Berechtigung besteht zu wegwerfender, verletzender Kritik, so lange der Autor hierzu nicht durch anmassendes Auftreten oder wegwerfende Behandlung seiner Vorgänger und Mitforscher Veranlassung bietet. — Da ich mir in dieser Beziehung keine Vorwürfe machen zu müssen glaube, sondern meine Ansichten stets in voller Würdigung der Zweifel und Mängel vorgetragen habe, die ihnen einerseits wegen der Schwierigkeit der zu erörternden Fragen unvermeidlich verbleiben werden, und die ihnen andrerseits wegen des beschränkten Wissens und Könnens ihres Verfassers anhaften, so erscheint mir, wie gesagt, die Tonart, in welcher sie von gewissen Kritikern besprochen werden, ebenso ungerecht wie ungerechtfertigt. Ich bin zu wenig Freund der Polemik, um auf alle diese Angriffe zu antworten; auch scheint es mir, dass ich der Wissenschaft besser dienen kann, wenn ich die verhältnissmässig geringe Zeit, welche die Berufsgegeschäfte mir lassen, dazu verwende, auf dem betretenen Wege weiter zu forschen, als dazu, auf alle gegen mich gerichteten Angriffe zu antworten. Vielleicht wird sich später einmal Gelegenheit bieten, die wichtigsten erhobenen Einwände und Angriffe, soweit sie nicht nur von Uebelwollen dictiert sind, sondern einen Anspruch auf wissenschaftliche Beachtung haben, im Zusammenhange zu besprechen. — Dagegen möchte ich doch betonen, dass mein Stillschweigen vorerst nicht als ein Consentire zu deuten ist.

Heidelberg im Mai 1895.

---

1) Siehe die Tabellen bei Joule auf p. 106; dagegen zeigen die früher auf p. 103 von ihm mitgetheilten Versuche umgekehrt eine schwache Verkürzung nach der Rückkehr zu der niederen Ausgangstemperatur.

Anhang.

Genaueres über die Versuchsresultate bezüglich Verkürzung und Ausdehnung bei verschiedenen Temperaturen.

Den im Nachstehenden mitgetheilten genaueren Daten über einige der angestellten Versuche über Verkürzung und Ausdehnung der geprüften Substanzen bei Erhöhung und Erniedrigung der Temperatur, schicke ich folgende allgemeine Bemerkungen voraus Die allgemeine Versuchsanordnung wurde schon oben p. 16 geschildert. Die gequollenen Streifen hatten vor ihrer Prüfung stets längere Zeit in der Quellungsflüssigkeit gelegen und wurden vor dem Versuch nochmals einige Zeit in der Quellungsflüssigkeit auf eine etwas höhere Temperatur erwärmt, als diejenige, zu der sie später bei der Untersuchung erhitzt wurden. — Die Streifen wurden dann in der angegebenen Weise mittels der oberen Klammer in Wasser aufgehängt, so dass das Wasser gerade bis an den unteren Rand der oberen Klammern reichte, der Streifen demnach gänzlich in Wasser eintauchte. Das Gefäss, in welches die Streifen eintauchten, war ursprünglich ein im Querschnitt etwa elliptisches mit abgeplatteten Breitseiten, später ein dünnwandiger Cylinder von 6,3 cm Durchmesser. Anfänglich wurde die Erwärmung so vorgenommen, dass das Gefäss auf einem Sandbad stand, das durch eine Flamme von unten erhitzt wurde. Von diesem Verfahren ging ich jedoch bald ab, da dabei in der Regel zu Beginn der Erwärmung kleine Verschiebungen der eingestellten Marke um 5—10 Theilstriche der Mikrometerskala auftraten, die daher rührten, dass das Glasgefäss beim Erwärmen des Sandbads seine Stellung etwas änderte, sich ein wenig neigte oder aufrichtete und die Marke daher durch die Lichtbrechung der Glaswand etwas verschoben wurde. Die meisten der hier mitgetheilten Versuche wurden in dem cylindrischen Gefäss ausgeführt, das auf einem festen Postament stand und dessen Wand direct mit der Flamme erwärmt wurde. Dabei fielen die oben erwähnten Störungen ganz weg.

Dass nicht durch andere Momente Störungen hervorgerufen wurden, ergibt sich daraus, dass Glasfäden, welche auf dieselbe Weise, in Wasser eintauchend, untersucht wurden, in den Versuchstemperaturen von ca. 15—60° gar keine sichere Verlängerung zeigten; doch wurden diese Beobachtungen mit dem weniger sicheren ersten Gefäss ausgeführt. Da die eintauchende Länge der Fäden ca. 60 cm betrug, so würde bei einer Temperatursteigerung von 50°, den Ausdehnungscoefficienten des Glases zu $^1/_{1200}$ genommen, eine Verlängerung von etwa 0,024, also wenig mehr als ein Theilstrich eingetreten sein, was unter den gegebenen Verhältnissen nicht sicher festzustellen war.

Die Angaben über die Temperatur des Wassers sind wenig genau, da ich nur ein Thermometer in dem Wasser hatte, das etwa bis zur Mitte des Streifs eintauchte. Bei der in allen Versuchen sehr auffallenden Erscheinung, dass die Längenänderung der Streifen der äusseren Temperatur sehr langsam folgte, die Verkürzung noch längere Zeit fortdauerte, während die äussere Temperatur sank und umgekehrt, scheint es mir, dass eine sehr viel genauere Feststellung der Temperatur des umgebenden Wassers oder der Luft auch kein erheblich bestimmteres Resultat ergeben hätte. Nur diejenigen Versuche, bei welchen die Temperaturen in sehr langen Perioden um wenige Grade zu- oder abnahmen, dürften hinreichende Sicherheit bieten, dass der Streif auch die Temperatur des umgebenden Wassers besass. Ich brauche endlich kaum zu erwähnen, dass ich als Nichtphysiker um Nachsicht bitten muss, bei der Beurtheilung von Versuchen, welche zur genaueren Durchführung bessere physikalische Hülfsmittel und bessere Uebung und Schulung des Experimentators verlangen.

Dass die angegebenen Zahlen in der Columne L, welche die Stellung des unteren Streifenendes auf der Scala angeben, bei der Verkürzung der Streifen zunehmen, bei der Verlängerung dagegen ab, beruht auf der Umkehr des Bildes durch das Mikroskop. Ein Theilstrich der Scala bedeutet 0,0175 mm.

I. Streifen luftrocknen Sonnenblumenmarks (zuvor in Alkohol aufbewahrt).

L. des Streifs = 87, Br. = 8, D. = 6,5.

Belastung = 15,5 gr.

I a.

	Z.	Tp.	L.		
19/XII. 94.	5,30 p. m.	27	40	1. Erhitzg.	Von 27—40,5° Gesammtverkürz. = 1,05 mm
		29	45		
		32	50		
		34	55		
		36	60		
		37	65		
		38	70		
		39	75	gelöscht	
		39,5	80		
	5,45	40	85		
		40,5	95		
		40,2	100		
		39	100		
		31	85		
	7 h.	24,5	58		
20/XII.	8 h. a. m.	21,5	35		
	5,45 p. m.	23,5	35	2. Erhitzg.	Von 23,5—36,8° Gesammtverkürz. = 0,875 mm
		34	50	gelöscht	
		36	65		
		36,5	75		
		36,8	80		
		36	82		
	6,13	35,2	85		
	6,52	27	65		
21/XII.	9 h. a. m.	23	35		

Belastung = 55,5 gr.

I b.

	Z.	Tp.	L.		
21/XII.	9,55	24	15		
	10,44	22,5	15		
		27	13	Erhitzt	Von 22,5—38° Gesammtverkürz. = 0,682 mm
		30	20		
		31,8	25		
		33	30		
		35,2	35		
	11,17	36,8	40	gelöscht	
		37,4	45		
		37,8	50		
		36	54		
	12,3	27	42		
	1,30	19,5	19		
	5,15	17,8	5		
12/XII.	11 h.	20	10		

II. Streifen lufttrocknen Sonnenblumenmarks. L. = 84, Br. = 9,5, D. = 1,5.

Belastung = 15,5 gr.

Derselbe Streif welcher zu dem auf p. 18 mitgetheilten Versuchen über den Einfluss der Luftverdünnung gedient hatte. Er war in der Glasröhre aufgehängt wie bei diesen Versuchen.

	Z.	Tp.	L.	
28/XII.	6 h.	19	44	Erhitzt
	6,20	25,2	110	gelöscht
	6,42	19	44	
	6,51	19	36	
	7,08	18,8	37	

Erhitzt durch Annäherung einer Beleuchtungsflamme auf 16 cm von der Röhre in der der Streif aufgehängt war. Die Temperatur ist angegeben nach einem Thermometer das dicht neben der Röhre aufgehängt war in derselben Entfernung von der Flamme.

Gesammtverkürzung von 19—25,2 (6,2°) = 1,155 mm, also pro 1° = 0,182. Es liesse sich also mit einer derartigen Vorrichtung die durch $^1/_{10}{}^0$ bewirkte Veränderung noch gut ablesen und bei stärkerer Vergrösserung noch viel geringere Temperaturunterschiede.

III. **Chromgelatine** (5 %).

Streif: L. = 34, Br. = 15, D 5,5 mm; Belastung 15,5 gr.

1. Versuch 3/I. 95.

III a.

	Z.	Tp.	L.	
Erhitzt 3/I.	4,38	23	40	Bei Temp. v. 23—40° Gesammtverkürz. = 1,015 mm
	p. m.	24	39	
		27	46	
		30	47	
		31,5	50	
		37	55	
		40	60	
gelöscht		40	65	
		40	70	
	5,0	39,6	75	
		39,3	80	
	5,5	39	85	
	5,10	38,5	90	
		37	95	
		36,5	98	
		31	96	Gesammt. d. Wiederausd. = 0,525 mm
	6,35	20	91	
	6,50	20	87	
	7,0	18	85	
	7,17	19	83	
	7,50	20	79	
4/I.	10,30	18	68	

2. Versuch 4/I. 95.

III b.

	Z.	Tp.	L.	
Erhitzt 4/I.	10,55	18	44	Bei Temp. v. 18—24,6° Gesammtverkürz. = 0,192 mm
	a. m.	18,5	45	
		19	46	
		23	50	
gelöscht	—	23,5	51	
		„	52	
	11,6	24,5	53	
	11,9	„	54	
	11,15	24,6	55	
Durch Ablassen u. Zugiessen v. kalt. Wasser gekühlt.	11,19	18,5	52	Gesammt. d. Wiederausd. = 0,140 mm
	11,26	„	51	
D. Zus. von Schnee gekühlt.	11,35	16	50	
Durch mehrf. Ablassen des Wassers u. Zusatz v. kaltem gekühlt		11	49	
	11,45	9	48	
	12,2 p.m.	11	47	
	12,10	8,5	46	
	1,0	11	45	
	1,30	10	44	
	4,55	17	47	

IV. **Gelatineölemulsion** (Gleiche Volumina 10 % Gelatine und Olivenöl).

Streif: L. = 80,5, Br. = 11, D. = 3. Belastung 5,5 gr.

	Z.	Tp.	L.	
19/I. Erhitzt	9 a. m.	18,5	63	Bei Temp. v. 18,5—30° Gesammtverkürz. = 0,542 mm
		20	65	
		21,5	68	
		22	70	
		25	75	
		27,5	80	
		29	85	
		30	87	
gelöscht	9,35	29,5	93	
	9,38	„	94	
Abgekühlt mit kaltem Wasser	9,45	16	76	Ges. d. Wiederausd. = 0,472 mm
	10,50	18,5	67	
	6,15	17,3	67	
Erhitzt durch Beleuchtungsflamme	6,30	20,5	70,5	Bei Temp. v. 20—24° Gesammtverkürz. = 0,367 mm
	6,50	23	76	
	7,10	24,6	80	
	7,17	25	83	
gelöscht	8,27	23	88	
20/I. a. m.	10,55	16	73	Ges. d. Wiederausd. = 0,262 mm.

V. Streif gewöhnlicher Gelatine in Wasser gequollen. Unbelastet aufgehängt.

L. = 64, Br. ca. 17, D. ca. 1,8 mm.

V a.

	Z.	Tp.	L.
29/I.	9 h.	14,8	32
Erh. durch Beleuchtungsflamme	a. m.	15,5	34
		16,4	35
		17,1	36
		17,6	37
		18,6	39
gelöscht		18,2	40
		18,1	41
		18,7	44
p. m.	8,30	19,9	47
30/I. a. m.	8 h.	15,4	34
		16,3	37
		18,3	42
		19	45
		19,7	48
p. m. ca.	8 h.	16,9	39
31/1. a. m.	8 h.	13,5	29
Abkühlung durch Oeffnen d. Fensters		4,0	27
		2	26
		8,4	28
		9,6	29
		10,8	31
		12,8	32
		16	37
		17	39
p. m. ca.	8 h.	17,5	40
1/II. a. m.	9 h.	16,2	32

Temp. 2—19,9° Gesammtverkürz. = 0,385 mm.

V b.

	Z.	Tp.	L.
26/I. a. m.	9 a.m.	18,2	3
Erh. d. Beleuchtungsflamme		19,5	4
		20	5
		20,5	6
		21	7
		22	9
		23,1	13
		23,9	16
gelöscht		23,1	17,5
		20,8	11
	1,30 p.	19	—1

Temp. 18,2—23,9° Gesammtverkürz. = 0,228 mm.

Beobachtet wurde der freie untere Rand des Streifs.

Dem Wasser, in welchem der Streif aufgehängt war, war etwas festes Thymol zugesetzt, um die Fäulniss bei den über mehrere Tage sich erstreckenden Versuchen zu verhindern. — In der Versuchsreihe V a wurde am 30/I. die Stellung des unteren Streifenrandes bei den wechselnden Temperaturen im Laufe des Tages abgelesen; da dieser Temperaturwechsel sich sehr langsam vollzog, so ist anzunehmen, dass diese Zahlen zwischen 15,4° und 19,7° die Längenänderung des Streifs richtig angeben. Hieraus folgt pro 1° zwischen 15—19° eine Verkürzung von 0,0717 mm.

VI. Streif von geronnenem Eiweiss. Unbelastet in Wasser mit etwas Thymol.

L. = 97, Br. = 15, D. = 8 mm, liegend in ungedehntem Zustand gemessen.

Aufgestellt 7 1/2 h. Abends 11. II/95.

Der Streif dehnt sich zuerst sehr rapid aus, vom 11/II. 7 h. p. bis 12/II. 9 h. a. m. um nicht weniger wie 10 mm. Hierauf zeigt sich bei weiterer Beobachtung eine anhaltende Verkürzung, die anfänglich pro Stunde ca. 0,113 mm beträgt, am 13/II. pro 1 h. ca. 0,07—0,08; im Gesammt betrug die Verkürzung vom Morgen des 12/II. bis 13/II. 11 h. 20 2,257 mm. —

Hierauf das Wasser von 17,9° C abgelassen und durch Schneewasser ersetzt, trat sofort statt weiterer Verkürzung Ausdehnung auf, wie die folgende Tabelle zeigt:

VI a.	Z.	Tp.	L.	
13/II. a. m.	11,20	17,9	90	
	11,36	9,8	83	Gesammtausdehnung = 0,735
	11,39	10,2	81	
	11,45	10,8	77	
	12,5	12,5	67	
	12,49	14,8	54	
	1,45	16,1	48	
	5,58	18	62	Verkürzung = 0,470.
	8,10	19	76	

Bis zum 14/II. 9 h. 30. a. m. hat sich der Streif sehr stark, um ca. 1,4 mm, verkürzt und fährt darin langsam fort, indem er sich von 9,30—11,25 a. m. um 0,437 mm verkürzt. Hierauf ein zweites Mal durch Schneewasser abgekühlt, gibt folgendes Resultat:

VI b. 14/II. a. m.				
	11,25	20,9	74	
	11,45	8	73	Gesammtausdehnung = 0,42.
	11,47	8	70	
	12,28	12	53	
	12,45	12,8	50	
	3,22	20,3	63	
	5,46	22	100	

Bis zum 15/II. 8 h. a. m. hat sich der Streif wiederum um ca. 1,3 mm verkürzt und fährt darin den 15. und 16. fort, so dass er sich im Gesammt bis zum 16. Abends 6 h. um 1,89 mm zusammengezogen hat. Hierauf wurde das Fenster geöffnet, so dass die ziemlich starke äussere Kälte auf den Streif einwirkte. Den nächsten Morgen d. 17/II. 10,40 zeigte sich die Oberfläche des Wassers mit sehr dünner Eisdecke bedeckt und die Temperatur des Wassers auf 0° gesunken. Der Streifen aber hatte sich um nicht weniger wie 3,1 mm. verlängert.

Hierauf begann vom Morgen des 17/II. ab wieder eine zuerst sehr rasche Verkürzung die von 10,40 a. bis 3 h. p. m. des 17. 1,57 mm betrug und die bis zum 22/II. 9 h. a. m. verfolgt wurde; im Gesammt betrug die Verkürzung bis dahin 3,762, in den letzten 24 h. jedoch im Ganzen nur 0,245.

Die erste ansehnliche Verlängerung des Streifs nach dem Aufhängen in Wasser muss wohl in der Hauptsache auf die natürliche durch das Eigengewicht des aufgehängten Streifs hervorgerufene Dehnung bezogen werden; die darauf einsetzende anhaltende Verkürzung dagegen kann ich nur als eine Wirkung fortdauernder weiterer Aufquellung beurtheilen, obgleich der Streif längere Zeit vor seiner Aufhängung in Wasser gelegen und zuvor noch 10 Minuten in bis zum Kochen erhitzten Wasser sich befunden hatte. — Unter den vorliegenden Verhältnissen ergab sich daher die Methode der Abkühlung als die sicherere, welche denn auch bei dreimaliger Wiederhohlung ein ganz unzweideutiges Resultat ergab.

Besonders zu betonen ist, dass dem Wasser, in dem der Streif aufgehängt, Thymol zugesetzt war und daher trotz der langen Beobachtungsdauer keine Fäulniss des Streifs eintrat. Frühere, weniger ausgedehnte Versuche, die auch mit weniger gut gelungenen Eiweisstreifen angestellt worden waren, hatten im Allgemeinen ergeben, dass bei der Erwärmung ausgiebige Verkürzung eintritt, welche bei der Wiederabkühlung nicht oder doch nur wenig wieder zurückging; eine Erscheinung, die mit den obigen Ergebnissen im Allgemeinen harmonirt.

Den 22/II. 9 h. 20 a. m. wurde das Wasser in dem der Streif aufgehängt war, durch 15 % NaCl-lösung ersetzt, worauf der Streif sich sehr energisch zu verkürzen begann; die Contraction dauerte fort bis um 7 h. Abends und betrug im Ganzen nicht weniger wie 5,36 mm. Jetzt war Konstanz eingetreten, da die Länge bis zum 23/II. 9 h. a. m. dieselbe geblieben war. — In den nun folgenden Beobachtungen, die theils nur bei der wechselnden Zimmertemperatur, theils mit Hülfe schwacher Erwärmung durch die herangerückte Beleuchtungsflamme angestellt wurden, zeigte sich der Einfluss der Temperatur auf die Länge des Streifs deutlich (siehe die nachf. Tabelle VI c). Bemerkenswerth ist jedoch auch hier die Eigenthümlichkeit, dass der Streif nach der Verkürzung durch die Temperatursteigerung auf 38° sich nur etwa um die Hälfte der Verkürzung wieder ausdehnte.

		Z.	Tp.	L.	
VI. c.	22/II. p. m.	7	ca. 17–20	45	
	23/II. a. m.	9	17,7	45	
	p.	1	20,9	52	
	p.	7	16,8	50	
	24/II. a. m.	11	18,1	50	
		11,55	19	51	Erhitzt d. Beleuchtungsflamme
		12,5	26,8	55	
		12,35	34,7	65	
		1,30	38,0	90	
		7,30	18,6	90	gelöscht, sinkt in der Zwischenzeit bis über 100 herab.
	25/II. a.	9	15,6	80	
	p.	1	19	85	
	26/II. a.	11	17,7	83	
	p.	1	19,5	86	
		8	19,7	86	

VII. **Packlackfaden** vor der Lampe ausgezogen.
Gesammtlänge = 100 mm, wovon 64 mm in das Wasser des Gefässes eintauchen;
Dicke = 1—2 mm.

	Z.	Tp.	L.	
14/XII. a. m.	10,11	18	2	Gesammtverkürzg. von 18°—32,9° = 2,83 mm
	10,17	18	3	
1. Erhitzg.	10,30	23	4	
	— 32	25	5	
	— 35	27	10	
	— 39	29,5	20	
gelöscht	— 42	32	40	
	— 45	32,4	60	
	— 48	32.9	80	
	— 52	32,8	100	
	11,27	29,3	137	
p. m.	1,24	22,5	150	
	7,30	19	159	
15/XII. a. m.	9,0	19,5	164	
2. Erhitzg.	9,15	22	164	Gesammtverkürzg. von 19,5°—43° = 0,997 mm.
	9,28	31	164	
	— 34	35,5	165	
		38,5	168	
	9,45	42	174	
gelöscht		43	179	
	10,38	35,5	189	
p. m.	12,45	25	217	
	5,30	20	221	
3. Erhitzg.	5,55	21	221	Gesammtverlängerg. von 20°—57° = 1,96 mm.
	6,08	32	211	
	6,25	50	195	
	6,33	55,5	181	
gelöscht	6,37	57	164	
	6,53	53	109	
16/XII. a. m.	11,40	18,5	229	

Bei einer 4. Erhitzung, welche bis zu 57° ging verkürzte sich der Faden wiederum beträchtlich, nachdem die Temperatur über 47° gestiegen war, schliesslich riss jedoch der Faden ab.

Litteratur.

1892 (1). Bütschli, O., Untersuchungen über mikroskopische Schäume und das Protoplasma. Leipzig 1892. (Siehe dort p. 216).

1892 (2). Bütschli, O., Ueber die künstliche Nachahmung der karyokinetischen Figur. Verh. des naturhist.-medic. Vereins. Heidelberg. N. F. Bd. V. p. 28—41.

1892 (3). — Ueber die Schaumstructur geronnener Substanzen. Ibid. p. 42—43.

1893. — Ueber den feineren Bau der Stärkekörner. Ibid. p. 89—102.

1894. — Vorläufiger Bericht über fortges. Untersuchungen an Gerinnungsschäumen, Sphärokrystallen u. die Structur von Cellulose- und Chitinmembranen. Ibid. p. 230—292. 2. Tf.

1821. Chevreul, De l'influence que l'eau exerce sur plusieurs substances azotées solides. Annales de chimie et de physique. T. 19. 1821. p. 32—57.

1893. Engelmann, Th. W., Ueber den Ursprung der Muskelkraft. 2. Aufl. Leipzig.

1884. Famintzin, A., Ueber Kieselsäuremembranen und geschichtete Myelingebilde. Bullet. Acad. St. Petersbourg. T. 29. p. 414—416.

1866. Fick, A., Medicinische Physik. 2. Aufl.

1886. Gerstmann, Strömung von Flüssigkeitsgemischen und Salzlösung durch Capillarröhrchen. — Tageblatt der 59. Vers. deutsch. Naturf. u. Aerzte. p. 409—410.

1886. Grätz, L., Ueber die Abhängigkeit der Elasticität des Kautschuks von der Temperatur und ihre Beziehung zum thermischen Ausdehnungscoefficienten. Pogg. Annalen. Bd. 264. p. 354—364.

1884. Grimaux, E., Sur la coagulation des corps colloidaux. Compt. rend. Ac. Paris. T. 98. p. 1578. (s. auch die beiden früheren Artikel ibid. p. 1485 u. p. 1540, sowie die Arbeit in Bullet. soc. chimique. Paris. Bd. 42, 1884, p. 74—82).

1876. Guthrie, Fr., On salt solution and attached water. V. Philosoph. magaz. and J. of sc. (5) Vol. 2. p. 211—225.

1882. Höhnel, Fr. v., Beiträge z. Pflanzenanatomie u. Physiologie. VI. Ueber die Mechanik des Aufbaues der vegetabilischen Zellmembranen. Botan. Zeitung. 40. Jg. p. 595—605 und 616—622.

1860. Jamin, J., Mémoire s. l'équilibre et la mouvement des liquides dans les corps poreux Compt. rend. Ac. Paris T. 50. p. 172—176 u. 311—385.

1860. Joule, J. P., On some Thermo-dynamic properties of solids. Philosoph. Transact. Roy. Soc. London. Vol. 149. p. 91—131.

1888. Lehmann, O., Molecularphysik. 2 Bde.

1848. Liebig, J., Untersuchungen über einige Ursachen der Säftebewegung im thierischen Organismus. Braunschweig.

1849. Ludwig, C., Ueber die endosmotischen Aequivalente und die endosmotische Theorie. Zeitschr. f. rationelle Medicin. Bd. 8. p. 1—52.

1886. Maurer, R., Ueber das Verhältniss der Quercontraction zur Längendilatation bei Stäben von Leimgallerte. Annalen der Physik u. Chemie. Bd. 264. p. 628—653.

1858. Nägeli, C., Die Stärkekörner. Pflanzenphysiologische Untersuchungen. Von Nägeli und Cramer. 2. Heft.

1866. Nägeli, C., Ueber Versuche, betreff. die Capillarwirkungen bei verändertem Luftdruck. Sitzungsber. d. bayr. Akademie. Math.-physik. Kl. 1866. p. 553—576.

1877. Pfeffer, W., Osmotische Untersuchungen. Leipzig.

1886. Pulfrich, C., Ueber die elastische Nachwirkung eines Kautschukschlauchs und deren Einfluss auf die Constante μ. Annalen d. Phys. u. Chemie. Bd. 264. p. 87—107.

1879. Quincke, G., Ueber Emulsionsbildung u. den Einfluss der Galle bei der Verdauung. Pflüger's Arch. f. d. ges. Physiologie. Bd. 19. p. 129—144.

1888. Quincke, G., Ueber periodische Ausbreitung von Flüssigkeitsoberflächen und dadurch hervorgerufene Bewegungserscheinungen. Annalen der Physik u. Chemie. N. F. Bd. 35.

1889. Quincke, G., Ueber Protoplasmabewegung und verwandte Erscheinungen. Tagebl. der 62. Vers. deutsch. Naturf. u. Aerzte p. 204—207.

1894. Quincke, G., Ueber freiwillige Bildung von hohlen Blasen, Schaum etc. Annalen der Physik u. Chemie. N. F. Bd. 53. p. 593—632.

1879. Reinke, J., Untersuchungen über die Quellung einiger vegetabilischer Substanzen. Hanstein's botanische Abhandlungen. Bd. IV. Heft 1.

1882. Russner, J., Ueber das scheinbar abnorme Verhalten des gespannten Kautschuks und der Guttapercha. Repertorium für Experimentalphysik etc. Bd. 18. p. 206—216.

1861. Schmidt, W., Ueber die Beschaffenheit des Filtrats bei Filtration von Gummi-, Eiweiss-, Kochsalz-, Harnstoff- und Salpeterlösung durch thierische Membran. Annalen d. Phys. u. Chemie. Bd. 114. p. 337—392.

1872. Schmulewitsch, G., Ueber den Einfluss der Wärme auf die Elasticität des Kautschuks. Annalen d. Phys. u. Chemie. Bd. 144. p. 280—287.

1886. Schwendener, S., Ueber das Saftsteigen. Sitzber. d. Berliner Akademie. 1886. p. 588.

1887. Schwendener, S., Ueber Quellung und Doppelbrechung vegetabilischer Zellmembranen. Sitzungsber. der Berliner Ak. f. d. J. 1887. 2. p. 659—702.

1881. Semper. C., Neue Methode anatomische Präparate herzustellen. Verh. der physik.-medic. Gesellsch. Würzburg. N. F. Bd. 15. (Siehe auch Zoolog. Anzeiger Bd. V. 1882.)

1882. Voigt, W., Ueber das Verhältniss der Quercontraction zur Längsdilatation bei Stäben von isotropem Glas. Annalen d. Phys. u. Chemie. Bd. 251. p. 497—513.

